Abschlussprüfung 2009
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II Nachtermin
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 29.05.2013

Aufgabe A1

Dreieck GAH:

$$\tan 40° = \frac{\overline{GH}}{\overline{AH}} \Leftrightarrow \overline{AH} = \frac{31{,}5\ \text{cm}}{\tan 40°} = 37{,}5\ \text{cm}$$

$$\overline{GA} = \sqrt{\overline{GH}^2 + \overline{AH}^2}\ \text{cm} = \sqrt{31{,}5^2 + 37{,}5^2}\ \text{cm} = \sqrt{2398{,}5}\ \text{cm} = 49\ \text{cm}$$

$$\overline{BC} = \overline{AM} - \overline{AH} = 70\ \text{cm} - 37{,}5\ \text{cm} = 32{,}5\ \text{cm}$$

$$M_{GAB} = \pi \cdot \overline{GH} \cdot \overline{GA} = \pi \cdot 31{,}5 \cdot 49\ \text{cm}^2$$

$$M_{GBCF} = 2 \cdot \pi \cdot \overline{GH} \cdot \overline{BC} = 2 \cdot \pi \cdot 31{,}5 \cdot 32{,}5\ \text{cm}^2$$

$$A_{FEDC} = (\overline{MF}^2 - \overline{ME}^2) \cdot \pi = (63^2 - 15^2) \cdot \pi\ \text{cm}^2$$

$$O_{HalbkugelEMD} = 2 \cdot \pi \cdot \overline{ME}^2 = 2 \cdot \pi \cdot 15^2\ \text{cm}^2$$

Alles zusammen:

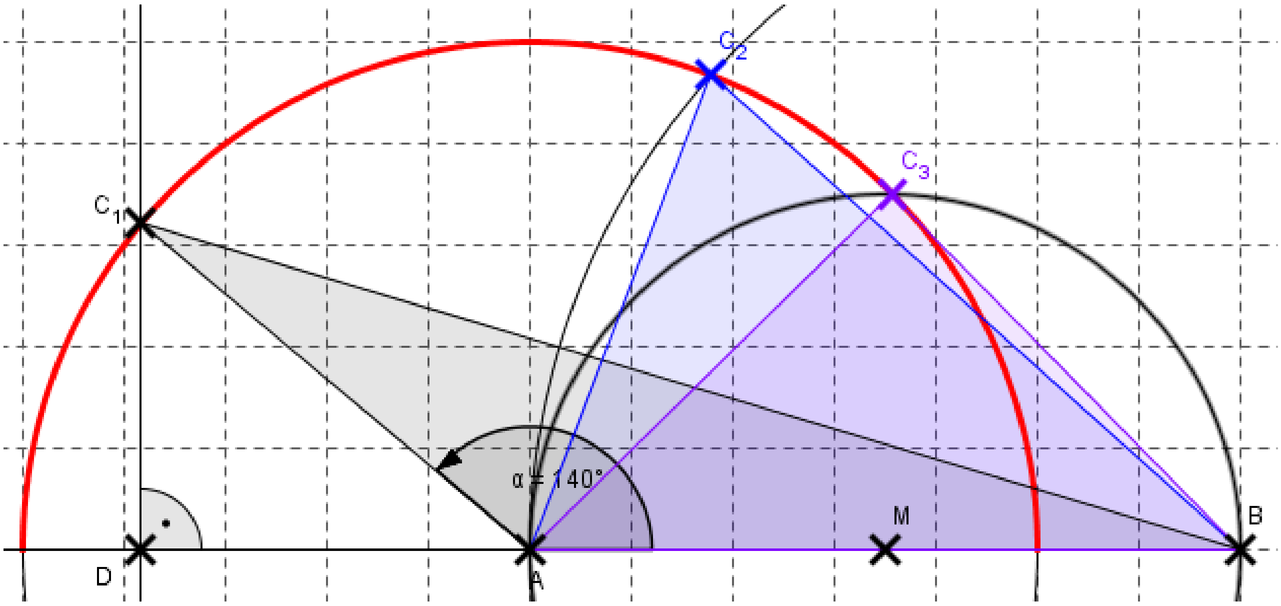
$$M = (\pi \cdot 31{,}5 \cdot 49 + 2 \cdot \pi \cdot 31{,}5 \cdot 32{,}5 + (31{,}5^2 - 15^2) \cdot \pi + 2 \cdot \pi \cdot 15^2)\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow M = 15105{,}6\ \text{cm}^2 = 151{,}056\ \text{dm}^2 = 1{,}51056\ \text{m}^2$$

Also die größere Dose, da die kleine gerade so nicht reicht.

Aufgabe A2

2.1



$A_1 = 0{,}5 \cdot \sin \alpha_1 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC}$

$\Leftrightarrow \quad A_1 = 0{,}5 \cdot \sin 140° \cdot 7 \cdot 5 \text{ cm}^2 = 11{,}25 \text{ cm}^2$

Dreieck ACD:

$$\sin(180° - \alpha_1) = \frac{\overline{DC}}{\overline{AC}}$$

$\Leftrightarrow \quad \overline{DC} = \sin(180° - \alpha_1) \cdot \overline{AC} = \sin 40° \cdot 5 \text{ cm} = 3{,}21 \text{ cm}$

2.2 Roter Halbkreis, der die Gerade AB nicht berührt.

2.3 Kosinus-Satz

$\overline{AC_2}^{\,2} = \overline{AB}^{\,2} + \overline{BC_2}^{\,2} - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC_2} \cdot \cos \sphericalangle C_2BA$

$$\Leftrightarrow \quad \cos \sphericalangle C_2BA = \frac{\overline{AC_2}^{\,2} - \overline{AB}^{\,2} - \overline{BC_2}^{\,2}}{-2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC_2}} = \frac{5^2 - 7^2 - 7^2}{-2 \cdot 7 \cdot 7} = 0{,}74$$

$\Leftrightarrow \quad \sphericalangle C_2BA = 41{,}85°$

2.4 Wenn das Dreieck gleichschenklig ist, dann gilt:

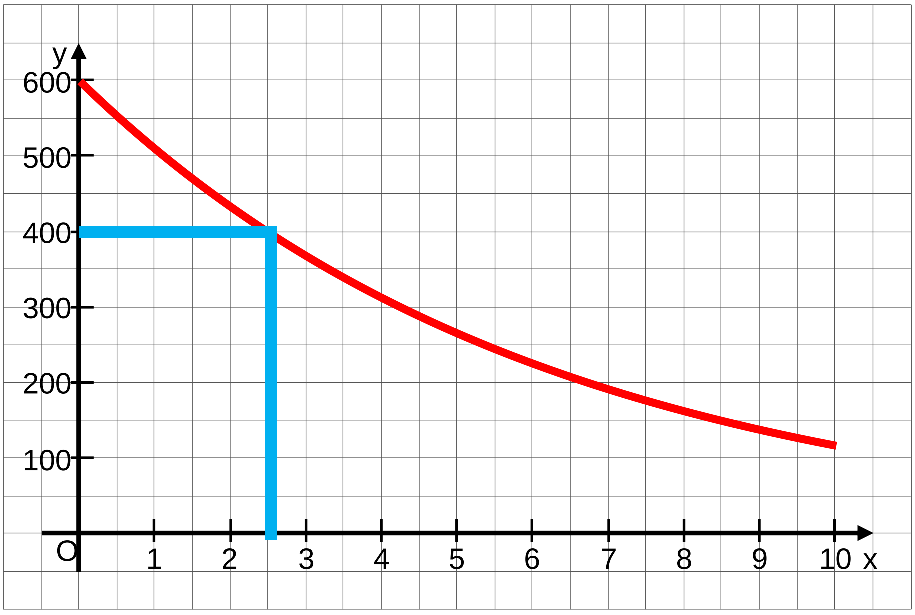
$\overline{AC_3} = \overline{BC_3}$ und Pythagoras $\overline{AB}^{\,2} = \overline{AC_3}^{\,2} + \overline{BC_3}^{\,2}$

$\Leftrightarrow \quad 7^2 = 5^2 + 5^2$ (f)

Aufgabe A3

3.1 **f: $y = 600 \cdot 0{,}85^x$**

x	0	1	2	4	6	8	10
y	600	510	434	313	226	163	118



3.2 Nach ca. 2,5 Stunden, also um 12:30 Uhr

[Rechnerisch nur Zweig I: $400 = 600 \cdot 0{,}85^x$

$\Leftrightarrow \frac{2}{3} = 0{,}85^x \Leftrightarrow x = \log_{0,85}\frac{2}{3} = 2{,}49 \quad \mathbb{L} = \{2{,}49\}$]

3.3

$y = 600 \cdot 0{,}85^{-1} \approx 706 \quad \mathbb{L} = \{706\}$

Wer auf die „hoch minus 1" nicht kommt, kann die Aufgabe auch anders lösen:

Vor 1 Jahr:

$y \cdot 0{,}85 = 600 \Leftrightarrow y = 706$

Oder nochmal anders:

$600{,}00 \triangleq 85\ \%$

$7{,}06 \triangleq 1\ \%$

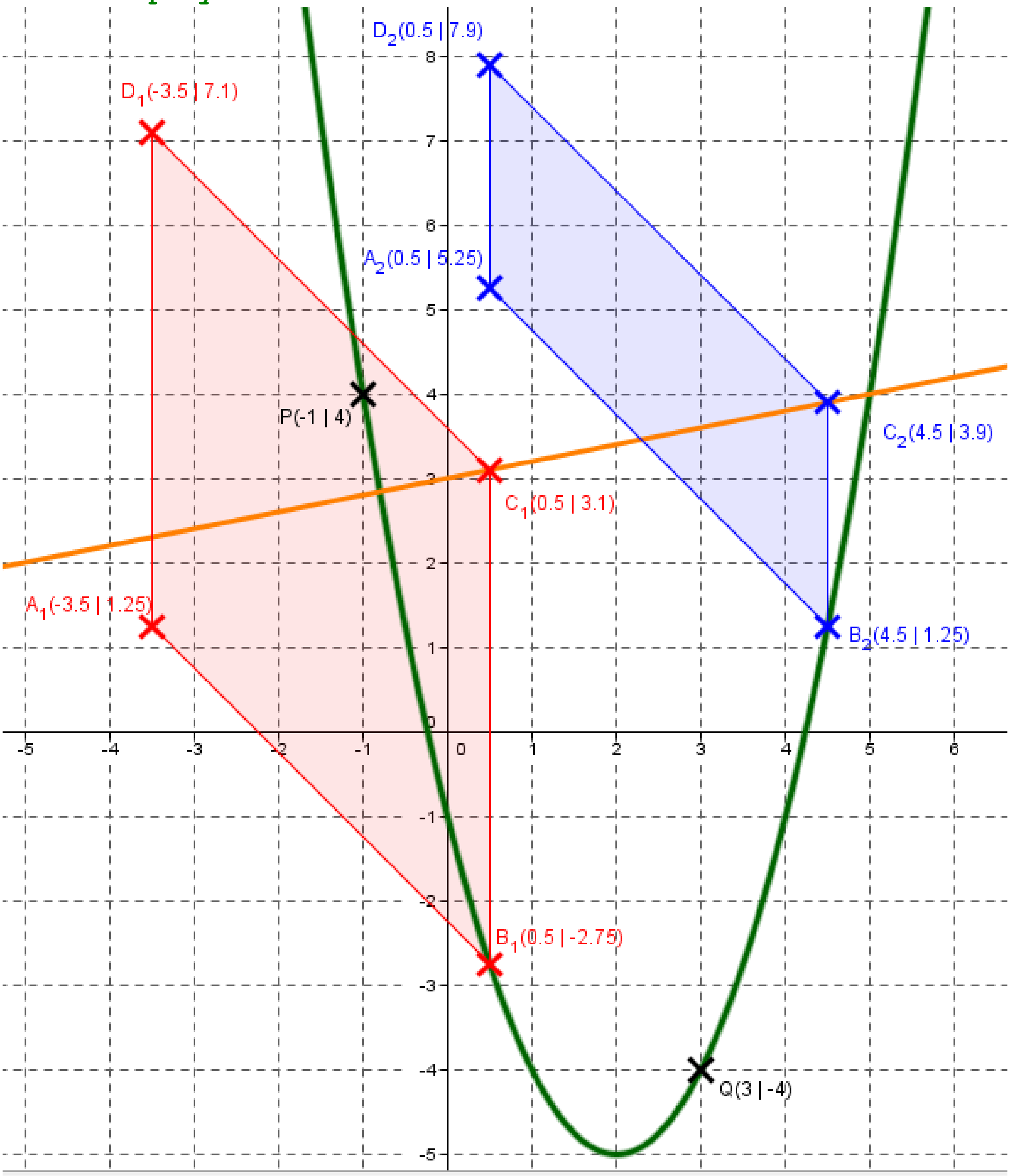
$706{,}00 \triangleq 100\ \%$

Aufgabe B1

B 1.1 und B 1.2 P(-1 | 4) Q(3 | -4) **g: y = 0,2x + 3**

$$\text{I} \quad 4 = (-1)^2 - b + c$$
$$\text{II} \quad -4 = 3^2 + 3b + c$$
$$\Leftrightarrow \quad \text{I} \quad c = 3 + b$$
$$\text{II} \quad c = -13 - 3b$$
$$\text{I} = \text{II} \quad 3 + b = -13 - 3b$$
$$\Leftrightarrow \quad 4b = -16$$
$$\Leftrightarrow \quad b = -4 \quad \text{in I}$$
$$c = 3 - 4 = -1$$

Damit ist **p: y = x² − 4x − 1**



B 1.3

$\overrightarrow{OA_1} = \overrightarrow{OB_1} \oplus \overrightarrow{B_1A_1}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OA_1} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ -2,75 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3,5 \\ 1,25 \end{pmatrix}$

B 1.4

$\overline{B_nC_n} = \sqrt{(x - x)^2 + (\mathbf{0,2x + 3} - (\mathbf{x^2 - 4x - 1}))^2}$ LE

$\Leftrightarrow \overline{B_nC_n} = (0,2x + 3 - x^2 + 4x + 1))$ LE

$\Leftrightarrow \overline{B_nC_n} = (-x^2 + 4,2x + 4)$ LE

$A(x) = 4 \cdot (-x^2 + 4,2x + 4)$ FE

$\Leftrightarrow A(x) = (-4x^2 + 16,8x + 16)$ FE

$40 = -4x^2 + 16,8x + 16$

$\Leftrightarrow -4x^2 + 16,8x - 24 = 0$

$D = 16,8^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-24) = -101,76$

$D < 0 \Rightarrow$ Keine Lösung $\Rightarrow$ Nein, so ein Parallelogramm gibt es nicht.

B 1.5

Jede Gerade B_nA_n hat die Steigung -1.

$\tan \alpha = -1 \Leftrightarrow \alpha = -45$ bzw. $\alpha = 180° - 45° = 135°$

$135° - 90° = 45°$

B 1.6

$\overline{B_3A_3} = \sqrt{(-4)^2 + 4^2}$ cm $= \sqrt{32}$ cm

$\sphericalangle B_3A_3C_3 = 30°$ Damit ist $\sphericalangle A_3C_3B_3 = 180° - 30° - 45° = 105°$

Sinus-Satz im Dreieck $A_3B_3C_3$:

$$\frac{\overline{B_3C_3}}{\sin \sphericalangle B_3A_3C_3} = \frac{\overline{B_3A_3}}{\sin \sphericalangle A_3C_3B_3}$$

$$\Leftrightarrow \overline{B_3C_3} = \frac{\sqrt{32} \cdot \sin \sphericalangle B_3A_3C_3}{\sin \sphericalangle A_3C_3B_3} \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{B_3C_3} = \frac{\sqrt{32} \cdot \sin 30°}{\sin 105°} \text{ cm} = 2,93 \text{ cm}$$

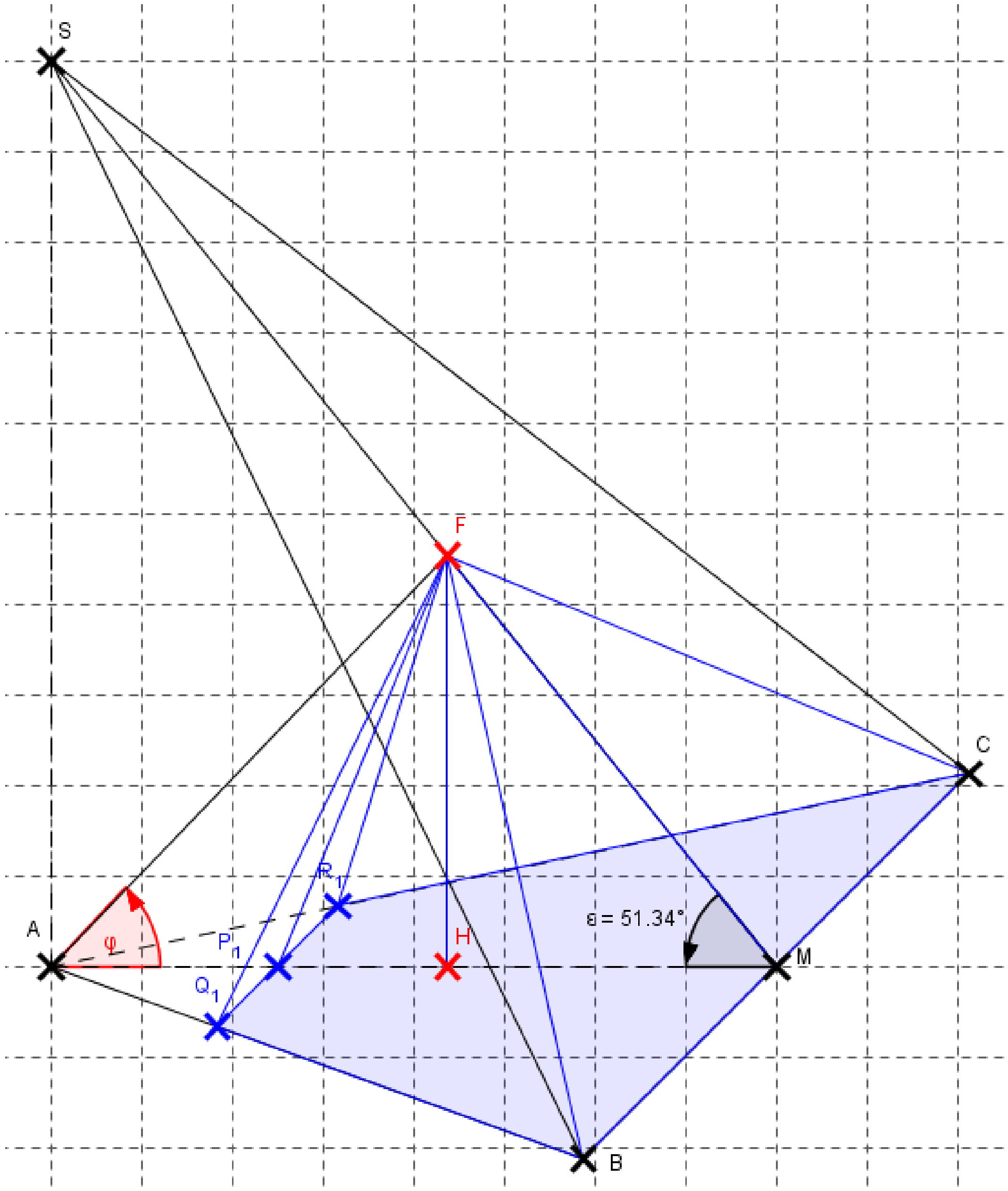
Aufgabe B2

B 2.1

Dreieck ABM:

$\overline{BM} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AM}^2}\ cm = \sqrt{10^2 - 8^2}\ cm = \sqrt{36}\ cm = 6\ cm$

$\overline{BC} = 2 \cdot \overline{BM} = 2 \cdot 6\ cm = 12\ cm$



B 2.2

Dreieck AMS:

$\overline{MS} = \sqrt{\overline{AS}^2 + \overline{AM}^2}\ cm = \sqrt{10^2 + 8^2}\ cm = \sqrt{164}\ cm = 12{,}81\ cm$

tan ε

$= \frac{\overline{AS}}{\overline{AM}} = \frac{10}{8} = 1{,}25 \quad \Leftrightarrow \varepsilon = 51{,}34°$

B 2.3

Kosinus-Satz im Dreieck AMF:

$$\overline{AF}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{FM}^2 - 2 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{FM} \cdot \cos \varepsilon$$

$$\Leftrightarrow \overline{AF}^2 = (8^2 + (12,81 - 7)^2 - 2 \cdot 8 \cdot (12,81 - 7) \cdot \cos 51,34°)\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AF}^2 = 39,68\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AF} = 6,30\ \text{cm}$$

Sinus-Satz im Dreieck AMF:

$$\frac{\sin \varphi}{\overline{FM}} = \frac{\sin \varepsilon}{\overline{AF}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \varphi = \frac{\sin \varepsilon \cdot \overline{FM}}{\overline{AF}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \varphi = \frac{\sin 51,34° \cdot (12,81 - 7)\ \text{cm}}{6,30\ \text{cm}} = 0,72$$

$$\Leftrightarrow \varphi = 46,07°$$

B 2.4

Vierstreckensatz im Bereich ABC:

$$\frac{\overline{Q_nR_n}(x)}{\overline{BC}} = \frac{\overline{P_nA}(x)}{\overline{AM}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{Q_nR_n}(x) = \frac{\overline{P_nA}(x) \cdot \overline{BC}}{\overline{AM}}\ \text{cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{Q_nR_n}(x) = \frac{(8 - x) \cdot 12}{8}\ \text{cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{Q_nR_n}(x) = (8 - x) \cdot 1,5\ \text{cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{Q_nR_n}(x) = (12 - 1,5x)\ \text{cm}$$

B 2.5
Dreieck HMF:

$$\sin \varepsilon = \frac{\overline{HF}}{\overline{MF}}$$

$\Leftrightarrow \overline{HF} = \sin \varepsilon \cdot \overline{MF}$ cm

$\Leftrightarrow \overline{HF} = \sin 51{,}34° \cdot (12{,}81 - 7)$ cm $= 4{,}54$ cm

$V(x) = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot (\overline{BC} + \overline{Q_nR_n}(x)) \cdot x \cdot \overline{HF}$ cm³

$\Leftrightarrow V(x) = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot (12 + (12 - 1{,}5x)) \cdot x \cdot 4{,}54$ cm³

$\Leftrightarrow V(x) = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot (24 - 1{,}5x) \cdot x \cdot 4{,}54$ cm³

$\Leftrightarrow V(x) = (-1{,}14x^2 + 18{,}16x)$ cm³

B 2.6

$V_{ABCS} = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AM} \cdot \overline{AS}$ cm³

$\Leftrightarrow V_{ABCS} = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot 12 \cdot 8 \cdot 10$ cm³ $= 160$ cm³

25 % von 160 sind 40   Also:

$40 = -1{,}14x^2 + 18{,}16x$

$\Leftrightarrow 1{,}14x^2 - 18{,}16x + 40 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{18{,}16 \pm \sqrt{(-18{,}16)^2 - 4 \cdot 1{,}14 \cdot 40}}{2 \cdot 1{,}14}$$

$$= \frac{18{,}16 \pm \sqrt{147{,}3856}}{2{,}28}$$

$\Rightarrow x_1 = 2{,}64$ (und $x_2 = 13{,}29$) $\mathbb{L} = \{2{,}64\}$