Abschlussprüfung 2013
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II Haupttermin
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 15.05.2024

Aufgabe A1

A 1.1

Vierstreckensatz im Bereich FGE:

$$\frac{\overline{GM}}{\overline{GN}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{CD}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{GM} = \frac{\overline{EF} \cdot \overline{GN}}{\overline{CD}} = \frac{14 \cdot 5{,}33}{8}\ \text{mm} = 9{,}33\ \text{mm}$$

$$\overline{NM} = 9{,}33\ \text{mm} - 5{,}33\ \text{mm} = 4\ \text{mm}$$

$$\overline{SN} = 28\ \text{mm} - 4\ \text{mm} = 24\ \text{mm}$$

$$V = V_{Zylinder} + V_{Kegelstumpf}$$

$$\Leftrightarrow V = \overline{AS}^2 \cdot \pi \cdot \overline{SN} + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \overline{FM}^2 \cdot \overline{GM} - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \overline{DN}^2 \cdot \overline{GN}$$

$$\Leftrightarrow V = (4^2 \cdot \pi \cdot 24 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 7^2 \cdot 9{,}33 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 5{,}33)\ \text{mm}^3 = 1595{,}81\ \text{mm}^3$$

A 1.2

$1595{,}81\ \text{mm}^3 = 1{,}59581\ \text{cm}^3$

$1{,}59581 \cdot 7{,}85\ \text{g} = 12{,}53\ \text{g}$

Aufgabe A2 **g: $y = -0{,}5x + 1$**

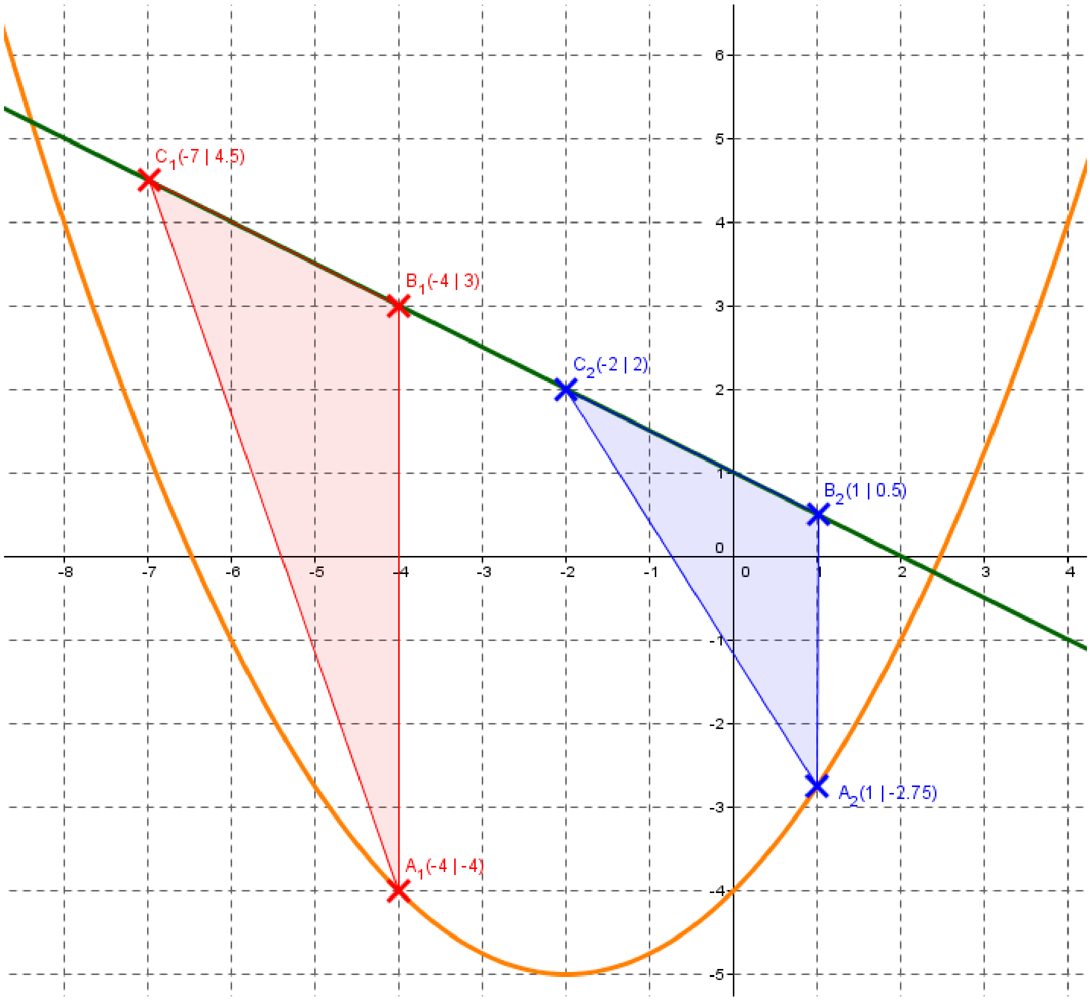
A 2.1 $S(-2 \mid -5)$ p: $y = 0{,}25x^2 + bx + c$

$$y = 0{,}25(x + 2)^2 - 5$$

$$\Leftrightarrow y = 0{,}25(x^2 + 4x + 4) - 5$$

$$\Leftrightarrow y = 0{,}25x^2 + x - 4$$

Damit ist **p: $y = 0{,}25x^2 + x - 4$**



A 2.2

$-0,5x + 1 = 0,25x^2 + x - 4$

$\Leftrightarrow\ 0,25x^2 + 1,5x - 5 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-1,5 \pm \sqrt{1,5^2 - 4 \cdot 0,25 \cdot (-5)}}{2 \cdot 0,25} = \frac{-1,5 \pm \sqrt{7,25}}{0,5}$$

$x_1 = 2,39 \vee x_2 = -8,39 \quad \mathbb{L} = \{-8,39;\ 2,39\}$

Damit ist P(-8,39 | 5,20) und Q(2,39 | -0,20)

A 2.3 Siehe Zeichnung

A 2.4

x-Wert: x – 3 (siehe Angabe)

y-Wert: $-0,5(x - 3) + 1 = -0,5x + 2,5$

Damit ist $C_n(x - 3 \mid -0,5x + 2,5)$

A 2.5

Steigungswinkel der Geraden:

$\tan \varphi = -0,5 \Leftrightarrow \varphi = -26,57°$

Damit ist $\sphericalangle C_nB_nA_n = 26,57° + 90° = 116,57°$

Aufgabe A3

A 3.1

Kosinus-Satz:

$$\overline{S_1S_2}^2 = \overline{MS_1}^2 + \overline{MS_2}^2 - 2 \cdot \overline{MS_1} \cdot \overline{MS_2} \cdot \cos\alpha$$

$$\Leftrightarrow \cos\alpha = \frac{\overline{S_1S_2}^2 - \overline{MS_1}^2 - \overline{MS_2}^2}{-2 \cdot \overline{MS_1} \cdot \overline{MS_2}} = \frac{8{,}85^2 - 7^2 - 7^2}{-2 \cdot 7 \cdot 7} = 0{,}20$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 78{,}42°$$

$$b = \overline{MS_1} \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{180°} = 7 \cdot \pi \cdot \frac{78{,}42°}{180°}\ \mathrm{m} = 9{,}58\ \mathrm{m}$$

A 3.2

Höhe des Lastwagens „ab M“: 4,00 m – 1,10 m = 2,90 m

$$\tan\alpha = \frac{\text{Höhe des Lastwagens „ab M“}}{\text{benötigter Abstand}}$$

$$\Leftrightarrow \text{benötigter Abstand} = \frac{\text{Höhe des Lastwagens „ab M“}}{\tan\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \text{benötigter Abstand} = \frac{2{,}90}{\tan 78{,}42°}\ \mathrm{m} = 0{,}59\ \mathrm{m} > 0{,}5\ \mathrm{m}$$

Der Lastwagen fährt zu dicht an die Schranke heran, „es scheppert“.

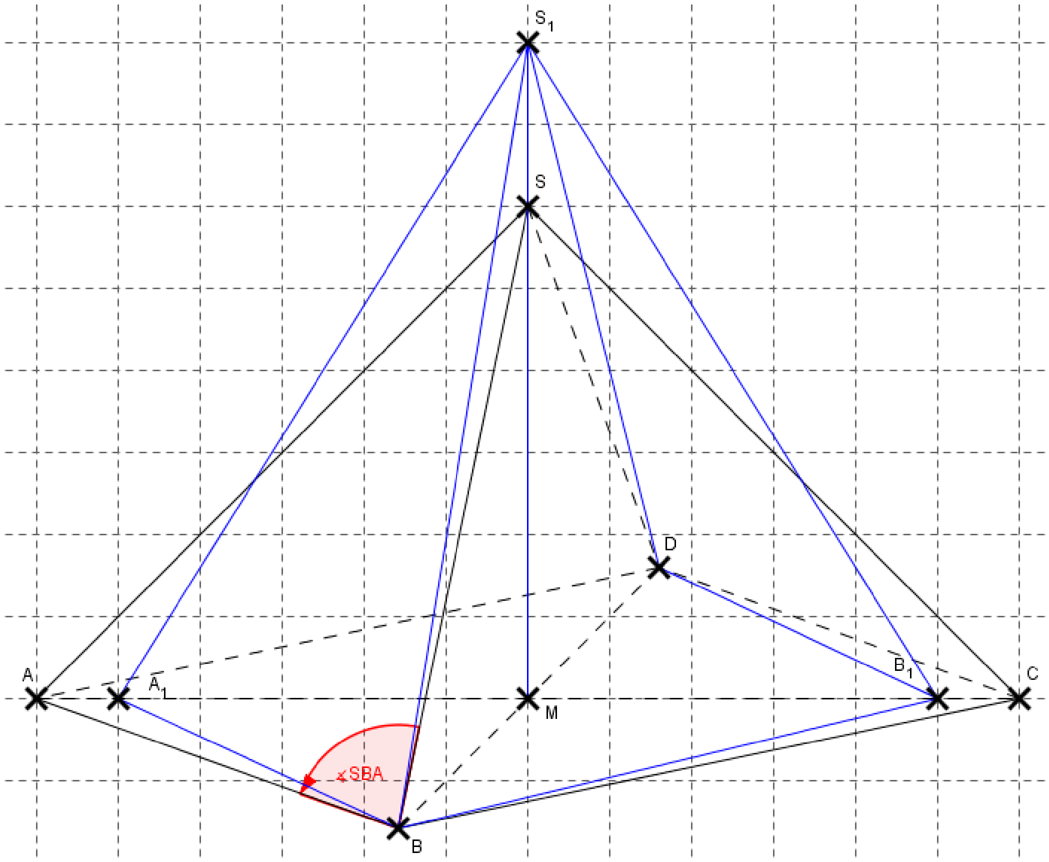
Aufgabe B1

B 1.1

$$\overline{AB}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{BM}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AM}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BM}^2 = (7{,}5^2 - 4{,}5^2)\ cm^2 = 36\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AM} = 6\ cm \text{ und damit } \overline{AC} = 2\,\overline{AM} = 2 \cdot 6\ cm = 12\ cm$$



B 1.2

Pythagoras im Dreieck AMS:

$$\overline{AS}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{MS}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AS}^2 = (6^2 + 6^2)\ cm^2 = 72\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AS} = 8{,}49\ cm$$

Pythagoras im Dreieck BMS:

$$\overline{BS}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{MS}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{BS}^2 = (4{,}5^2 + 6^2)\ cm^2 = 56{,}25\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{BS} = 7{,}5\ cm$$

Kosinus-Satz im Dreieck ABS:

$$\overline{AS}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BS}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BS} \cdot \cos \sphericalangle SBA$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle SBA = \frac{\overline{AS}^2 - \overline{AB}^2 - \overline{BS}^2}{-2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BS}} = \frac{72 - 7{,}5^2 - 7{,}5^2}{-2 \cdot 7{,}5 \cdot 7{,}5} = 0{,}36$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle SBA = 68{,}90°$$

(mit $\overline{AS}^2 = 72{,}0801$ Lösung aus Angabe $\sphericalangle SBA = 68{,}94°$)

$A_{ABS} = 0,5 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BS} \cdot \sin \sphericalangle SBA$

$\Leftrightarrow A_{ABS} = 0,5 \cdot 7,5 \cdot 7,5 \cdot \sin 68,94° \text{ cm}^2 = 26,25 \text{ cm}^2$

B 1.3 Siehe Zeichnung

B 1.4

$V(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{A_nC_n} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{MS_n}$

$\Leftrightarrow V(x) = \frac{1}{6} \cdot (12 - x) \cdot 9 \cdot (6 + x) \text{ cm}^3$

$\Leftrightarrow V(x) = 1,5 \cdot (12 - x) \cdot (6 + x) \text{ cm}^3$

$\Leftrightarrow V(x) = (18 - 1,5x) \cdot (6 + x) \text{ cm}^3$

$\Leftrightarrow V(x) = (108 + 18x - 9x - 1,5x^2) \text{ cm}^3$

$\Leftrightarrow V(x) = (-1,5x^2 + 9x + 108) \text{ cm}^3$

$V(x) = -1,5(x^2 - 6x) + 108$

$\Leftrightarrow V(x) = -1,5(x^2 - 6x + 3^2 - 3^2) + 108$

$\Leftrightarrow V(x) = -1,5(x - 3)^2 + 121,5$

Damit ist $V_{max} = 121,5 \text{ cm}^3$ für $x = 3$.

B 1.5

$V_{alles} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{MS}$

$\Leftrightarrow V_{alles} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 9 \cdot 6 \text{ cm}^3 = 108 \text{ cm}^3$

Also:

$108 \cdot 0,7 = -1,5x^2 + 9x + 108$

$\Leftrightarrow -1,5x^2 + 9x + 32,4 = 0$

$x_{1/2} = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot (-1,5) \cdot 32,4}}{2 \cdot (-1,5)} = \frac{-9 \pm \sqrt{275,4}}{-3}$

$x_1 = 8,53$ $(\vee\ x_2 = -2,53)$ $\mathbb{L} = \{8,53\}$

B 1.6

Dreieck AM_4S_4:

$\tan \sphericalangle MA_4S_4 = \frac{\overline{MS_4}}{\overline{MA_4}}$

$\Leftrightarrow \tan 60° = \frac{6 + x}{6 - 0,5x} \qquad | \cdot (6 - 0,5x)$

$\Leftrightarrow \tan 60° \cdot (6 - 0,5x) = 6 + x$

$\Leftrightarrow \tan 60° \cdot 6 - \tan 60° \cdot 0,5x = 6 + x \quad |-6 \quad |+ \tan 60° \cdot 0,5x$

$\Leftrightarrow \tan 60° \cdot 6 - 6 = x + \tan 60° \cdot 0,5x$

$\Leftrightarrow \tan 60° \cdot 6 - 6 = x \cdot (1 + \tan 60° \cdot 0,5)$ (x ausgeklammert)

$\Leftrightarrow x = \frac{\tan 60° \cdot 6 - 6}{1 + \tan 60° \cdot 0,5} = 2,35 \quad \mathbb{L} = \{2,35\}$

Variante mit Ausrechnen des tan ($\tan 60° = \sqrt{3}$):

$\Leftrightarrow \tan 60° = \dfrac{6 + x}{6 - 0{,}5x} \quad | \cdot (6 - 0{,}5x)$

$\Leftrightarrow \sqrt{3} \cdot (6 - 0{,}5x) = 6 + x$

$\Leftrightarrow \sqrt{3} \cdot 6 - \sqrt{3} \cdot 0{,}5x = 6 + x \quad | -6 \ | +\sqrt{3} \cdot 0{,}5x$

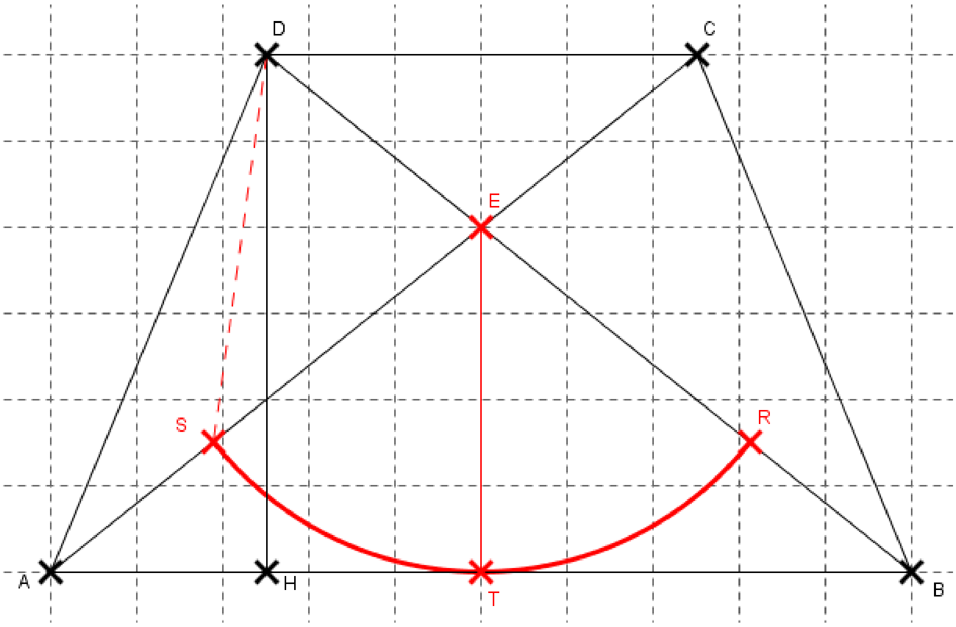
$\Leftrightarrow \sqrt{3} \cdot 6 - 6 = \sqrt{3} \cdot 0{,}5x + x$

$\Leftrightarrow 4{,}39 = 1{,}87x$

$\Leftrightarrow x = 2{,}35 \quad \mathbb{L} = \{2{,}35\}$

Aufgabe B2

B 2.1



B 2.2

Dreieck AHD:

$\sin \sphericalangle BAD = \dfrac{\overline{HD}}{\overline{AD}} = \dfrac{6}{6{,}5} = 0{,}92 \quad \Leftrightarrow \sphericalangle BAD = 67{,}38°$

$\tan \sphericalangle BAD = \dfrac{\overline{HD}}{\overline{AH}}$

$\Leftrightarrow \overline{AH} = \dfrac{\overline{HD}}{\tan \sphericalangle BAD} = \dfrac{6}{\tan 67{,}38°}\ \text{cm} = 2{,}50\ \text{cm}$

Also: $\overline{CD} = \overline{AB} - 2 \cdot \overline{AH} = 10\ \text{cm} - 2 \cdot 2{,}50\ \text{cm} = 5\ \text{cm}$

$\sphericalangle ADC = 180° - 67{,}38° = 112{,}62°$

Kosinus-Satz im Dreieck ACD:

$\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{CD}^2 - 2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{CD} \cdot \cos \sphericalangle ADS$

$\Leftrightarrow \overline{AC}^2 = (6{,}5^2 + 5^2 - 2 \cdot 6{,}5 \cdot 5 \cdot \cos 112{,}62°)\ \text{cm}^2 = 92{,}25\ \text{cm}^2$

$\Leftrightarrow \overline{AC} = 9{,}60\ \text{cm}$

B 2.3 Siehe Zeichnung

B 2.4
Sinus-Satz im Dreieck ABC:

$$\frac{\sin \sphericalangle BAC}{\overline{BC}} = \frac{\sin \sphericalangle CBA}{\overline{AC}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle BAC = \frac{\sin \sphericalangle CBA \cdot \overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\sin 67{,}38° \cdot 6{,}5}{9{,}6} = 0{,}62$$

$\Leftrightarrow \sphericalangle BAC = 38{,}68°$

Dreieck ATE:

$$\tan \sphericalangle BAC = \frac{\overline{ET}}{\overline{AT}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{ET} = \tan \sphericalangle BAC \cdot \overline{AT} = \tan 38{,}68° \cdot 5\ \text{cm} = 4{,}00\ \text{cm}$$

Dreieck ABE:

$\sphericalangle AEB = 180° - 2 \cdot 38{,}68° = 102{,}64°$ [Nach Angabe 102,68°]

$$A_{Sektor} = \overline{ET}^{\,2} \cdot \frac{102{,}68°}{360°} \cdot \pi = 4^2 \cdot \frac{102{,}68°}{360°} \cdot \pi\ \text{cm}^2 = 14{,}34\ \text{cm}^2$$

B 2.5
Dreieck ATE:

$$\sin \sphericalangle BAC = \frac{\overline{ET}}{\overline{AE}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AE} = \frac{\overline{ET}}{\sin \sphericalangle BAC} = \frac{4}{\sin 38{,}68°}\ \text{cm} = 6{,}40\ \text{cm}$$

Damit gilt: $\overline{DE} = \overline{BD} - \overline{EB} = 9{,}60\ \text{cm} - 6{,}40\ \text{cm} = 3{,}20\ \text{cm}$

$\sphericalangle DES = 180° - 102{,}68° = 77{,}32°$

Kosinus-Satz im Dreieck SED:

$$\overline{SD}^{\,2} = \overline{SE}^{\,2} + \overline{DE}^{\,2} - 2 \cdot \overline{SE} \cdot \overline{DE} \cdot \cos \sphericalangle DES$$

$$\Leftrightarrow \overline{SD}^{\,2} = (4^2 + 3{,}2^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3{,}2 \cdot \cos 77{,}32°)\ \text{cm}^2 = 20{,}62\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{SD} = 4{,}54\ \text{cm}$$

$$b = \overline{ET} \cdot \pi \cdot \frac{102{,}68°}{180°} = 4 \cdot \pi \cdot \frac{102{,}68°}{180°}\ \text{cm} = 7{,}17\ \text{cm}$$

Damit ist $u = (7{,}17 + 4 + 3{,}2 + 4{,}54)\ \text{cm} = 18{,}91\ \text{cm}$

B 2.6

$$A_{SED} = 0{,}5 \cdot \overline{SE} \cdot \overline{DE} \cdot \sin \sphericalangle DES$$

$$\Leftrightarrow A_{SED} = (0{,}5 \cdot 4 \cdot 3{,}2 \cdot \sin 77{,}32°)\ \text{cm}^2 = 6{,}24\ \text{cm}^2$$

$A_{B2.5} = 6{,}24\ \text{cm}^2 + 14{,}34\ \text{cm}^2 = 20{,}58\ \text{cm}^2$

$A_{Trapez} = 0{,}5 \cdot (\overline{AB} + \overline{CD}) \cdot h$

$\Leftrightarrow A_{Trapez} = 0{,}5 \cdot (10 + 5) \cdot 6\ cm^2 = 45\ cm^2$

Die Hälfte sind dann 22,50 cm² > 20,58 cm², womit die Fläche aus B 2.5 weniger als die Hälfte des Trapezes ausmacht.