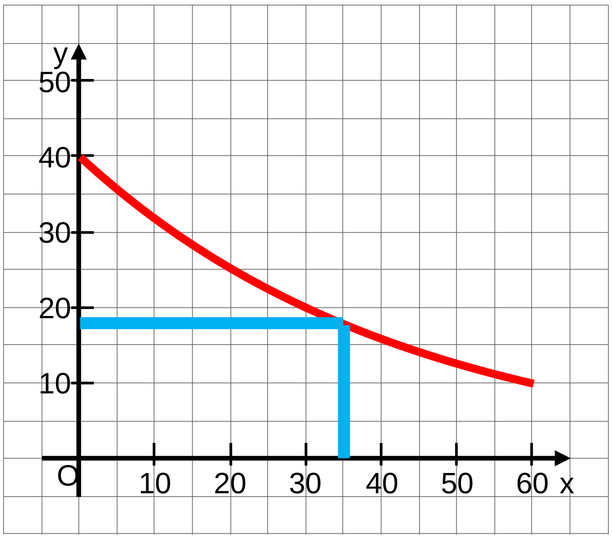
Abschlussprüfung 2010
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II Haupttermin
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 05.06.2019

Aufgabe A1

1.1 f: $y = 40 \cdot 0{,}9772^x$

x	0	10	20	30	40	50	60
y	40	32	25	20	16	13	10



1.2

Knapp 35 Jahre.

[Rechnerisch nur Zweig I: $18 = 40 \cdot 0{,}9772^x$

$\Leftrightarrow\ 0{,}45 = 0{,}9772^x \ \Leftrightarrow\ x = \log_{0{,}9772} 0{,}45 = 34{,}62 \quad \mathbb{L} = \{34{,}62\}$]

1.3

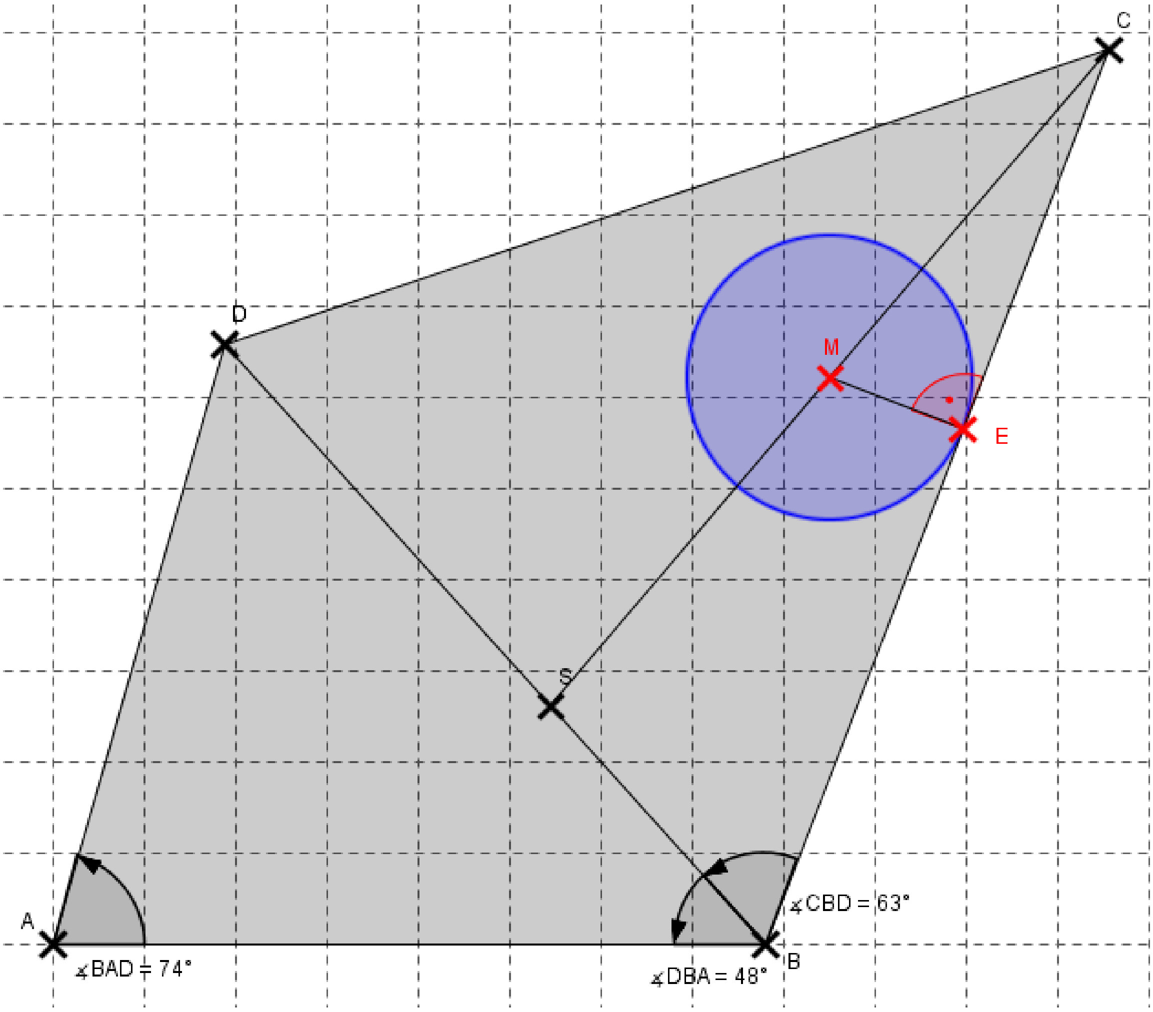
30 Jahre $\triangleq \frac{1}{2}$

60 Jahre $\triangleq \frac{1}{4}$

90 Jahre $\triangleq \frac{1}{8}$

Aufgabe A2

2.1



$\sphericalangle ADB = 180° - \sphericalangle BAD - \sphericalangle DBA = 180° - 74° - 48° = 58°$

Sinus-Satz im Dreieck ABD:

$$\frac{\overline{BD}}{\sin \sphericalangle BAD} = \frac{\overline{AB}}{\sin \sphericalangle ADB}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{BD} = \frac{\overline{AB} \cdot \sin \sphericalangle BAD}{\sin \sphericalangle ADB} \text{ m}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{BD} = \frac{78 \text{ m} \cdot \sin 74°}{\sin 58°} = 88{,}4 \text{ m}$$

2.2

Kosinus-Satz im Dreieck BCS:

$$\overline{SC}^2 = \overline{BS}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{BS} \cdot \overline{BC} \cdot \cos \sphericalangle CBD$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{SC}^2 = (35^2 + 105^2 - 2 \cdot 35 \cdot 105 \cdot \cos 63°) \text{ m}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{SC}^2 = 8913{,}17 \text{ m}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{SC} = 94{,}4 \text{ m}$$

Sinus-Satz im Dreieck BCS:

$$\frac{\overline{BS}}{\sin \sphericalangle SCB} = \frac{\overline{SC}}{\sin \sphericalangle CBD}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle SCB = \frac{\overline{BS} \cdot \sin \sphericalangle CBD}{\overline{SC}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle SCB = \frac{35\ m \cdot \sin 63°}{94{,}4\ m} = 0{,}33$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle SCB = 19{,}3°$$

Dreieck MEC:

$$\sin \sphericalangle SCB = \frac{\overline{ME}}{0{,}5 \cdot \overline{SC}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{ME} = \sin \sphericalangle SCB \cdot 0{,}5 \cdot \overline{SC} = \sin 19{,}3° \cdot 47{,}2\ m = 15{,}6\ m$$

Damit ist $A_{Kreis} = \overline{ME}^2 \cdot \pi = (15{,}6\ m)^2 \cdot \pi = 764{,}5\ m^2$

Aufgabe A3

3.1

Dreieck BPA:

$\sphericalangle APB = (180° - \sphericalangle BSC) : 2 = (180° - 50°) : 2 = 65°$

$$\tan \sphericalangle APB = \frac{\overline{AB}}{\overline{AP}} \Leftrightarrow \overline{AP} = \frac{\overline{AB}}{\tan \sphericalangle APB} = \frac{1{,}4\ cm}{\tan 65°} = 0{,}7\ cm$$

$\overline{PN} = \overline{AN} - \overline{AP} = 6\ cm - 0{,}7\ cm = 5{,}3\ cm$

Dreieck PNS:

$$\tan \sphericalangle PSN = \frac{\overline{PN}}{\overline{SN}} \Leftrightarrow \overline{SN} = \frac{\overline{PN}}{\tan \sphericalangle PSN} = \frac{5{,}3\ cm}{\tan 25°} = 11{,}4\ cm$$

$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \overline{PN}^2 \cdot \overline{SN}$$

$$V_{Zylinder} = \pi \cdot \overline{AN}^2 \cdot \overline{AB}$$

$$V_{Halbkugel} = \frac{4}{6} \cdot \pi \cdot \overline{BM}^3$$

$$\text{Damit ist } V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \overline{PN}^2 \cdot \overline{SN} + \pi \cdot \overline{AN}^2 \cdot \overline{AB} + \frac{4}{6} \cdot \pi \cdot \overline{BM}^3$$

$$\Leftrightarrow V = \left(\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5{,}3^2 \cdot 11{,}4 + \pi \cdot 6^2 \cdot 1{,}4 + \frac{4}{6} \cdot \pi \cdot 6^3\right)\ cm^3 = 946{,}1\ cm^3$$

Aufgabe B1

B 1.1 S(2 | 8) C(4 | 7)

Scheitelform: $y = a\cdot(x - 2)^2 + 8$

$\Leftrightarrow\ 7 = a\cdot(4 - 2)^2 + 8$

$\Leftrightarrow\ -1 = a\cdot 4$

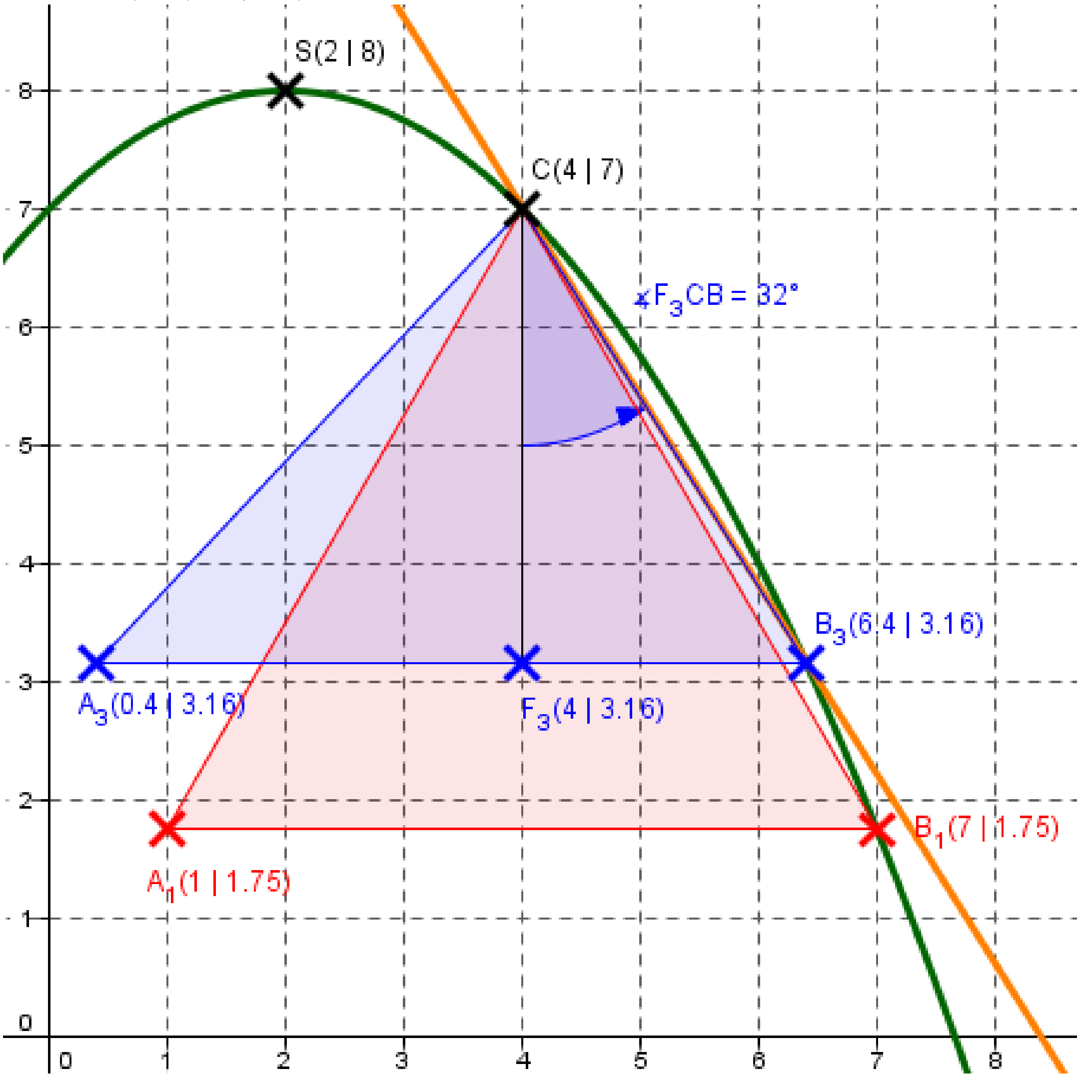
$\Leftrightarrow\ a = -0{,}25$ Einsetzen in $y = a\cdot(x - 2)^2 + 8$

Also: $y = -0{,}25(x - 2)^2 + 8$

$\Leftrightarrow\ y = -0{,}25(x^2 - 4x + 4) + 8$

$\Leftrightarrow\ y = -0{,}25x^2 + x + 7$ Damit ist **p: $y = -0{,}25x^2 + x + 7$**

B 1.2 **$B_1(7 \mid 1{,}75)$**



$\overline{B_1C} = \sqrt{(4 - 7)^2 + (7 - 1{,}75)^2}$ cm

$\Leftrightarrow\ \overline{B_1C} = \sqrt{36{,}5625}$ cm $= 6{,}05$ cm $\neq 6$ cm

B 1.3

$$\overrightarrow{B_nC} = \begin{pmatrix} 4 - x \\ 7 - (-0{,}25x^2 + x + 7) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - x \\ 0{,}25x^2 - x \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{B_nA} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A(x) = 0{,}5 \cdot \begin{vmatrix} 4 - x & -6 \\ 0{,}25x^2 - x & 0 \end{vmatrix} \text{ FE}$$

$$\Leftrightarrow A(x) = 0{,}5 \cdot (1{,}5x^2 - 6x) \text{ FE}$$

$$\Leftrightarrow A(x) = (0{,}75x^2 - 3x) \text{ FE}$$

B 1.4

$$12 = 0{,}75x^2 - 3x$$

$$\Leftrightarrow 0{,}75x^2 - 3x - 12 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 0{,}75 \cdot (-12)}}{2 \cdot 0{,}75} =$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{45}}{1{,}5} \Rightarrow x_1 = 6{,}47 \text{ (und } x_2 = -2{,}47) \quad \mathbb{L} = \{6{,}47\}$$

Damit ist $B_3(6{,}47 \mid 3{,}00)$

B 1.5

32° bedeutet, dass der Winkel einer Geraden durch C und B_3 das Maß 90° - 32° = 58° haben muss. tan 58° = -1,60

Punkt-Steigungs-Form:

$y = -1{,}6(x - 4) + 7 \Leftrightarrow$ **$g\colon y = -1{,}6x + 13{,}4$**

[Zur Veranschaulichung orange eingezeichnet]

Der untere Schnittpunkt von **g** und **p** ist B_3.

$$-1{,}6x + 13{,}4 = -0{,}25x^2 + x + 7$$

$$\Leftrightarrow -0{,}25x^2 + 2{,}6x - 6{,}4 = 0$$

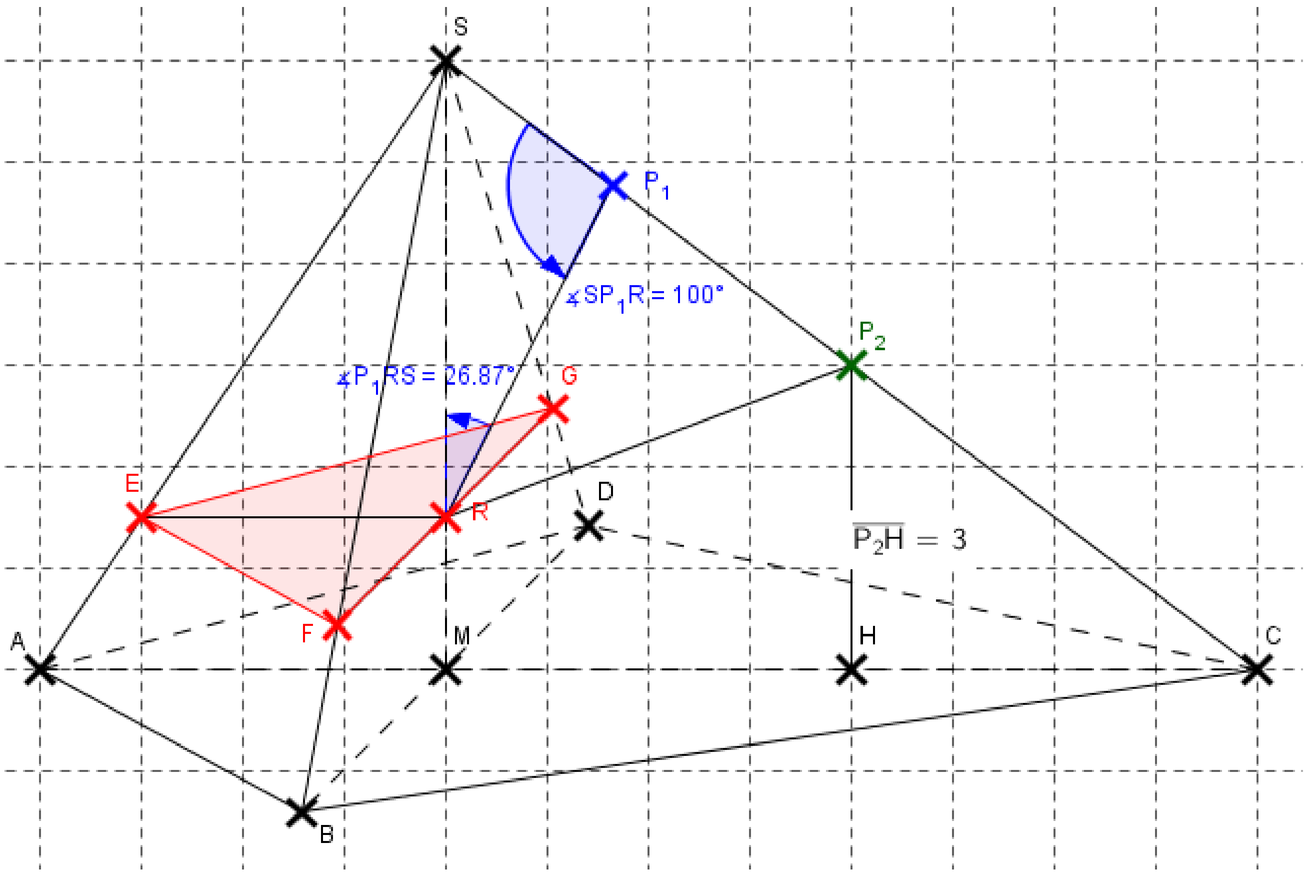
$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2{,}6 \pm \sqrt{2{,}6^2 - 4 \cdot (-0{,}25) \cdot (-6{,}4)}}{2 \cdot (-0{,}25)}$$

$$= \frac{-2{,}6 \pm \sqrt{0{,}36}}{-0{,}5} \Rightarrow x_1 = 6{,}4 \text{ (und } x_2 = 4) \quad \mathbb{L} = \{6{,}4\}$$

Damit ist **$B_3(6{,}4 \mid 3{,}16)$**.

Aufgabe B2

B 2.1



Dreieck MCS:

$$\overline{MS}^2 = \overline{CS}^2 - \overline{MC}^2 =$$

$$\Leftrightarrow \overline{MS}^2 = (10^2 - 8^2)\ cm^2 = 36\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{MS} = 6{,}00\ cm$$

$$\tan ∢SCM = \frac{\overline{MS}}{\overline{MC}} = \frac{6}{8} = 0{,}75 \quad \Leftrightarrow ∢SCM = 36{,}87°$$

B 2.2

Vierstrecken-Satz im Dreieck SBD:

$$\frac{\overline{FG}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{SR}}{\overline{SM}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{FG} = \frac{\overline{SR} \cdot \overline{BD}}{\overline{SM}} = \frac{4{,}5 \cdot 8}{6}\ cm = 6\ cm$$

B 2.3

$$V_{ABDS} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{AM} \cdot \overline{MS}$$

$$\Leftrightarrow V_{ABDS} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 \cdot 6\ cm^3 = 32\ cm^3$$

Vierstrecken-Satz im Dreieck SAM:

$$\frac{\overline{ER}}{\overline{AM}} = \frac{\overline{SR}}{\overline{SM}} \Leftrightarrow \overline{ER} = \frac{\overline{SR} \cdot \overline{AM}}{\overline{SM}} = \frac{4{,}5 \cdot 4}{6}\ \text{cm} = 3\ \text{cm}$$

$$V_{EFGS} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{FG} \cdot \overline{ER} \cdot \overline{RS}$$

$$\Leftrightarrow V_{EFGS} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 \cdot 4{,}5\ \text{cm}^3 = 13{,}50\ \text{cm}^3$$

13,50 : 32 = 0,421875 $\Rightarrow$ 42,1875 %

B 2.4

$\sphericalangle MSC = 180° - 90° - \sphericalangle SCM = 90° - 36{,}87° = 53{,}13°$

$\sphericalangle SP_1R = 100°$ und damit $\sphericalangle P_1RS = 180° - 100° - 53{,}13° = 26{,}87°$

Sinus-Satz im Dreieck RP_1S:

$$\frac{\overline{RP_1}}{\sin \sphericalangle MSC} = \frac{\overline{RS}}{\sin \sphericalangle SP_1R}$$

$$\Leftrightarrow \overline{RP_1} = \frac{\overline{RS} \cdot \sin \sphericalangle MSC}{\sin \sphericalangle SP_1R}\ \text{cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{RP_1} = \frac{4{,}5\ \text{cm} \cdot \sin 53{,}13°}{\sin 100°} = 3{,}66\ \text{cm}$$

$$A_{P1SR} = 0{,}5 \cdot \sin \sphericalangle P_1RS \cdot \overline{RP_1} \cdot \overline{RS}$$

$$\Leftrightarrow A_{P1SR} = 0{,}5 \cdot \sin 26{,}87° \cdot 3{,}66 \cdot 4{,}5\ \text{cm}^2 = 3{,}72\ \text{cm}^2$$

B 2.5

Dreieck HCP_2:

$$\sin \sphericalangle SCM = \frac{\overline{HP_2}}{\overline{CP_2}} \Leftrightarrow \overline{CP_2} = \frac{\overline{HP_2}}{\sin \sphericalangle SCM} = \frac{3\ \text{cm}}{\sin 36{,}87°} = 5\ \text{cm}$$

Damit ist $\overline{SP_2} = 10\ \text{cm} - 5\ \text{cm} = 5\ \text{cm}$

Kosinus-Satz im Dreieck RP_2S:

$$\overline{RP_2}^2 = \overline{RS}^2 + \overline{SP_2}^2 - 2 \cdot \overline{RS} \cdot \overline{SP_2} \cdot \cos \sphericalangle MSC$$

$$\Leftrightarrow \overline{RP_2}^2 = (4{,}5^2 + 5^2 - 2 \cdot 4{,}5 \cdot 5 \cdot \cos 53{,}13°)\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{RP_2}^2 = 18{,}5\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{RP_2} = 4{,}27\ \text{cm}$$

Sinus-Satz im Dreieck RP_2S:

$$\frac{\overline{RP_2}}{\sin \sphericalangle MSC} = \frac{\overline{RS}}{\sin \sphericalangle SP_2R}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle SP_2R = \frac{\overline{RS} \cdot \sin \sphericalangle MSC}{\overline{RP_2}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle SP_2R = \frac{4{,}5\ \text{cm} \cdot \sin 53{,}13°}{4{,}27\ \text{cm}} = 0{,}84$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle SP_2R = 57{,}47°$$