

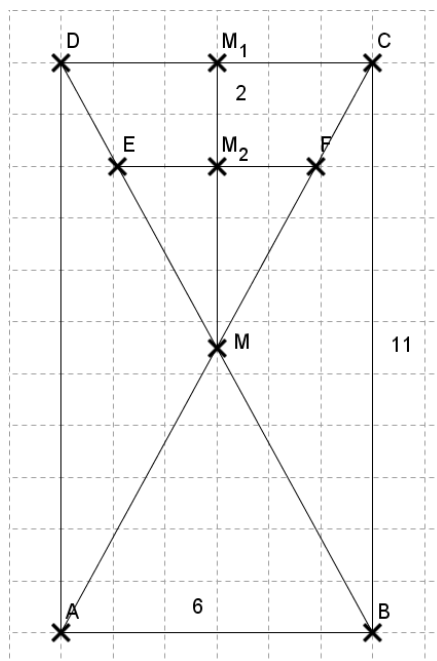
Abschlussprüfung 2021
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Nachtermin

Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 26.12.2022 Schreibweise Lehrplan+

Aufgabe A1



$$|\overline{M_1M}| = 11 \text{ cm} : 2 = 5,5 \text{ cm}$$

$$|\overline{M_2M}| = 5,5 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 3,5 \text{ cm}$$

$$|\overline{M_1M_2}| = 2 \text{ cm}$$

Vierstreckensatz im Dreieck MCD, Zentrum M:

$$\frac{|\overline{EF}|}{|\overline{DC}|} = \frac{|\overline{M_2M}|}{|\overline{M_1M}|}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{EF}| = \frac{|\overline{DC}| \cdot |\overline{M_2M}|}{|\overline{M_1M}|}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{EF}| = \frac{6 \cdot 3,5}{5,5} \text{ cm} = 3,82 \text{ cm}$$

$$A_{ABCD} = 6 \text{ cm} \cdot 11 \text{ cm} = 66 \text{ cm}^2$$

$$A_{MFE} = 0,5 \cdot |\overline{EF}| \cdot |\overline{M_2M}|$$

$$\Leftrightarrow A_{MFE} = 0,5 \cdot 3,82 \text{ cm} \cdot 3,50 \text{ cm} = 6,69 \text{ cm}^2$$

$$\frac{6,69 \text{ cm}^2 \cdot 100 \%}{66 \text{ cm}^2} = 10,14 \%$$

Aufgabe A2:

A 2.1

$$p: y = -0,5x^2 + 2x + 3$$

$$q: y = (x - 1)^2 - 4$$

$$\Leftrightarrow y = (x^2 - 2x + 1) - 4$$

$$\Leftrightarrow y = x^2 - 2x - 3 \text{ und damit: } q: y = x^2 - 2x - 3$$

A 2.2

$$-0,5x^2 + 2x + 3 = x^2 - 2x - 3$$

$$\Leftrightarrow -1,5x^2 + 4x + 6 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-1,5) \cdot 6}}{2 \cdot (-1,5)}$$

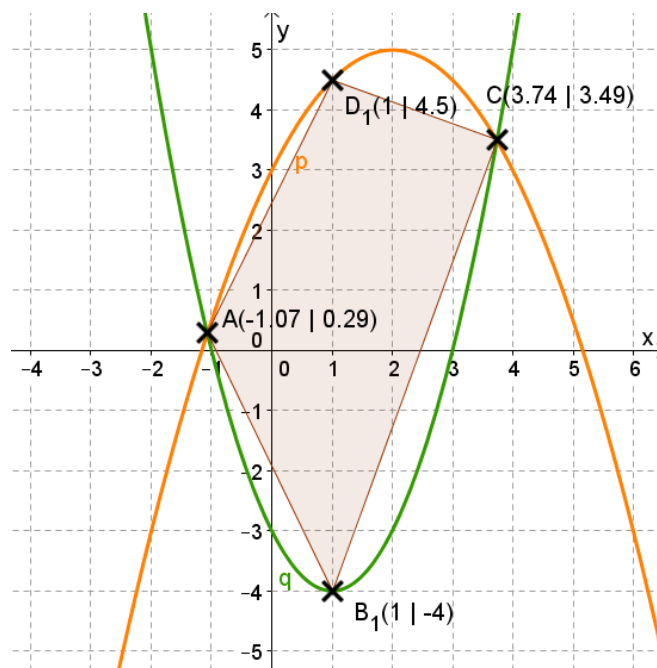
$$\Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{-4 \pm \sqrt{52}}{-3}$$

$$\Rightarrow x_1 = -1,07 \wedge x_2 = 3,74 \quad L = \{-1,07; 3,74\}$$

$$\Rightarrow A(-1,07 | (-1,07)^2 - 2 \cdot (-1,07) - 3) \Rightarrow A(-1,07 | 0,29)$$

$$\Rightarrow C(3,74 | 3,74^2 - 2 \cdot 3,74 - 3) \Rightarrow C(3,74 | 3,51)$$

A 2.3 und A 2.4



$\overline{AD_1}$ und $\overline{B_1C}$ müssten parallel sein. Also bauen wir mal die Steigung aus den Vektoren:

$$\overrightarrow{AD_1} = \begin{pmatrix} 1 - (-1,07) \\ 4,5 - 0,29 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,07 \\ 4,22 \end{pmatrix} \Rightarrow m_1 = \frac{4,22}{2,07} = 2,04$$

$$\overrightarrow{B_1C} = \begin{pmatrix} 3,74 - 1 \\ 3,51 - (-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,74 \\ 7,51 \end{pmatrix} \Rightarrow m_2 = \frac{7,51}{2,74} = 2,74$$

Da m_1 und m_2 nicht gleich sind $\Rightarrow$ nicht parallel $\Rightarrow$ kein Trapez

Aufgabe A3:

A 3.1

Im Bereich ADN liegt ein Thaleskreis vor, so dass der Winkel oben 90° sein muss.

Dreieck LCN:

$$\sphericalangle \text{LNC} = 90^\circ : 2 = 45^\circ$$

$$\tan \sphericalangle \text{LNC} = \frac{|\overline{\text{LC}}|}{|\overline{\text{NL}}|}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{\text{NL}}| = \frac{|\overline{\text{LC}}|}{\tan \sphericalangle \text{LNC}} = \frac{5 \text{ cm}}{\tan 45^\circ} = 5 \text{ cm}$$

$$|\overline{\text{NM}}| = 5 \text{ cm} - 3 \text{ cm} = 2 \text{ cm} (= r)$$

Vierstreckensatz mit Zentrum N:

$$\frac{|\overline{\text{AD}}|}{|\overline{\text{BC}}|} = \frac{|\overline{\text{NM}}|}{|\overline{\text{NL}}|}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{\text{AD}}| = \frac{|\overline{\text{BC}}| \cdot |\overline{\text{NM}}|}{|\overline{\text{NL}}|}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{\text{AD}}| = \frac{10 \cdot 2}{5} \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$

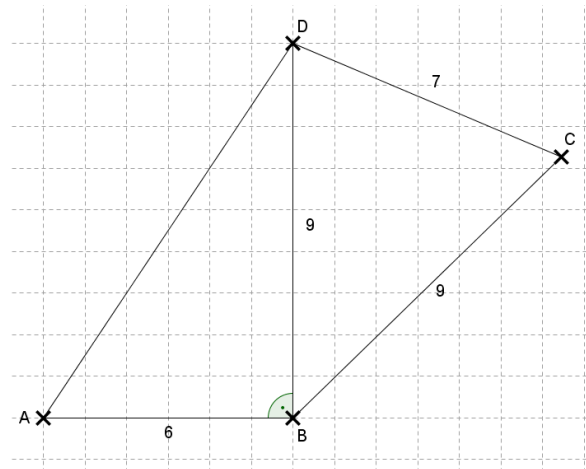
$$V = V_{\text{KegelBCN}} - V_{\text{KegelADN}} + V_{\text{Halbkugel}}$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \cdot |\overline{\text{BL}}|^2 \cdot |\overline{\text{NL}}| \cdot \pi - \frac{1}{3} \cdot |\overline{\text{AM}}|^2 \cdot |\overline{\text{MN}}| \cdot \pi + 0,5 \cdot \frac{4}{3} \cdot |\overline{\text{NM}}|^3 \cdot \pi$$

$$\Leftrightarrow V = \left(\frac{1}{3} \cdot 5^2 \cdot 5 \cdot \pi - \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot \pi + 0,5 \cdot \frac{4}{3} \cdot 2^3 \cdot \pi \right) \text{ cm}^3 = 139,28 \text{ cm}^3$$

Aufgabe B1:

B 1.1



Für den Umfang fehlt nur noch $|\overline{AD}|$... ab ins Dreieck ABD:

$$|\overline{AD}|^2 = |\overline{AB}|^2 + |\overline{BD}|^2$$

$$\Leftrightarrow |\overline{AD}|^2 = (6 \text{ cm})^2 + (9 \text{ cm})^2 = 117 \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow |\overline{AD}| = 10,82 \text{ cm}$$

$$\text{Also: } u = (6 + 9 + 7 + 10,82) \text{ cm} = 32,82 \text{ cm}$$

B 1.2

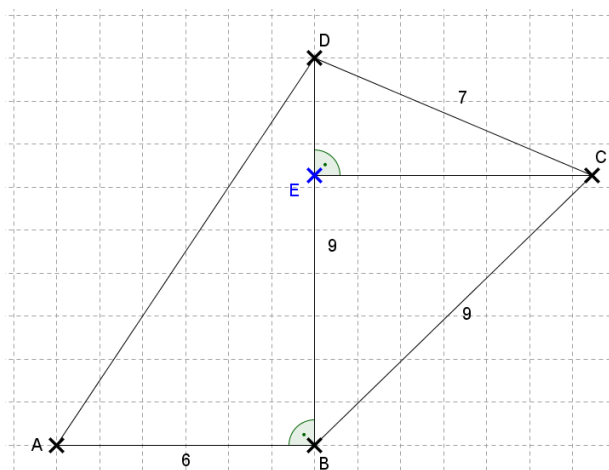
$$|\overline{BC}|^2 = |\overline{BD}|^2 + |\overline{CD}|^2 - 2 \cdot |\overline{BD}| \cdot |\overline{CD}| \cdot \cos \angle BDC$$

$$\Leftrightarrow \cos \angle BDC = \frac{|\overline{BC}|^2 - |\overline{BD}|^2 - |\overline{CD}|^2}{-2 \cdot |\overline{BD}| \cdot |\overline{CD}|}$$

$$\Leftrightarrow \cos \angle BDC = \frac{9^2 - 9^2 - 7^2}{-2 \cdot 9 \cdot 7} = 0,39$$

$$\text{Also: } \angle BDC = 67,11^\circ$$

B 1.3



Dreieck ECD:

$$\sin \sphericalangle BDC = \frac{|\overline{EC}|}{|\overline{CD}|}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{EC}| = \sin \sphericalangle BDC \cdot |\overline{CD}|$$

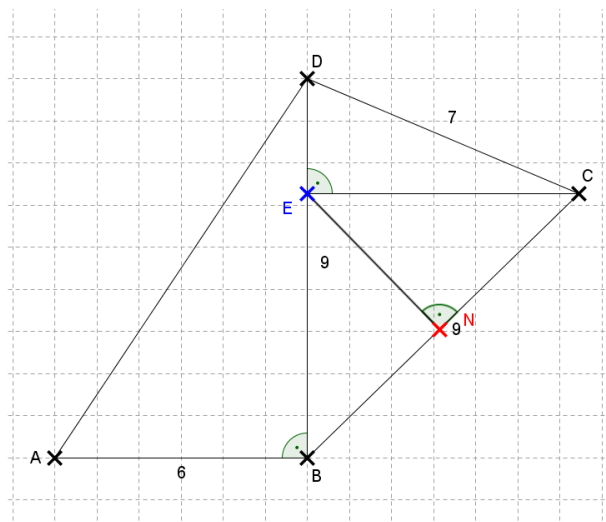
$$\Leftrightarrow |\overline{EC}| = \sin 67,11^\circ \cdot 7 \text{ cm} = 6,45 \text{ cm}$$

$$\cos \sphericalangle BDC = \frac{|\overline{DE}|}{|\overline{CD}|}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{DE}| = \cos \sphericalangle BDC \cdot |\overline{CD}|$$

$$\Leftrightarrow |\overline{DE}| = \cos 67,11^\circ \cdot 7 \text{ cm} = 2,72 \text{ cm}$$

B 1.4



Das Dreieck BCE hat praktischerweise an 2 Stellen senkrechte Grundlinien und Höhen. Also los:

$$A_{BCE} = 0,5 \cdot |\overline{BE}| \cdot |\overline{CE}|$$

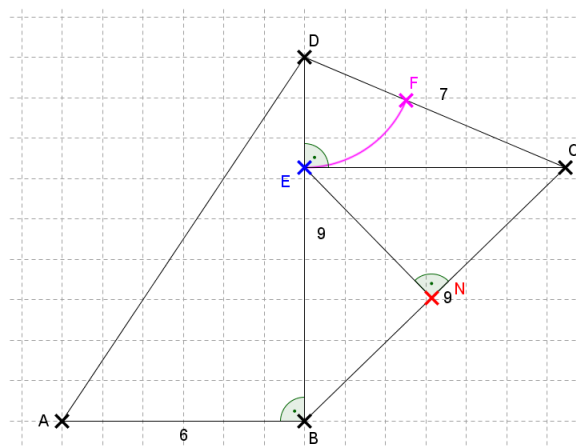
$$\Leftrightarrow A_{BCE} = 0,5 \cdot (9 - 2,72) \cdot 6,45 \text{ cm}^2 = 20,25 \text{ cm}^2$$

Und gleich nochmal, da ist ja noch die gesuchte Höhe!

$$A_{BCE} = 0,5 \cdot |\overline{BC}| \cdot |\overline{EN}|$$

$$\Leftrightarrow |\overline{EN}| = \frac{A_{BCE}}{0,5 \cdot |\overline{BC}|} = \frac{20,25 \text{ cm}^2}{0,5 \cdot 9 \text{ cm}} = 4,5 \text{ cm}$$

B 1.5



A_{BCE} haben wir schon. Fehlt nur noch A_{CDE} , und dann müssen wir noch $A_{\text{SektorEFD}}$ abziehen. Gegeben ist schon alles, also easy 😊

$$A = A_{BCE} + A_{CDE} - A_{\text{SektorEFD}}$$

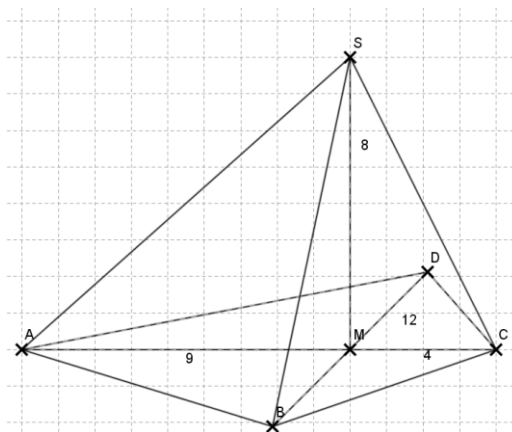
$$\Leftrightarrow A = (20,25 + 0,5 \cdot |\overline{EC}| \cdot |\overline{ED}| - |\overline{ED}|^2 \cdot \pi \cdot \frac{67,11^\circ}{360^\circ}) \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow A = (20,25 + 0,5 \cdot 6,45 \cdot 2,72 - 2,72^2 \cdot \pi \cdot \frac{67,11^\circ}{360^\circ}) \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow A = 24,69 \text{ cm}^2$$

Aufgabe B2:

B 2.1



Dreieck AMS:

$$|\overline{AS}|^2 = |\overline{AM}|^2 + |\overline{MS}|^2$$

$$\Leftrightarrow |\overline{AS}|^2 = (9 \text{ cm})^2 + (8 \text{ cm})^2 = 145 \text{ cm}^2$$

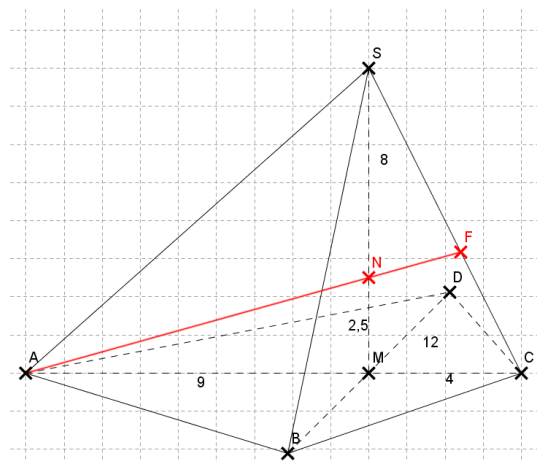
$$\Leftrightarrow |\overline{AS}| = 12,04 \text{ cm}$$

Dreieck MCS:

$$\tan \sphericalangle SCA = \frac{|\overline{MS}|}{|\overline{MC}|} = \frac{8 \text{ cm}}{4 \text{ cm}} = 2$$

$$\Rightarrow \sphericalangle SCA = 63,43^\circ$$

B 2.2

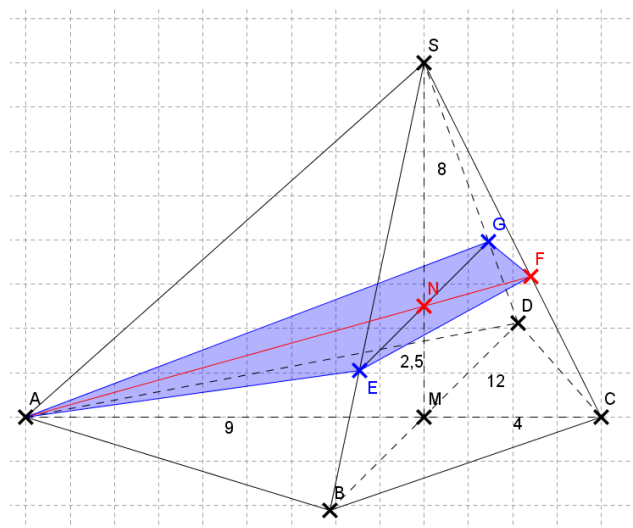


Dreieck AMN:

$$\tan \angle CAF = \frac{|\overline{MN}|}{|\overline{MA}|} = \frac{2,5 \text{ cm}}{9 \text{ cm}} = 0,28$$

$$\Rightarrow \angle CAF = 15,52^\circ$$

B 2.3

Für die Fläche brauchen wir $|\overline{EG}|$ und $|\overline{AF}|$:

Vierstreckensatz im Bereich SBD, S Zentrum:

$$\frac{|\overline{EG}|}{|\overline{BD}|} = \frac{|\overline{SN}|}{|\overline{SM}|}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{EG}| = \frac{|\overline{BD}| \cdot |\overline{SN}|}{|\overline{SM}|}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{EG}| = \frac{12 \cdot 5,5}{8} \text{ cm} = 8,25 \text{ cm}$$

Dreieck ACF:

$$\sphericalangle AFC = 180^\circ - 63,43^\circ - 15,52^\circ = 101,05^\circ$$

Sinus-Satz:

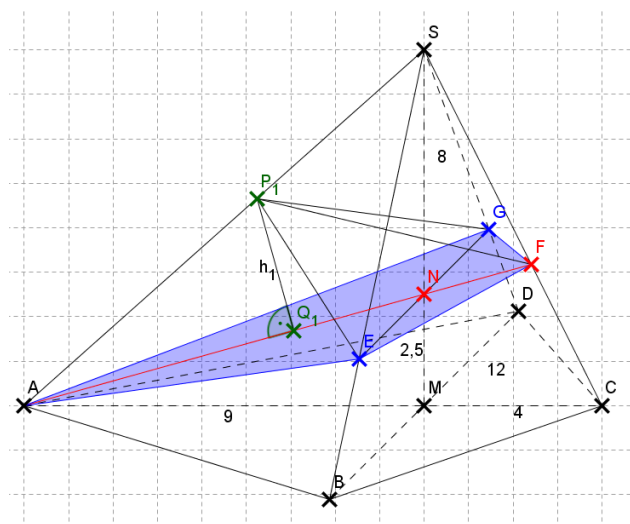
$$\frac{|\overline{AF}|}{\sin \sphericalangle SCA} = \frac{|\overline{AC}|}{\sin \sphericalangle AFC}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{AF}| = \frac{|\overline{AC}| \cdot \sin \sphericalangle SCA}{\sin \sphericalangle AFC} = \frac{13 \text{ cm} \cdot \sin 63,43^\circ}{\sin 101,05^\circ} = 11,85 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Drache}} = 0,5 \cdot |\overline{AF}| \cdot |\overline{EG}|$$

$$\Leftrightarrow A_{\text{Drache}} = 0,5 \cdot 11,85 \text{ cm} \cdot 8,25 \text{ cm} = 48,88 \text{ cm}^2$$

B 2.4



Dreieck AMS:

$$\tan \sphericalangle MAS = \frac{|\overline{MS}|}{|\overline{MA}|} = \frac{8 \text{ cm}}{9 \text{ cm}} = 0,89$$

$$\Rightarrow \sphericalangle MAS = 41,63^\circ$$

$$\sphericalangle FAS = \sphericalangle MAS - \sphericalangle CAF = 41,63^\circ - 15,52^\circ = 26,11^\circ$$

Dreieck AQ_nP_n:

$$\sin \sphericalangle FAS = \frac{|\overline{Q_n P_n}|}{x}$$

$$|\overline{Q_n P_n}| = \sin \sphericalangle FAS \cdot x = \sin 26,11^\circ \cdot x = 0,44x \text{ (cm)}$$

B 2.5

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Drache}} \cdot |\overline{Q_n P_n}|$$

$$\Leftrightarrow V(x) = \frac{1}{3} \cdot 48,88 \cdot 0,44x \text{ cm}^3 = 7,17x \text{ cm}^3$$

$$7,17x = 14$$

$$\Leftrightarrow x = 1,95 \quad L = \{1,95\}$$