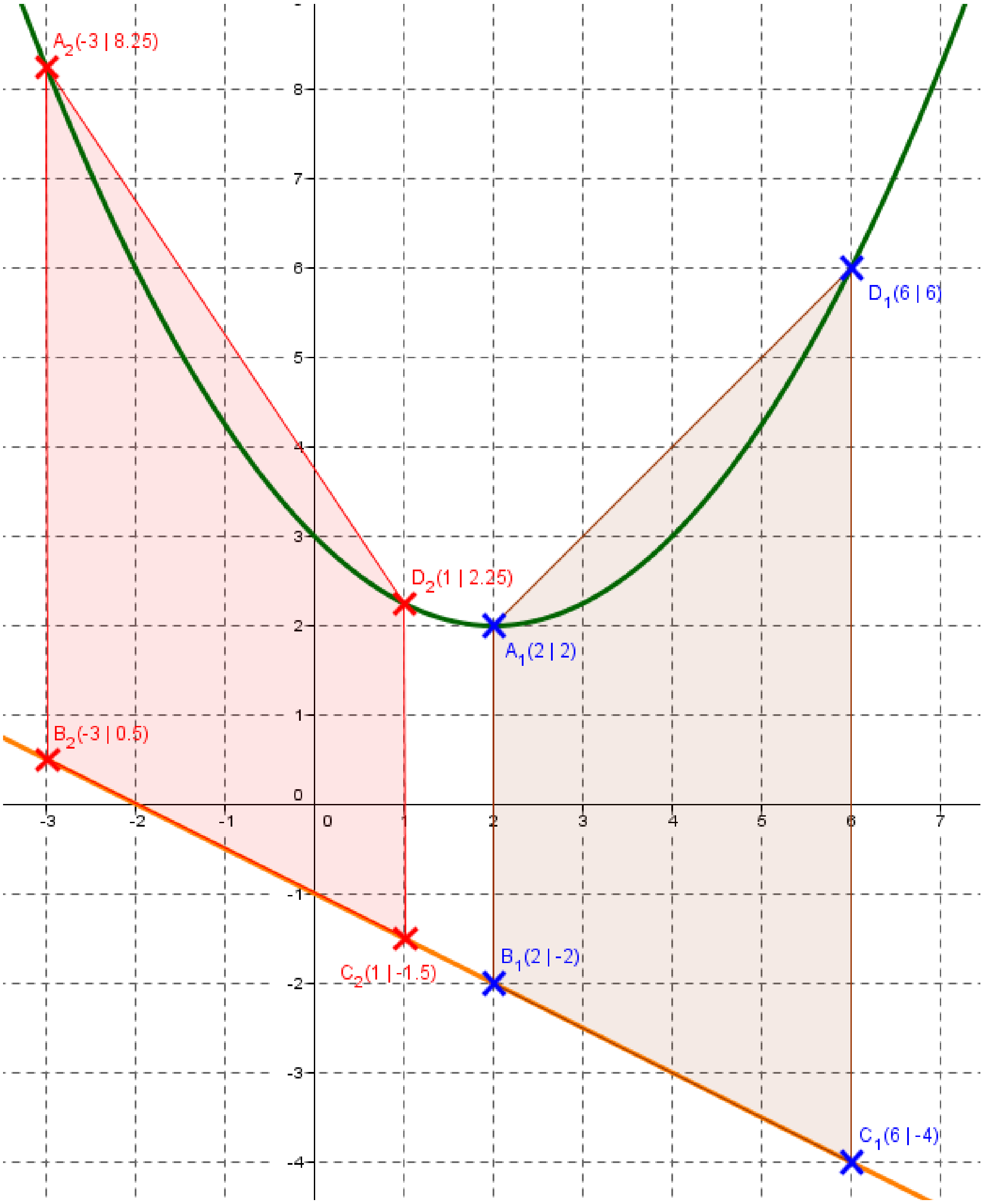
Abschlussprüfung 2006
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II Nachtermin
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 16.06.2013

Aufgabe D1 $p: y = 0{,}25(x - 2)^2 + 2$ $g: y = -0{,}5x - 1$

D 1.1 und D 1.2



D 1.3

$\overline{A_nB_n}(x) = \sqrt{(x - x)^2 + (\mathbf{0{,}25(x - 2)^2 + 2} - (\mathbf{-0{,}5x - 1}))^2}$ LE

$\Leftrightarrow \overline{A_nB_n}(x) = (0{,}25(x - 2)^2 + 2 + 0{,}5x + 1)$ LE

$\Leftrightarrow \overline{A_nB_n}(x) = (0{,}25(x^2 - 4x + 4) + 2 + 0{,}5x + 1)$ LE

$\Leftrightarrow \overline{A_nB_n}(x) = (0{,}25x^2 - x + 1 + 2 + 0{,}5x + 1)$ LE

$\Leftrightarrow \overline{A_nB_n}(x) = (0{,}25x^2 - 0{,}5x + 4)$ LE

D 1.4

$\overline{B_nC_n}(x) = \sqrt{(x - (x + 4))^2 + (\mathbf{-0{,}5(x + 4) - 1} - (-0{,}5x - 1))^2}$ LE

$\Leftrightarrow \overline{B_nC_n}(x) = \sqrt{16 + (-0{,}5x - 2 - 1 + 0{,}5x + 1)^2}$ LE

$\Leftrightarrow \overline{B_nC_n}(x) = \sqrt{16 + (-2)^2}$ LE

$\Leftrightarrow \overline{B_nC_n}(x) = \sqrt{20}$ LE $= 4{,}47$ LE

Also:

$4{,}47 = 0{,}25x^2 - 0{,}5x + 4$

$\Leftrightarrow 0{,}25x^2 - 0{,}5x - 0{,}47 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{0{,}5 \pm \sqrt{(-0{,}5)^2 - 4 \cdot 0{,}25 \cdot (-0{,}47)}}{2 \cdot 0{,}25}$$

$$= \frac{0{,}5 \pm \sqrt{0{,}72}}{0{,}5} \Rightarrow x_1 = 2{,}70 \text{ und } x_2 = -0{,}70 \quad \mathbb{L} = \{-0{,}70;\ 2{,}70\}$$

D 1.5

C_n wurde eigentlich schon in D 1.4 mit beantwortet:

$C_n(x + 4 \mid -0{,}5(x + 4) - 1)$

$\Rightarrow C_n(x + 4 \mid -0{,}5x - 3)$

$D_n(x + 4 \mid 0{,}25(x + 4 - 2)^2 + 2)$

$\Rightarrow D_n(x + 4 \mid 0{,}25(x + 2)^2 + 2)$

$\Rightarrow D_n(x + 4 \mid 0{,}25(x^2 + 4x + 4) + 2)$

$\Rightarrow D_n(x + 4 \mid 0{,}25x^2 + x + 1 + 2)$

$\Rightarrow D_n(x + 4 \mid 0{,}25x^2 + x + 3)$

D 1.6

g: y = -0,5x - 1

Also ist m = -0,5 und die Gerade AD muss die gleiche Steigung haben, damit es ein Parallelogramm wird. Also

$m = \frac{y}{x}$

$\Leftrightarrow -0{,}5 \cdot (-4) = \frac{\mathbf{0{,}25(x - 2)^2 + 2} - (0{,}25x^2 + x + 3)}{x - (x + 4)}$

$\Leftrightarrow -0{,}5 = 0{,}25(x^2 - 4x + 4) + 2 - 0{,}25x^2 - x - 3$

$\Leftrightarrow 2 = 0{,}25x^2 - x + 1 + 2 - 0{,}25x^2 - x - 3$

$\Leftrightarrow 2 = -2x$

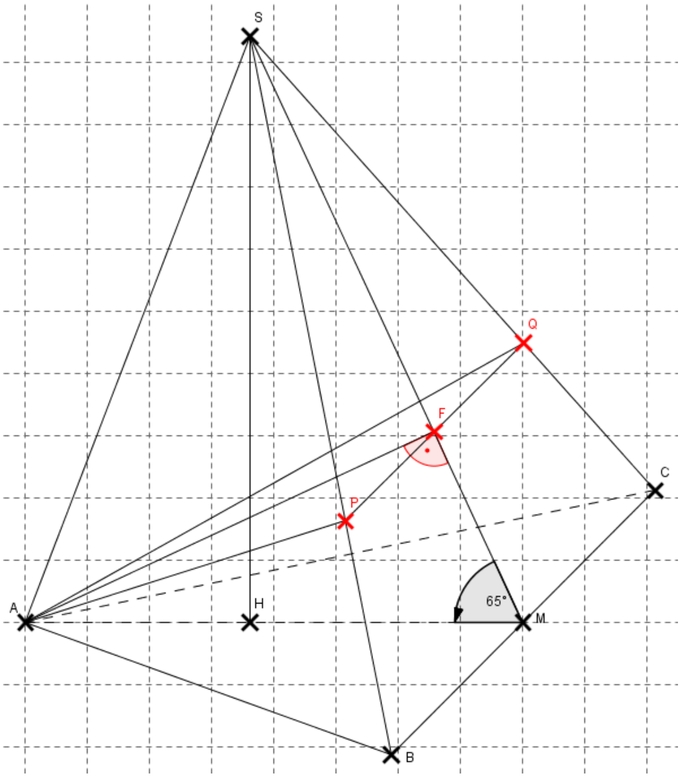
$\Leftrightarrow x = -1 \quad \mathbb{L} = \{-1\} \quad A_5(-1 \mid 4{,}25)$

Aufgabe D2

D 2.1

Dreieck BMS:

$\overline{MS} = \sqrt{12^2 - 6^2}$ cm $= \sqrt{108}$ cm $= 10,39$ cm



D 2.2

Kosinus-Satz im Dreieck AMS:

$\overline{AS}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{MS}^2 - 2 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{MS} \cdot \cos 65°$

$\Leftrightarrow \overline{AS}^2 = (8^2 + 10,39^2 - 2 \cdot 8 \cdot 10,39 \cdot \cos 65°)$ cm²

$\Leftrightarrow \overline{AS}^2 = 101,70$ cm²

$\Leftrightarrow \overline{AS} = 10,08$ cm

Sinus-Satz im Dreieck AMS:

$$\frac{\sin \sphericalangle MAS}{\overline{MS}} = \frac{\sin \sphericalangle SMA}{\overline{AS}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle MAS = \frac{\sin \sphericalangle SMA \cdot \overline{MS}}{\overline{AS}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle MAS = \frac{\sin 65° \cdot 10,39 \text{ cm}}{10,08 \text{ cm}} = 0,93$$

$\Leftrightarrow \sphericalangle MAS = 69,10°$ (und $\sphericalangle MAS = 110,90°$ keine Lösung)

D 2.3

Dreieck HMS: $\sin 65° = \dfrac{\overline{HM}}{\overline{MS}}$

$\Leftrightarrow \overline{HM} = \sin 65° \cdot \overline{MS} = \sin 65° \cdot 10,39$ cm $= 9,42$ cm

$$V = \frac{1}{3}\cdot 0{,}5\cdot \overline{AM}\cdot \overline{BC}\cdot \overline{HM}\ \text{cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\cdot 0{,}5\cdot 8\cdot 12\cdot \sin 65°\cdot 9{,}42\ \text{cm}^3 = 150{,}72\ \text{cm}^3$$

Dreieck ABM:

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2}\ \text{cm} = \sqrt{8^2 + 6^2}\ \text{cm} = \sqrt{100}\ \text{cm} = 10\ \text{cm}$$

Kosinus-Satz im Dreieck ABS:

$$\overline{BS}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AS}^2 - 2\cdot \overline{AB}\cdot \overline{AS}\cdot \cos \sphericalangle BAS$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle BAS = \frac{\overline{BS}^2 - \overline{AB}^2 - \overline{AS}}{-2\cdot \overline{AB}\cdot \overline{AS}}$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle BAS = \frac{12^2 - 10^2 - 10{,}08^2}{-2\cdot 10\cdot 10{,}08} = -0{,}17$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle BAS = 80{,}32°$$

$$A_{ABS} = 0{,}5\cdot \overline{AB}\cdot \overline{AS}\cdot \sin 80{,}32°\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow A_{ABS} = 0{,}5\cdot 10\cdot 10{,}08\cdot \sin 80{,}32°\ \text{cm}^2 = 49{,}68\ \text{cm}^2$$

D 2.4

Dreieck AMF:

$$\sin 65° = \frac{\overline{AF}}{\overline{AM}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AF} = \sin 65°\cdot \overline{AM} = \sin 65°\cdot 8\ \text{cm} = 7{,}25\ \text{cm}$$

$$\cos 65° = \frac{\overline{MF}}{\overline{AM}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{MF} = \cos 65°\cdot \overline{AM} = \cos 65°\cdot 8\ \text{cm} = 3{,}38\ \text{cm}$$

$$\overline{SF} = \overline{MS} - \overline{MF} = \sqrt{108}\ \text{cm} - 3{,}38\ \text{cm} = 7{,}01\ \text{cm}$$

Vierstreckensatz im Bereich ABC:

$$\frac{\overline{PQ}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{SF}}{\overline{MS}} \Leftrightarrow \overline{PQ} = \frac{\overline{SF}\cdot \overline{BC}}{\overline{MS}}\ \text{cm} = \frac{7\cdot 12}{10{,}39}\ \text{cm} = 8{,}08\ \text{cm}$$

D 2.5

$$V_{PQSA} = \frac{1}{3}\cdot 0{,}5\cdot \overline{PQ}\cdot \overline{SF}\cdot \overline{AF}\ \text{cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V_{PQSA} = \frac{1}{3}\cdot 0{,}5\cdot 8{,}08\cdot 7\cdot 7{,}25\ \text{cm}^3 = 68{,}34\ \text{cm}^3$$

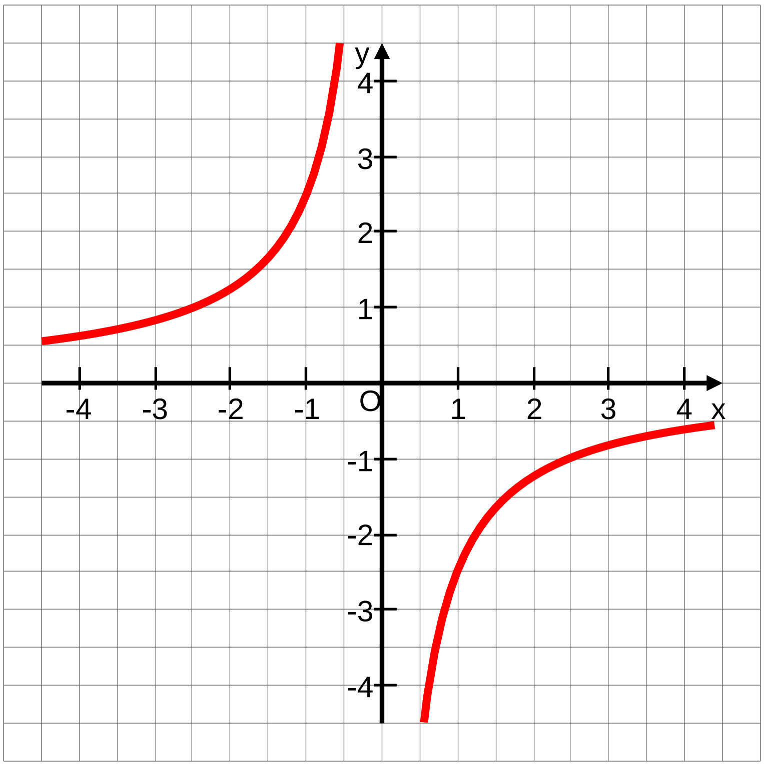
$68{,}34 : 150{,}72 = 0{,}4534 \Rightarrow 45{,}34\ \%$

Aufgabe P1

P 1.1 $y = \frac{k}{x}$ Also: $-0{,}75 = \frac{k}{3\frac{1}{3}} \Leftrightarrow k = -2{,}5$ Damit ist $y = \frac{-2{,}5}{x}$

P 1.2

x	-3,00	-2,00	-1,00	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00
y	0,83	1,25	2,50	nicht definiert	-2,50	-1,25	-0,83	-0,63



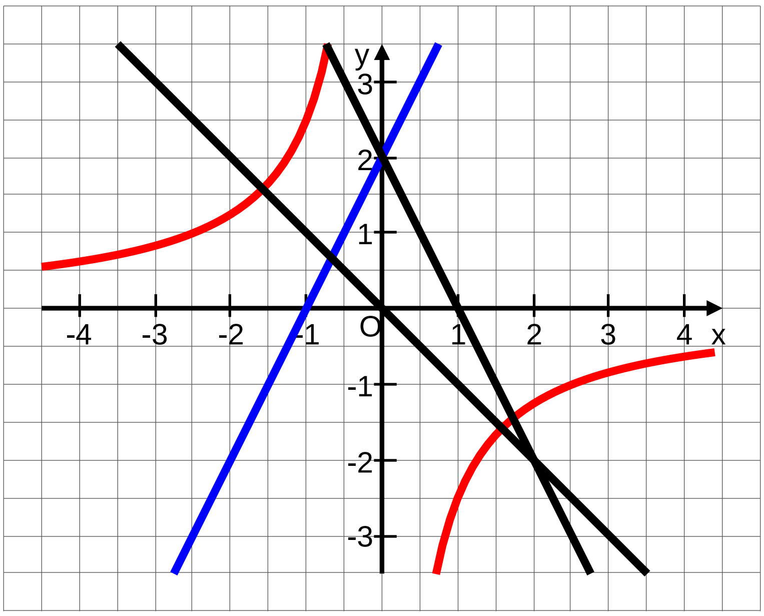
P 1.3

$y = -0{,}75$

P 1.4

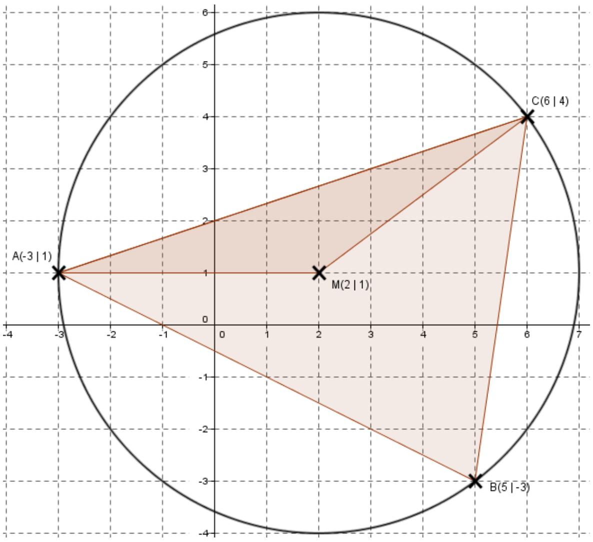
g_1: $y = 2x + 2$ g_2: $y = -2x + 2$ g_3: $y = -x$

Kann nur g_1 sein, da nur eine steigende Gerade an f vorbeilaufen kann.



Aufgabe P2

P 2.1



P 2.2

Dreieck AMC:

$$\overline{AC} = \sqrt{(6 - (-3))^2 + (4 - 1)^2}\ \text{cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = \sqrt{9^2 + 3^2}\ \text{cm} = \sqrt{90}\ \text{cm} = 9{,}49\ \text{cm}$$

Kosinus-Satz im Dreieck AMC:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{MC}^2 - 2 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{MC} \cdot \cos \sphericalangle CMA$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle CMA = \frac{\overline{AC}^2 - \overline{AM}^2 - \overline{MC}}{-2 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{MC}}$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle CMA = \frac{\sqrt{90}^2 - 5^2 - 5^2}{-2 \cdot 5 \cdot 5} = -0{,}80$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle CMA = 143{,}13°$$

P 2.3 $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 - (-3) \\ -3 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 6 - (-3) \\ 4 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$A_{ABC} = 0{,}5 \cdot \begin{vmatrix} 8 & 9 \\ -4 & 3 \end{vmatrix}\ \text{cm}^2 = 0{,}5 \cdot (24 + 36)\ \text{cm}^2 = 30\ \text{cm}^2$$

$$A_{AMC} = 0{,}5 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{MC} \cdot \sin 143{,}13°\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow A_{AMC} = 0{,}5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \sin 143{,}13°\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow A_{AMC} = 12{,}5 \cdot \sin 143{,}13°\ \text{cm}^2$$

$$A_{SektorAMC} = \overline{AM}^2 \cdot \frac{143{,}13°}{360°} \cdot \pi\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow A_{SektorAMC} = 25 \cdot \frac{143{,}13°}{360°} \cdot \pi\ \text{cm}^2$$

$$A = A_{ABC} + (A_{SektorAMC} - A_{AMC})$$

$$\Leftrightarrow A = 30\ \text{cm}^2 - (12{,}5 \cdot \sin 143{,}13°\ \text{cm}^2 - 25 \cdot \frac{143{,}13°}{360°} \cdot \pi\ \text{cm}^2)$$

$$\Leftrightarrow A = 53{,}73\ \text{cm}^3$$

Aufgabe P3
Dreieck ABM:

$\overline{AM} = \sqrt{26^2 - 5{,}5^2}\text{ cm} = \sqrt{645{,}75}\text{ cm} = 25{,}4\text{ cm}$

$\overline{BC} = (\overline{BF} - \overline{CE}) : 2 = (11\text{ cm} - 10{,}6\text{ cm}) : 2 = 0{,}2\text{ cm}$

$\overline{MC} = \overline{MB} - \overline{BC} = 5{,}5\text{ cm} - 0{,}2\text{ cm} = 5{,}3\text{ cm}$

Vierstreckensatz im Dreieck MAB:

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{MC}}{\overline{MB}} \Leftrightarrow \overline{CD} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{MC}}{\overline{MB}}\text{ cm} = \frac{26 \cdot 5{,}3}{5{,}5}\text{ cm} = 25{,}1\text{ cm}$$

$$A = (\overline{AB} \cdot \overline{MB} + \overline{CD} \cdot \overline{MC} + \overline{MB}^2 - \overline{MC}^2) \cdot \pi\text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow A = (26 \cdot 5{,}5 + 25{,}1 \cdot 5{,}3 + 5{,}5^2 - 5{,}3^2) \cdot \pi\text{ cm}^2 = 874\text{ cm}^2$$