Abschlussprüfung 2007
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II Nachtermin
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 01.06.2013

Aufgabe P1
Dreieck FSM:

$\tan \sphericalangle MSF = \dfrac{\overline{FM}}{\overline{MS}} \Leftrightarrow \overline{MS} = \dfrac{\overline{FM}}{\tan \sphericalangle MSF} = \dfrac{4}{\tan 35°}\ cm = 5{,}7\ cm$

$\overline{FS} = \sqrt{\overline{FM}^2 + \overline{MS}^2}\ cm = \sqrt{4^2 + 5{,}7^2}\ cm = \sqrt{48{,}49}\ cm = 7\ cm$

$M_{Kegel} = \overline{FM} \cdot \pi \cdot \overline{FS}$

M'ist der Mittelpunkt von [DC].

$\overline{DM'} = 4\ cm - 1\ cm = 3\ cm$

$A_{EB} = \overline{EM'}^2 \cdot \pi$

$M_{EB} = 2 \cdot \overline{EM'} \cdot \pi \cdot \overline{EF}$

$M_{DC} = 2 \cdot \overline{DM'} \cdot \pi \cdot \overline{EF}$

$O = M_{Kegel} + A_{EB} + M_{EB} + M_{DC}$

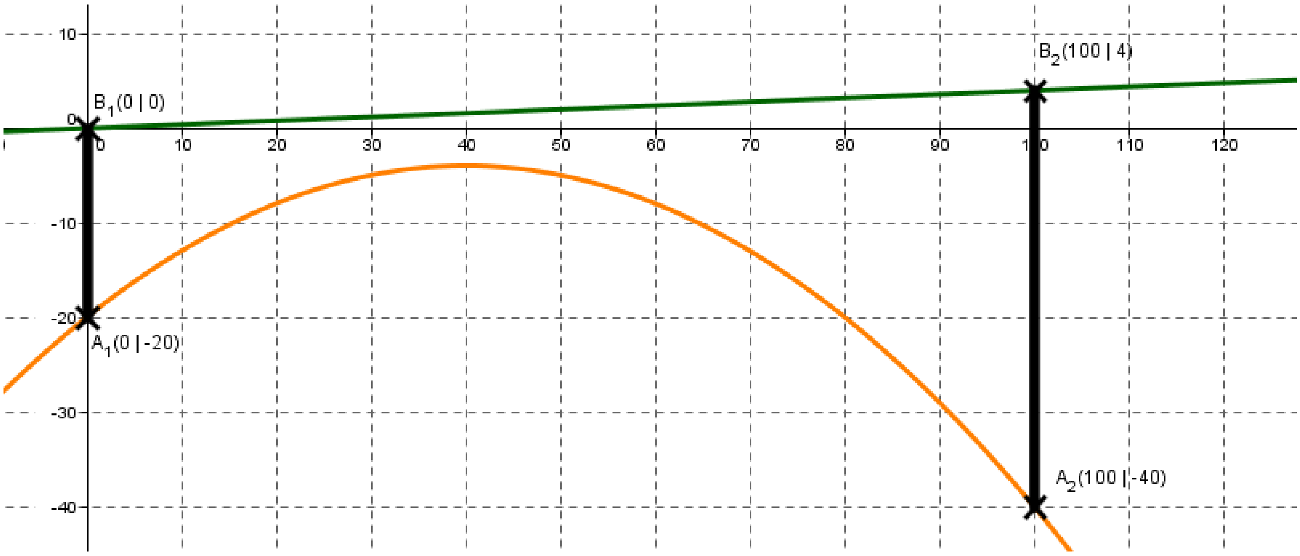
$\Leftrightarrow O = (\overline{FM} \cdot \pi \cdot \overline{FS} + \overline{EM'}^2 \cdot \pi + 2 \cdot \overline{EM'} \cdot \pi \cdot \overline{EF} + 2 \cdot \overline{DM'} \cdot \pi \cdot \overline{EF})\ cm^2$

$\Leftrightarrow O = (4 \cdot \pi \cdot 7 + 4^2 \cdot \pi + 2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot \pi \cdot 2)\ cm^2$

$\Leftrightarrow O = (28 + 16 + 16 + 12) \cdot \pi\ cm^2 = 72 \cdot \pi\ cm^2 = 226{,}2\ cm^3$

Aufgabe P2

P 2.1



P 2.2

$m = \frac{4}{100} = 0{,}04$

Damit ist die Gerade B_1B_2 **g: y = 0,04x**

P 2.3 **p: y = -0,01x² + 0,8x - 20**

$A_1(0 \mid y_1)$ Also: $y_1 = -0{,}01 \cdot 0^2 + 0{,}8 \cdot 0 - 20 = -20$

Also $A_1(0 \mid 20)$ ✓

$A_2(100 \mid y_2)$ Also: $y_2 = -0{,}01 \cdot 100^2 + 0{,}8 \cdot 100 - 20 = -40$

Also $A_2(100 \mid -40)$ ✓

P 2.4

$$\overline{A_nB_n} = \sqrt{(x - x)^2 + (\mathbf{0{,}04x} - (\mathbf{-0{,}01x^2 + 0{,}8x - 20})^2)}\ \text{m}$$

$$\Leftrightarrow \overline{A_nB_n} = (0{,}04x + 0{,}01x^2 - 0{,}8x + 20)\ \text{m}$$

$$\Leftrightarrow \overline{A_nB_n} = (0{,}01x^2 - 0{,}76x + 20)\ \text{m}$$

$$\overline{A_0B_0} = 0{,}01(x^2 - 76x) + 20$$

$$\Leftrightarrow \overline{A_0B_0} = 0{,}01(x^2 - 76x + 38^2 - 38^2) + 20$$

$$\Leftrightarrow \overline{A_0B_0} = 0{,}01(x - 38) + 5{,}56$$

Damit ist $\overline{A_0B_0} = 5{,}56$ m für $x = 38$.

Aufgabe P3

P 3.1

„Halbes Dreieck“:

$360° : 10 = 36°$

$$\sin 0{,}5 \cdot 36° = \frac{0{,}5s}{r}$$

$$\Leftrightarrow\ r = \frac{0{,}5s}{\sin 18°} = \frac{10}{\sin 18°}\ \text{cm} = 32{,}4\ \text{cm}$$

P 3.2

$$A_{10Dreiecke} = 10 \cdot 0{,}5 \cdot r \cdot r \cdot \sin 36°$$

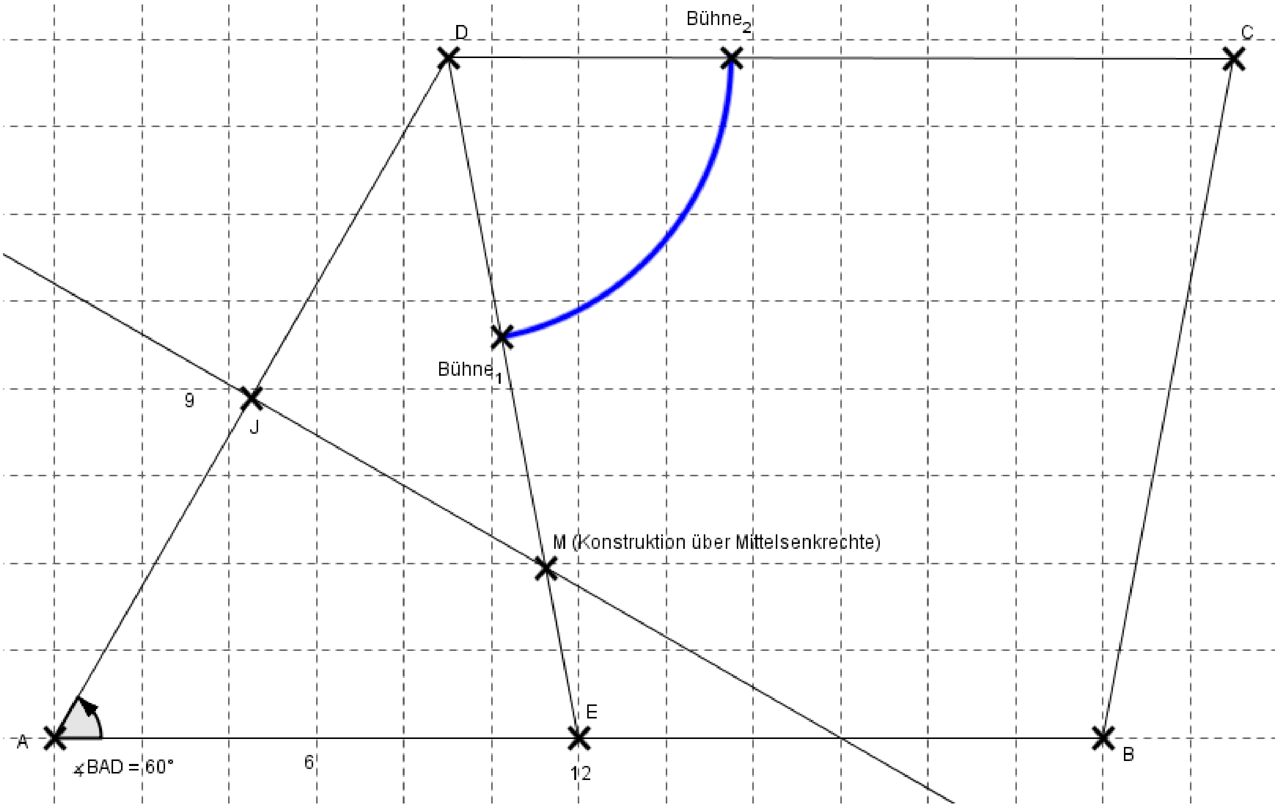
$$\Leftrightarrow\ A_{10Dreiecke} = 10 \cdot 0{,}5 \cdot 32{,}4 \cdot 32{,}4 \cdot \sin 36°\ \text{cm}^2 = 3085{,}2\ \text{cm}^2$$

$$A_{Kreis} = r^2 \cdot \pi = 32{,}4^2 \cdot \pi\ \text{cm}^2 = 3297{,}7\ \text{cm}^2$$

$$3085{,}2 : 3297{,}7 = 0{,}9356 \Rightarrow 93{,}56\ \%$$

Aufgabe D1

D 1.1 und D 1.2



Kosinus-Satz im Dreieck AED:

$$\overline{ED}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \cdot \overline{AE} \cdot \overline{AD} \cdot \cos \sphericalangle BAD$$

$$\Leftrightarrow\ \overline{ED}^2 = (60^2 + 90^2 - 2 \cdot 60 \cdot 90 \cdot \cos 60°)\ \text{m}^2$$

$$\Leftrightarrow\ \overline{ED}^2 = 6300\ \text{m}^2$$

$$\Leftrightarrow\ \overline{ED} = 79{,}4\ \text{m}$$

$$u = (60 + 90 + 79{,}4)\ \text{m} = 229{,}4\ \text{m}$$

D 1.3

$A_{AED} = 0,5 \cdot \overline{AE} \cdot \overline{AD} \cdot \sin 60° \text{ m}^2$

$\Leftrightarrow A_{AED} = 0,5 \cdot 60 \cdot 90 \cdot \sin 60° \text{ m}^2 = 2338,3 \text{ m}^2$

Nun berechnen wir die Höhe dieses Dreiecks:

$A_{AED} = 0,5 \cdot \overline{AE} \cdot h$

$\Leftrightarrow h = \dfrac{2 \cdot A_{AED}}{\overline{AE}} = \dfrac{4676,6 \text{ m}^2}{60 \text{ m}} = 77,9 \text{ m}$

$A_{ABCD} = 0,5 \cdot (\overline{AB} + \overline{CD}) \cdot h$

$\Leftrightarrow A_{ABCD} = 0,5 \cdot (120 + 90) \cdot 77,9 \text{ m}^2 = 8179,5 \text{ m}^2$

$2338,3 : 8179,5 = 0,2859 \Rightarrow 28,59 \%$

D 1.4

$A_{EBCD} = A_{ABCD} - A_{AED} = 8179,5 \text{ m}^2 - 2338,3 \text{ m}^2 = 5841,2 \text{ m}^2$

$5841,2 \text{ m}^2 \cdot \dfrac{1}{8} = 730,2$

Sinus-Satz im Dreieck AED:

$\dfrac{\sin \sphericalangle ADE}{\overline{AE}} = \dfrac{\sin \sphericalangle BAD}{\overline{ED}}$

$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle ADE = \dfrac{\sin \sphericalangle BAD \cdot \overline{AE}}{\overline{ED}}$

$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle ADE = \dfrac{\sin 60° \cdot 60 \text{ m}}{79,4 \text{ m}} = 0,65$

$\Leftrightarrow \sphericalangle ADE = 40,9°$

$\sphericalangle ADC = 180° - \sphericalangle BAD = 180° - 60° = 120°$

(da [AB] ∥ [CD])

$\sphericalangle EDC = \sphericalangle ADC - \sphericalangle ADE = 120° - 40,9° = 79,1°$

$A_{Sektor} = r^2 \cdot \pi \cdot \dfrac{79,1°}{360°}$

$\Leftrightarrow r^2 = \dfrac{360° \cdot A_{Sektor}}{79,1° \cdot \pi}$

$\Leftrightarrow r^2 = \dfrac{360° \cdot 730,2 \text{ m}^2}{79,1° \cdot \pi} = 1057,8 \text{ m}^2$

$\Leftrightarrow r = 32,5 \text{ m}$

D 1.5

$\overline{JD} = 0,5 \overline{AD} = 0,5 \cdot 90 \text{ m} = 45 \text{ m}$

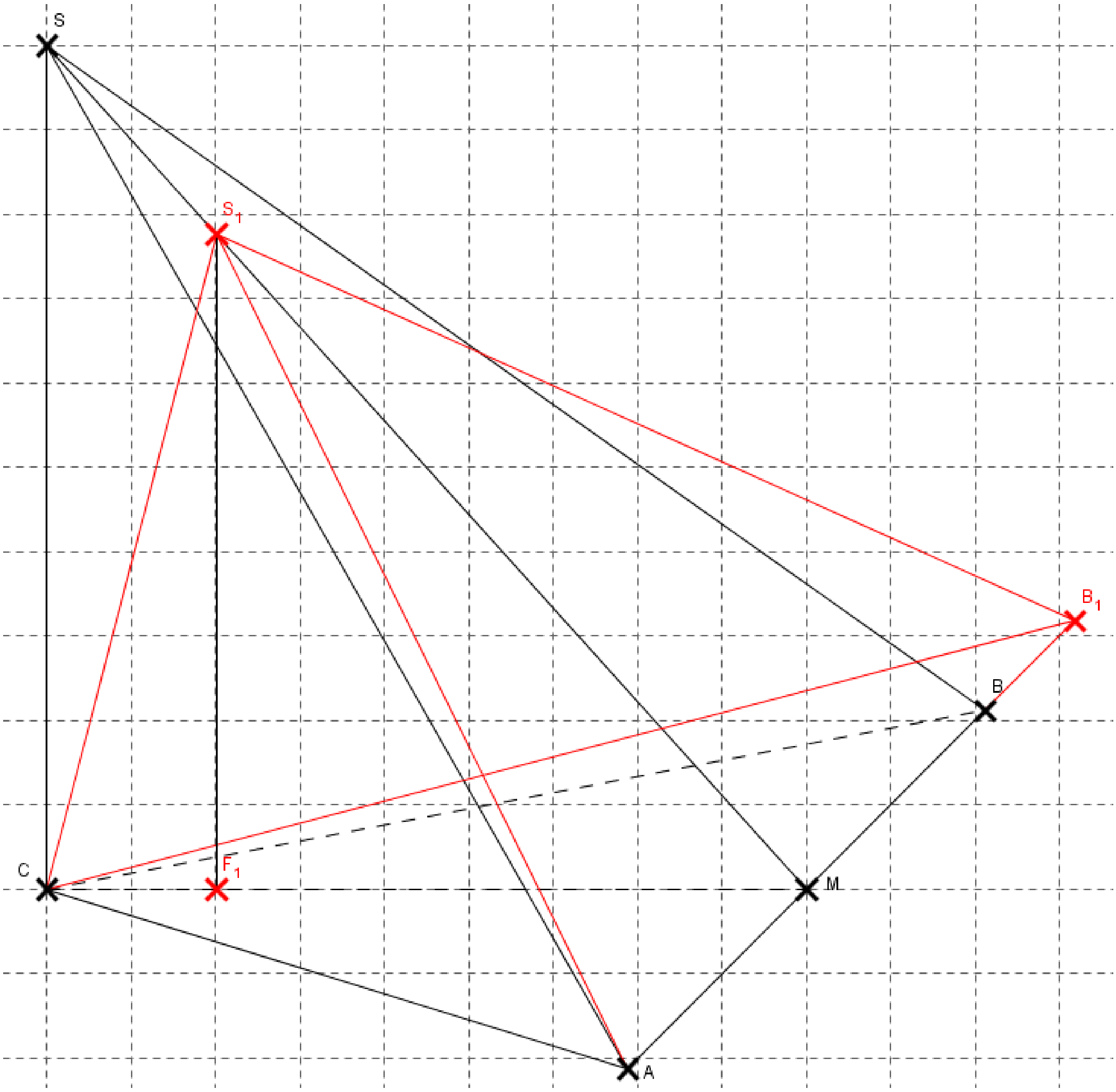
Dreieck JMD:

$\cos \sphericalangle ADE = \dfrac{\overline{JD}}{\overline{DM}}$

$\Leftrightarrow \overline{DM} = \dfrac{\overline{JD}}{\cos \sphericalangle ADE} = \dfrac{45 \text{ m}}{\cos 40,9°} = 59,5 \text{ m}$

Aufgabe D2

D 2.1 und D 2.2



$\overline{MS} = \sqrt{\overline{CM}^2 + \overline{CS}^2}\ cm = \sqrt{9^2 + 10^2}\ cm = \sqrt{181}\ cm = 13,45\ cm$

$\tan \sphericalangle CSM = \dfrac{\overline{CM}}{\overline{CS}} = \dfrac{9}{10} = 0,9 \Leftrightarrow \sphericalangle CSM = 41,99°$

$\sphericalangle SMC = 180° - 90° - 41,99° = 48,01°$

Dreieck F_1MS_1:

$\sin \sphericalangle SMC = \dfrac{\overline{F_1S_1}}{\overline{MS_1}}$

$\Leftrightarrow \overline{F_1S_1} = \sin \sphericalangle SMC \cdot \overline{MS_1}$

$\Leftrightarrow \overline{F_1S_1} = \sin 48,01° \cdot (13,45 - 3)\ cm = 7,78\ cm$

D 2.3

Kosinus-Satz im Dreieck CMS_1:

$$\overline{CS_1}^2 = \overline{CM}^2 + \overline{MS_1}^2 - 2 \cdot \overline{CM} \cdot \overline{MS_1} \cdot \cos \sphericalangle SMC$$

$$\Leftrightarrow \overline{CS_1}^2 = (9^2 + 10{,}45^2 - 2 \cdot 9 \cdot 10{,}45 \cdot \cos 48{,}01°)\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CS_1}^2 = 64{,}36\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CS_1} = 8{,}02\ \text{cm} \quad [\text{im Folgenden } 8{,}03\ \text{cm}]$$

Dreieck CAM:

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{CM}^2 + \overline{AM}^2}\ \text{cm} = \sqrt{9^2 + 6^2}\ \text{cm} = \sqrt{117}\ \text{cm} = 10{,}82\ \text{cm}$$

Dreieck AMS_1:

$$\overline{AS_1} = \sqrt{\overline{AM}^2 + \overline{MS_1}^2}\ \text{cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AS_1} = \sqrt{6^2 + 10{,}45^2}\ \text{cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AS_1} = \sqrt{145{,}2025}\ \text{cm} = 12{,}05\ \text{cm}$$

Kosinus-Satz im Dreieck

$$\overline{AS_1}^2 = \overline{CS_1}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \cdot \overline{CS_1} \cdot \overline{AC} \cdot \cos \alpha$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{\overline{AS_1}^2 - \overline{CS_1}^2 - \overline{AC}^2}{-2 \cdot \overline{CS_1} \cdot \overline{AC}}$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{145{,}2025 - 8{,}03^2 - 117}{-2 \cdot 8{,}03 \cdot 10{,}82} = 0{,}21$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 77{,}95°$$

D 2.4

Dreieck F_nMS_n:

$$\sin \sphericalangle SMC = \frac{\overline{F_nS_n}(x)}{\overline{MS_n}(x)}$$

$$\Leftrightarrow \overline{F_nS_n}(x) = \sin \sphericalangle SMC \cdot \overline{MS_n}(x)$$

$$\Leftrightarrow \overline{F_nS_n}(x) = \sin 48{,}01° \cdot (13{,}45 - x)\ \text{cm} = (10 - 0{,}74x)\ \text{cm}$$

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot \overline{AB_n}(x) \cdot \overline{CM} \cdot \overline{F_nS_n}(x)$$

$$\Leftrightarrow V(x) = \frac{1}{6} \cdot (12 + x) \cdot 9 \cdot (10 - 0{,}74x)\ \text{cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = \frac{1}{6} \cdot (12 + x) \cdot (90 - 6{,}66x)\ \text{cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = \frac{1}{6} \cdot (1080 + 90x - 6{,}66x^2 - 79{,}92x)\ \text{cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = \frac{1}{6} \cdot (-6{,}66x^2 + 10{,}08x + 1080)\ \text{cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = (-1{,}11x^2 + 1{,}68x + 180)\ \text{cm}^3$$

D 2.5

$$V_{ABCS} = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{CM} \cdot \overline{CS}$$

$$\Leftrightarrow \quad V_{ABCS} = \frac{1}{6} \cdot 12 \cdot 9 \cdot 10 \text{ cm}^3 = 180 \text{ cm}^3$$

50 % von 180 sind 90. Also:

$$90 = -1{,}11x^2 + 1{,}68x + 180$$

$$\Leftrightarrow \quad -1{,}11x^2 + 1{,}68x + 90 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1{,}68 \pm \sqrt{1{,}68^2 - 4 \cdot (-1{,}11) \cdot 90}}{2 \cdot (-1{,}11)}$$

$$= \frac{-1{,}68 \pm \sqrt{402{,}4224}}{-2{,}22} \quad \Rightarrow x_1 = 9{,}79 \text{ (und } x_2 = -8{,}28) \quad \mathbb{L} = \{9{,}79\}$$