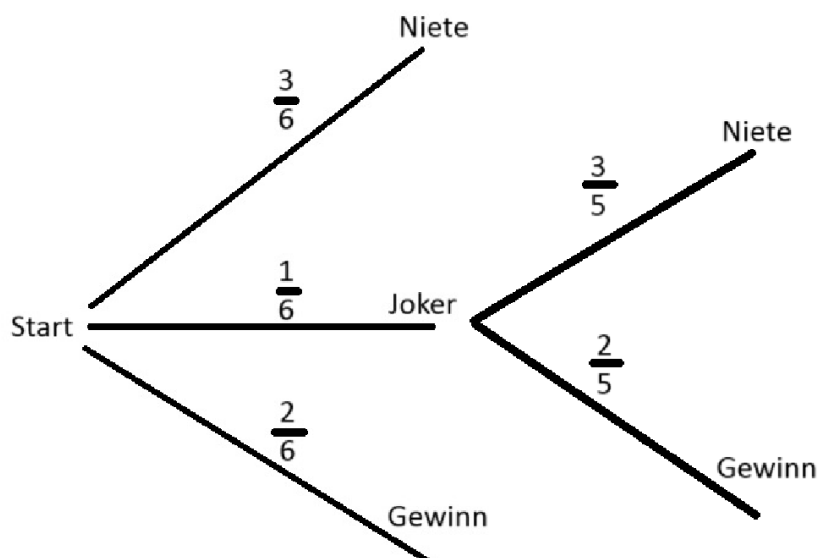


Abschlussprüfung 2024
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II Lehrplan+
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 09.02.2025

Nachtermin

Aufgabe A1 – ohne Taschenrechner

A 1.1



A 1.2

Ziehen ohne zurücklegen, daher im Nenner beim 2. Zug 5 statt 6 (nur noch 5 Kugeln übrig!).

$$\frac{2}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{10}{30} + \frac{2}{30} = \frac{12}{30} (= 40 \%)$$

Aufgabe A2 – ohne Taschenrechner

Der rechte Winkel muss zwischen den gegebenen Seiten liegen, also bei A. Gesucht ist die Länge der Höhe $\overline{AD}$ des Prismas.

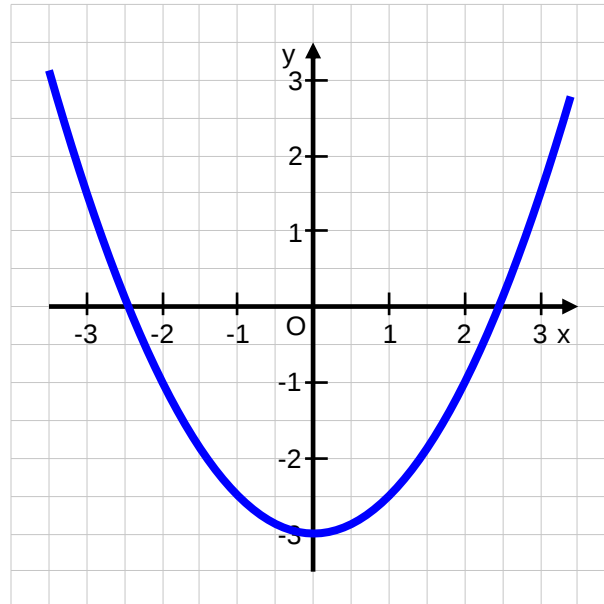
Daher gilt:

$$\begin{aligned} A_{\text{Prisma}} &= A_G \cdot h \\ \Leftrightarrow A_{\text{Prisma}} &= 0,5 \cdot |\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}| \cdot |\overline{AD}| \\ \Leftrightarrow 1000 \text{ cm}^3 &= 0,5 \cdot 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot |\overline{AD}| \\ \Leftrightarrow 1000 \text{ cm}^3 &= 50 \text{ cm}^2 \cdot |\overline{AD}| \quad | : 50 \text{ cm}^2 \\ \Leftrightarrow |\overline{AD}| &= 20 \text{ cm} \end{aligned}$$

Aufgabe A3 - ohne Taschenrechner

Wertetabelle erstellen und dann zeichnen 😊

x	-3,0	-2,0	-1,0	0,0	1,0	2,0	3,0
y=0,5x ² -3	1,50	-1,00	-2,50	-3,00	-2,50	-1,00	1,50



Aufgabe A4 - ohne Taschenrechner

Quadratische Ergänzung oder Scheitelpunktsformel:

$$\begin{aligned}
 y &= -0,5(x^2 - 4x) + 1 \\
 \Leftrightarrow y &= -0,5(x^2 - 4x + 2^2 - 2^2) + 1 \\
 \Leftrightarrow y &= -0,5[(x - 2)^2 - 4] + 1 \\
 \Leftrightarrow y &= -0,5(x - 2)^2 + 3 \quad \text{Damit ist } S(2|3)
 \end{aligned}$$

$$\text{oder } S\left(-\frac{2}{2 \cdot (-0,5)} \mid 1 - \frac{2^2}{4 \cdot (-0,5)}\right), \text{ also } S(2|3)$$

Aufgabe A5 - ohne Taschenrechner

$$\begin{aligned}
 b_{\text{Halbkreis}} &= 2 \cdot r \cdot \pi \cdot \frac{180^\circ}{360^\circ} \\
 \Leftrightarrow b_{\text{Halbkreis}} &= 2 \cdot a \cdot \pi \cdot \frac{180^\circ}{360^\circ} = a \cdot \pi \\
 b_{\text{Viertelkreis}} &= 2 \cdot r \cdot \pi \cdot \frac{90^\circ}{360^\circ} \\
 \Leftrightarrow b_{\text{Viertelkreis}} &= 2 \cdot 2a \cdot \pi \cdot \frac{90^\circ}{360^\circ} = a \cdot \pi
 \end{aligned}$$

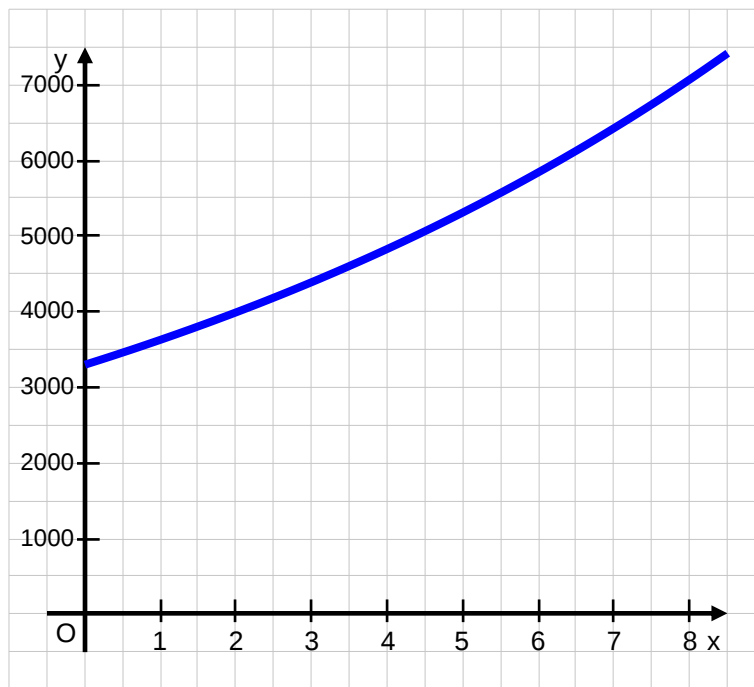
Aufgabe B1 – mit Taschenrechner

B 1.1

$$y = 3300 \cdot 1,1^x$$

1,1 also 10 % und damit Antwort 3 / c

B 1.2



B 1.3

Es sollen also 14 Jahre vergehen:

$$y = 3300 \cdot 1,1^{14} = 12531,74 \text{ also } 12500$$

B 1.4

$$20000 = 3300 \cdot 1,1^x$$

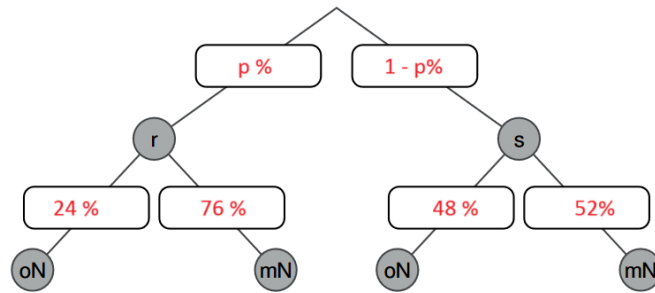
$$\Leftrightarrow \frac{20000}{3300} = 1,1^x$$

$$\Leftrightarrow x = \log_{1,1} \frac{20000}{3300} = 18,90 \quad L = \{18,90\}$$

Also nach 19 Jahren, daher am 01. Januar 2030.

Aufgabe B2 - mit Taschenrechner

B 2.1



B 2.2

Rote Shirts ohne Name: 18 %

Also: $0,24 \cdot x = 0,18$

$$\Leftrightarrow x = \frac{0,18}{0,24} = 0,75$$

Also ist der Anteil der roten T-Shirts 75 %, die schwarzen liegen bei 25 %.

B 2.3

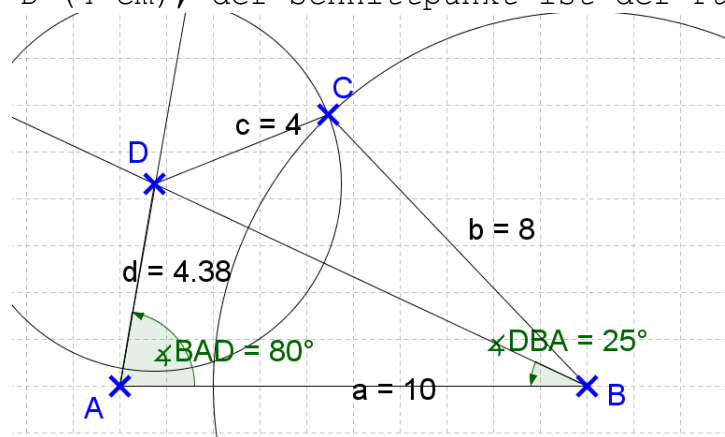
$$p = 0,75 \cdot 0,76 + 0,25 \cdot 0,52 = 0,70 = 70 \%$$

Das zufällig gezogene Shirt ist zu 70 % mit Namensaufdruck.

Aufgabe B3 - mit Taschenrechner

B 3.1

Die Zeichnung ist für den einen oder anderen vielleicht nicht ganz einfach, daher hier eine kleine Konstruktionshilfe: $\overline{AB}$ zeichnen, beide gegebenen Winkel antragen, der Schnittpunkt der beiden „freien“ Schenkel ist der Punkt D. Danach Kreise um B (8 cm) und D (4 cm), der Schnittpunkt ist der Punkt C.



Dreieck ABD:

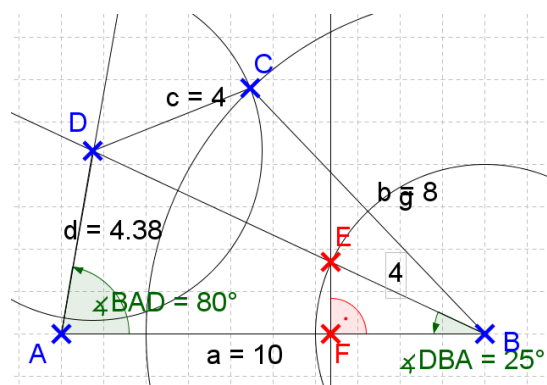
$$\sphericalangle ADB = 180^\circ - 80^\circ - 25^\circ = 75^\circ$$

Sinus-Satz:

$$\frac{|\overline{BD}|}{\sin \sphericalangle BAD} = \frac{|\overline{AB}|}{\sin \sphericalangle ADB}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{BD}| = \frac{|\overline{AB}| \cdot \sin \sphericalangle BAD}{\sin \sphericalangle ADB} = \frac{10 \text{ cm} \cdot \sin 80^\circ}{\sin 75^\circ} = 10,20 \text{ cm}$$

B 3.2

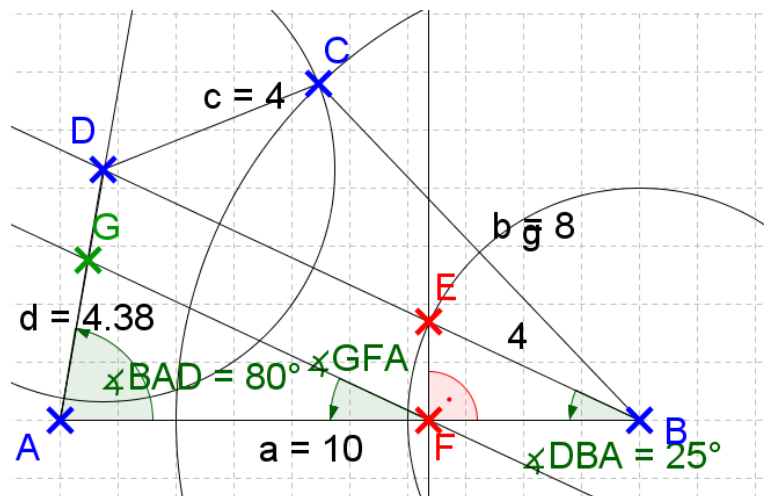


Dreieck BEF:

$$\cos \sphericalangle DBA = \frac{|\overline{BF}|}{|\overline{BE}|}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{BF}| = \cos \sphericalangle DBA \cdot |\overline{BE}| = \cos 25^\circ \cdot 4 \text{ cm} = 3,63 \text{ cm}$$

B 3.3



Hier handelt es sich um Stufenwinkel an parallelen Geraden / Strecken, daher gilt: $\angle DBA = \angle GFA = 25^\circ$

Mit diesem Wissen sind wir nun im Dreieck AFG:

$$\angle AGF = 180^\circ - 80^\circ - 25^\circ = 75^\circ$$

$$|\overline{AF}| = |\overline{AB}| - |\overline{BF}| = 10 \text{ cm} - 3,63 \text{ cm} = 6,37 \text{ cm}$$

Sinus-Satz:

$$\frac{|\overline{FG}|}{\sin \angle BAD} = \frac{|\overline{AF}|}{\sin \angle AGF}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{FG}| = \frac{|\overline{AF}| \cdot \sin \angle BAD}{\sin \angle AGF} = \frac{6,37 \text{ cm} \cdot \sin 80^\circ}{\sin 75^\circ} = 6,49 \text{ cm}$$

B 3.4

Kosinussatz im Dreieck BCD:

$$|\overline{BD}|^2 = |\overline{BC}|^2 + |\overline{CD}|^2 - 2 \cdot |\overline{BC}| \cdot |\overline{CD}| \cdot \cos \angle DCB$$

$$\Leftrightarrow \cos \angle DCB = \frac{|\overline{BD}|^2 - |\overline{BC}|^2 - |\overline{CD}|^2}{-2 \cdot |\overline{BC}| \cdot |\overline{CD}|}$$

$$\Leftrightarrow \cos \angle DCB = \frac{(10,20 \text{ cm})^2 - (8 \text{ cm})^2 - (4 \text{ cm})^2}{-2 \cdot 8 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}} = -0,38$$

$$\Rightarrow \angle DCB = 112,06^\circ$$

Hier bietet sich die Teilung in 2 Teildreiecke an:

$$A_{ABCD} = A_{ABD} + A_{BCD}$$

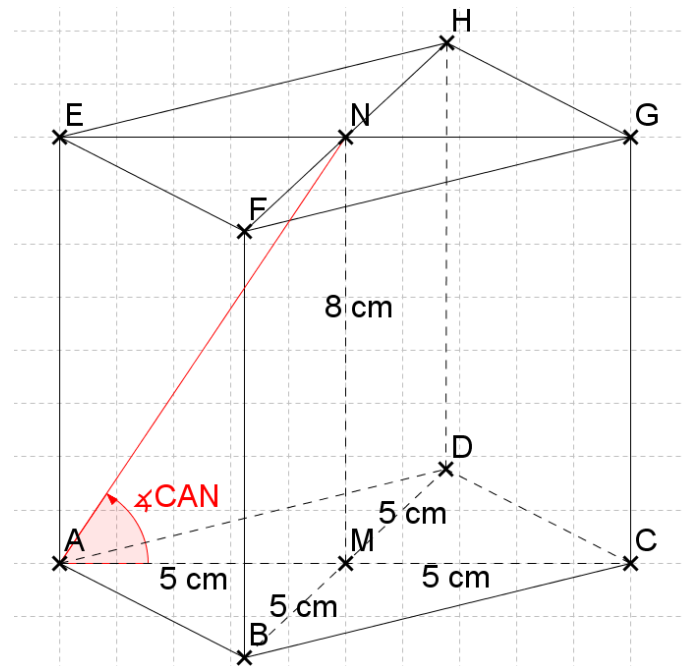
$$\Leftrightarrow A_{ABCD} = 0,5 \cdot |\overline{AB}| \cdot |\overline{BD}| \cdot \sin \angle DBA + 0,5 \cdot |\overline{BC}| \cdot |\overline{CD}| \cdot \sin \angle DCB$$

$$\Leftrightarrow A_{ABCD} = (0,5 \cdot 10 \cdot 10,20 \cdot \sin 25^\circ + 0,5 \cdot 8 \cdot 4 \cdot \sin 112,06^\circ) \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow A_{ABCD} = 36,38 \text{ cm}^2$$

Aufgabe B4 – mit Taschenrechner

B 4.1



Pythagoras im Dreieck AMN:

$$|\overline{AN}|^2 = |\overline{AM}|^2 + |\overline{MN}|^2$$

$$\Leftrightarrow |\overline{AN}|^2 = (5 \text{ cm})^2 + (8 \text{ cm})^2$$

$$\Leftrightarrow |\overline{AN}|^2 = 89 \text{ cm}^2$$

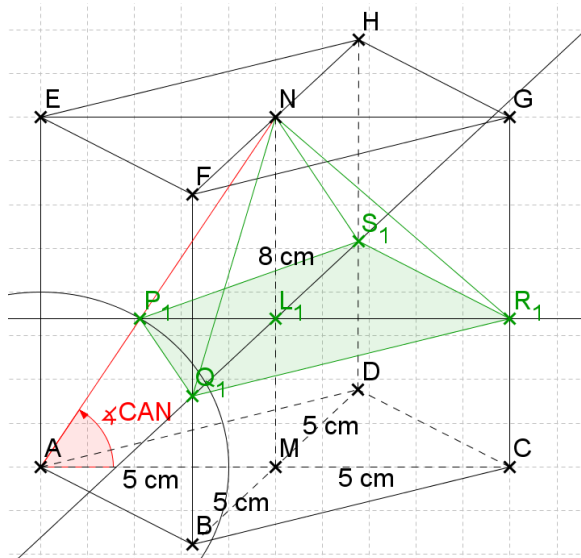
$$\Leftrightarrow |\overline{AN}| = 9,43 \text{ cm}$$

Und der Tangens im gleichen Dreieck:

$$\tan \angle CAN = \frac{|\overline{MN}|}{|\overline{AM}|} = \frac{8 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = 1,6$$

$$\Rightarrow \angle CAN = 57,99^\circ$$

B 4.2



Die Punkte P_n dürfen nur auf $\overline{AN}$ „wandern“. Dabei dürfen sie auf A liegen, aber nicht auf N. Da wir die Länge kennen, muss gelten: $0 \leq x < 9,43$

B 4.3

$|\overline{Q_n S_n}| = 10 \text{ cm}$, da die Punkte sich auf den Außenkanten bewegen. Interessant ist also nur die Strecke $\overline{P_n R_n}$, diese teilen wir auf in $\overline{P_n L_n}$ und $\overline{L_n R_n}$ (immer 5 cm):

Dafür zünden wir den Vierstreckensatz im Dreieck AMN:

$$\frac{|\overline{P_n L_n}|}{|\overline{AM}|} = \frac{|\overline{NP_n}|}{|\overline{NA}|}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{P_n L_n}| = \frac{|\overline{NP_n}| \cdot |\overline{AM}|}{|\overline{NA}|}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{P_n L_n}| = \frac{(9,43 - x) \cdot 5}{9,43} \text{ cm} = (5 - 0,53x) \text{ cm}$$

$$|\overline{P_n R_n}| = (5 + (5 - 0,53x)) \text{ cm} = (10 - 0,53x) \text{ cm}$$

Damit ist $A_{\text{Grundfläche}} = 0,5 \cdot 10 \text{ cm} \cdot (10 - 0,53x) \text{ cm} = (50 - 2,65x) \text{ cm}^2$

B 4.4

Wir brauchen zuerst die Höhe der Pyramide und gehen ins Dreieck P_1L_1N . Dort taucht der Winkel $\angle CAN = 57,99^\circ$ wieder auf, also gilt: $\angle L_nP_nN = 57,99^\circ$

$$\sin \angle L_nP_nN = \frac{|\overline{L_1N}|}{|\overline{P_1N}|}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{L_1N}| = \sin \angle L_nP_nN \cdot |\overline{P_1N}|$$

$$\Leftrightarrow |\overline{L_1N}| = \sin 57,99^\circ \cdot (9,43 - 4) \text{ cm} = 4,60 \text{ cm}$$

Angabe: 4,61 cm

$$V_{P1} = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Grundfläche}} \cdot |\overline{L_1N}|$$

$$\Leftrightarrow V_{P1} = \frac{1}{3} \cdot (50 - 2,65 \cdot 4) \text{ cm}^2 \cdot 4,61 \text{ cm} = 60,54 \text{ cm}^3$$

$$V_P = 0,5 \cdot 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 400 \text{ cm}^3$$

$$\text{Also: } \frac{60,54 \text{ cm}^3 \cdot 100 \%}{400 \text{ cm}^3} = 15,14 \%$$

B 4.5

Das Maß des Winkels wird für $x = 0$ maximal. Da $|\overline{NC}| = |\overline{AN}|$ gilt auch: $\angle CAN = \angle NR_0P_0 = 57,99^\circ$