Abschlussprüfung 2005
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II Nachtermin
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 30.06.2013

Aufgabe D1 **g: y = -0,25x + 3**

D 1.1 Q(-3 | 9) R(4 | 7,25)

I 9 = a·(-3)² - 0,5·(-3) + c

II 7,25 = a·4² - 0,5·4 + c

⇔ I c = 7,5 - 9a

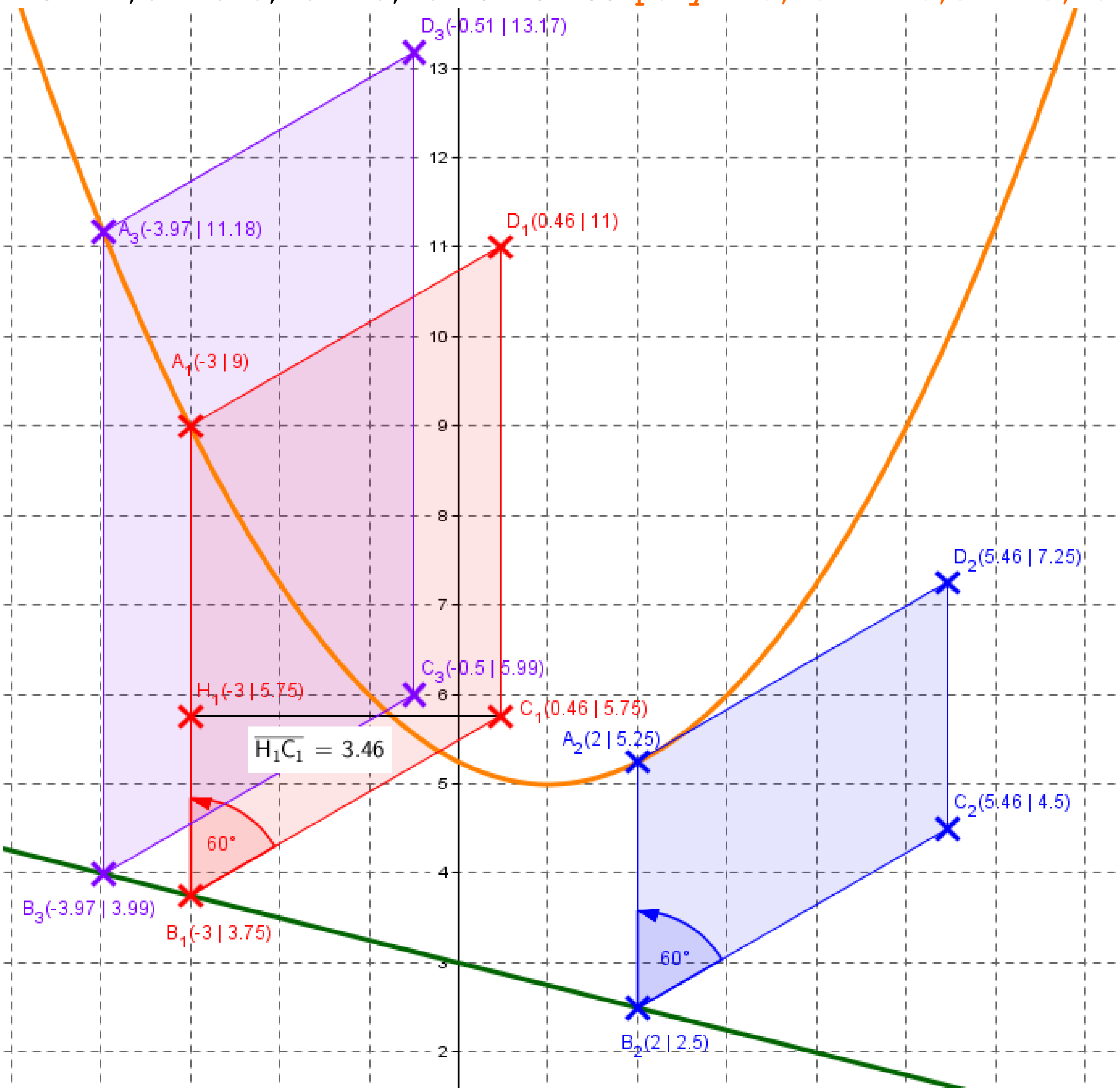
II c = 9,25 - 16a

I = II 7,5 - 9a = 9,25 - 16a

⇔ 7a = 1,75

⇔ a = 0,25   in I

I c = 7,5 - 9·0,25 = 5,25 Damit ist **p: y = 0,25x² - 0,5x + 5,25**



D 1.2

Dreieck $B_nC_nH_n$:

$$\sin 60° = \frac{\overline{H_nC_n}}{\overline{B_nC_n}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{H_nC_n} = \sin 60° \cdot \overline{B_nC_n} = \sin 60° \cdot 4 \text{ LE} = 3{,}46 \text{ LE}$$

D 1.3

Wenn C_3 den x-Wert $x = -0{,}5$ hat, müssen A_3 und B_3 den x-Wert $x = -0{,}5 - 3{,}46 = -3{,}96$ haben. Eingesetzt in **g** ergibt sich:
$y = -0{,}25 \cdot (-3{,}96) + 3 = 3{,}99$ und damit $B_3(-3{,}96 \mid 3{,}99)$.

$$\tan 60° = \frac{\overline{H_nC_n}}{\overline{B_nH_n}}$$

$$\overline{B_nH_n} = \frac{\overline{H_nC_n}}{\tan 60°} = \frac{3{,}46}{\tan 60°} \text{ LE} = 2 \text{ LE}$$

Damit ist $C_3(-0{,}5 \mid 3{,}99 + 2) \Rightarrow C_3(-0{,}5 \mid 5{,}99)$

(Durch Runden minimale Abweichungen in den Beschriftungen der Zeichnung).

D 1.4

$$\overline{A_nB_n}(x) = \sqrt{(x - x)^2 + (\mathbf{0{,}25x^2 - 0{,}5x + 5{,}25} - (\mathbf{-0{,}25x + 3}))^2}$$

$$\Leftrightarrow \overline{A_nB_n}(x) = (0{,}25x^2 - 0{,}5x + 5{,}25 + 0{,}25x - 3) \text{ LE}$$

$$\Leftrightarrow \overline{A_nB_n}(x) = (0{,}25x^2 - 0{,}25x + 2{,}25) \text{ LE}$$

$$A(x) = (0{,}25x^2 - 0{,}25x + 2{,}25) \cdot 3{,}46 \text{ FE}$$

$$\Leftrightarrow A(x) = (0{,}865x^2 - 0{,}865x + 7{,}785) \text{ FE}$$

$$A_{min} = 0{,}865(x^2 + x) + 7{,}785$$

$$\Leftrightarrow A_{min} = 0{,}865(x^2 + x + 0{,}5^2 - 0{,}5^2) + 7{,}785$$

$$\Leftrightarrow A_{min} = 0{,}865(x - 0{,}5)^2 + 7{,}56875$$

Damit ist $A_{min} = 7{,}56875$ FE für $x = 0{,}5$.

D 1.5

$$4 = 0{,}25x^2 - 0{,}25x + 2{,}25$$

$$\Leftrightarrow 0{,}25x^2 - 0{,}25x - 1{,}75 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{0{,}25 \pm \sqrt{(-0{,}25)^2 - 4 \cdot 0{,}25 \cdot (-1{,}75)}}{2 \cdot 0{,}25}$$

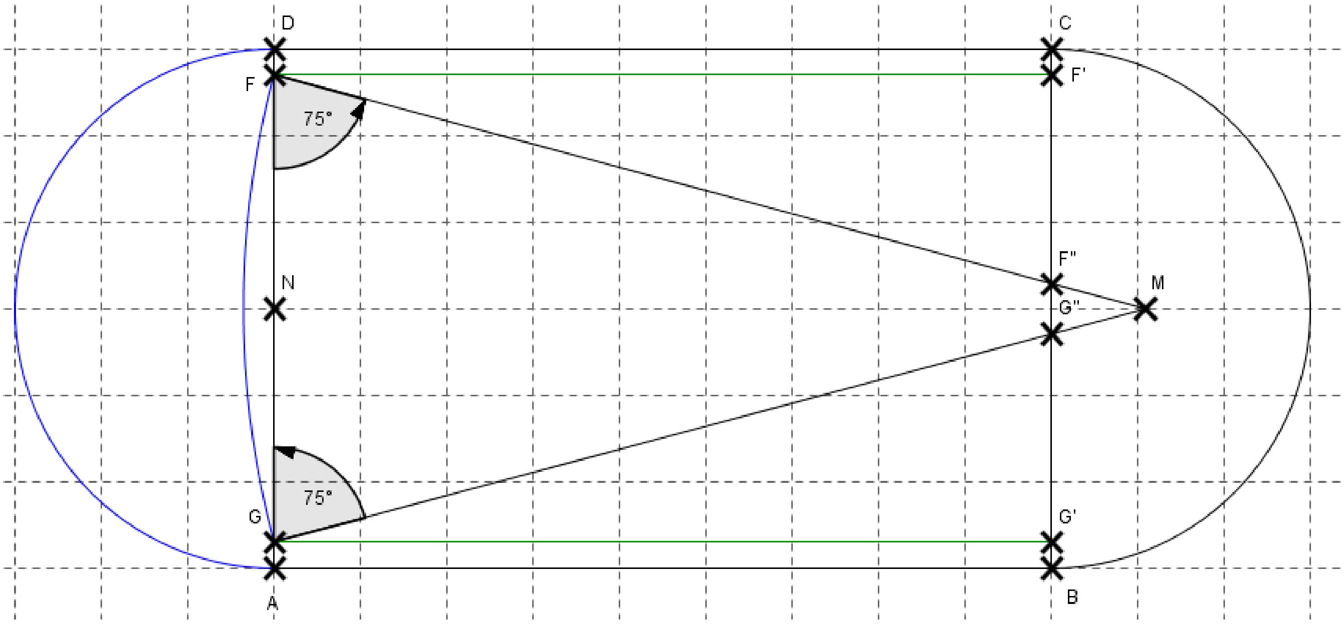
$$= \frac{0{,}25 \pm \sqrt{1{,}8125}}{0{,}5} \Rightarrow x_1 = 3{,}19 \text{ und } x_2 = -2{,}19 \quad \mathbb{L} = \{-2{,}19;\ 3{,}19\}$$

Aufgabe D2

Es gibt bei fast allen Teilaufgaben ganz verschiedene Lösungswege, so dass die (Teil-)Ergebnisse durchaus ohne einen Fehler bei einem anderen Lösungsweg abweichen können!

D 2.1

Maßstab: 1:1000



D 2.2

$\sphericalangle FMG = 180° - 75° - 75° = 30°$

Sinus-Satz:

$$\frac{\overline{MF}}{\sin 75°} = \frac{\overline{FG}}{\sin 30°}$$

$$\Leftrightarrow \overline{MF} = \frac{\overline{FG} \cdot \sin 75°}{\sin 30°} \text{ m}$$

$$\Leftrightarrow \overline{MF} = \frac{54 \cdot \sin 75°}{\sin 30°} \text{ m} = 104{,}32 \text{ m}$$

$$A_{Sektor} = \overline{MF}^2 \cdot \pi \cdot \frac{30°}{360°} \text{ m}^2 = 104{,}32^2 \cdot \pi \cdot \frac{30°}{360°} \text{ m}^2 = 2849{,}07 \text{ m}^2$$

D 2.3

Dreieck GNM:

$$\tan 75° = \frac{\overline{NM}}{\overline{GN}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{NM} = \tan 75° \cdot \overline{GN} = \tan 75° \cdot 27 \text{ m} = 100{,}77 \text{ m}$$

100,77 m – 90 m = 10,77 m > 10 m A: Passt!

D 2.4
Dreieck FF''F':

$$\tan 15° = \frac{\overline{F'F''}}{\overline{FF'}}$$

$\Leftrightarrow \overline{F'F''} = \tan 15° \cdot \overline{FF'} = \tan 15° \cdot 90\ m = 24{,}12\ m$

$A_{Rasen} = A_{RechteckFGG'F'} - 2 \cdot A_{FF''F'}$

$\Leftrightarrow A_{Rasen} = 90\ m \cdot 54\ m - 2 \cdot 0{,}5 \cdot 90\ m \cdot 24{,}12\ m = 2689{,}20\ m^2$

15 % von 2689,20 sind 403,38

A: Es muss auf einer Fläche von 403,38 m² der Rasen erneuert werden.

D 2.5

$A_{SegmentGNF} = A_{Sektor} - A_{GMF}$

$\Leftrightarrow A_{SegmentGNF} = 2849{,}07\ m^2 - 0{,}5 \cdot \overline{GF} \cdot \overline{NM}$

$\Leftrightarrow A_{SegmentGNF} = 2849{,}07\ m^2 - 0{,}5 \cdot 54\ m \cdot 100{,}77\ m = 128{,}28\ m^2$

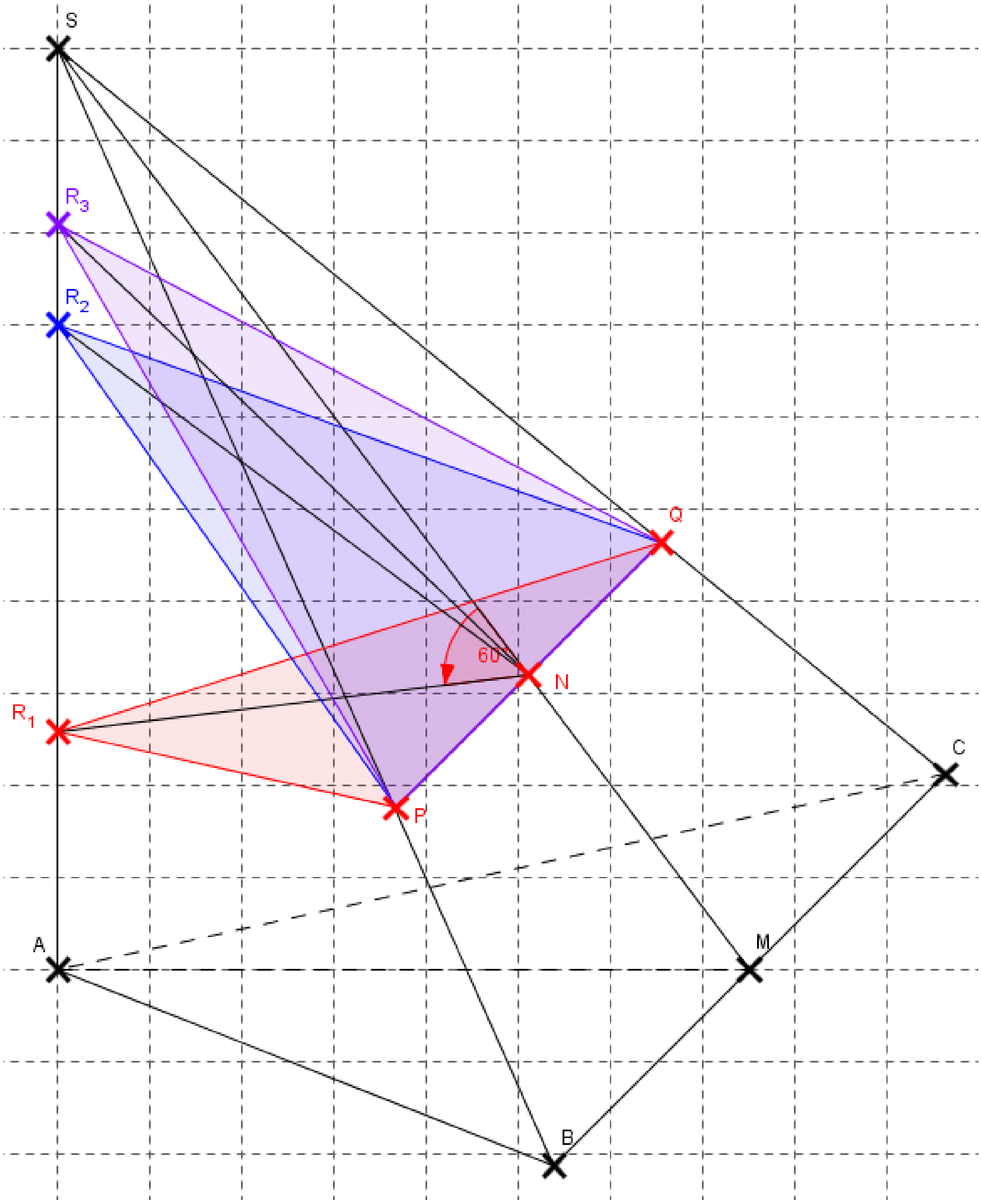
$A_{Halbkreis} = 0{,}5 \cdot \overline{ND}^2 \cdot \pi$

$\Leftrightarrow A_{Halbkreis} = 0{,}5 \cdot 30^2 \cdot \pi\ m^2 = 1413{,}72\ m^2$

$A_{Hochsprung} = 1413{,}72\ m^2 - 128{,}28\ m^2 = 1285{,}44\ m^2$

Kostenpunkt: 1285,44 · 18,50 € = 23780,64 €

Aufgabe D3
D 3.1



D 3.2
Dreieck AMS:

$$\tan \sphericalangle SMA = \frac{\overline{AS}}{\overline{AM}} = \frac{10}{7{,}5} = 1{,}33 \Leftrightarrow \sphericalangle SMA = 53{,}13°$$

$$\overline{MS} = \sqrt{\overline{AS}^2 + \overline{AM}^2}\ \text{cm} = \sqrt{10^2 + 7{,}5^2}\ \text{cm} = \sqrt{156{,}25}\ \text{cm} = 12{,}50\ \text{cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AS}$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot 7{,}5 \cdot 12 \cdot 10\ \text{cm}^3 = 150\ \text{cm}^3$$

D 3.3

Vierstreckensatz im Bereich SBC:

$$\frac{\overline{PQ}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{SN}}{\overline{SM}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{PQ} = \frac{\overline{SN} \cdot \overline{BC}}{\overline{SM}} \text{ cm} = \frac{8,50 \cdot 12}{12,50} \text{ cm} = 8,16 \text{ cm}$$

$\sphericalangle ASM = 180° - 90° - 53,13° = 36,87°$

$\sphericalangle NR_1S = 180° - 60° - 36,87° = 83,13°$

Sinus-Satz im Dreieck R_1NS:

$$\frac{\overline{R_1N}}{\sin 36,87°} = \frac{\overline{SN}}{\sin 83,13°}$$

$$\Leftrightarrow \overline{R_1N} = \frac{\overline{SN} \cdot \sin 36,87°}{\sin 83,13°} \text{ cm} = \frac{8,50 \cdot \sin 36,87°}{\sin 83,13°} \text{ cm} = 5,14 \text{ cm}$$

$A_1 = 0,5 \cdot \overline{PQ} \cdot \overline{R_1N} = 0,5 \cdot 8,16 \text{ cm} \cdot 5,14 \text{ cm} = 20,97 \text{ cm}^2$

D 3.4

Kosinus-Satz im Dreieck R_2NS:

$$\overline{R_2N}^2 = \overline{SN}^2 + \overline{SR_2}^2 - 2 \cdot \overline{SN} \cdot \overline{SR_2} \cdot \cos 36,87°$$

$$\Leftrightarrow \overline{R_2N}^2 = (8,50^2 + 3^2 - 2 \cdot 8,50 \cdot 3 \cdot \cos 36,87°) \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{R_2N}^2 = 40,45 \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{R_2N} = 6,36 \text{ cm}$$

Dreieck PNR_2:

$$\tan \sphericalangle PR_2N = \frac{\overline{PN}}{\overline{R_2N}} = \frac{4,08}{6,36} = 0,64 \Leftrightarrow \sphericalangle PR_2N = 32,68°$$

$\sphericalangle PR_2Q = 2 \cdot \sphericalangle PR_2N = 2 \cdot 32,68° = 65,36°$

D 3.5

Dreieck PNR_3:

$$\overline{NR_3} = \sqrt{\overline{PR_3}^2 - \overline{PN}^2} \text{ cm} = \sqrt{8,16^2 - 4,08^2} \text{ cm} = \sqrt{49,94} \text{ cm} = 7,07 \text{ cm}$$

Sinus-Satz im Dreieck R_3NS:

$$\frac{\sin \sphericalangle NR_3S}{\overline{SN}} = \frac{\sin \sphericalangle ASM}{\overline{NR_3}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle NR_3S = \frac{\sin \sphericalangle ASM \cdot \overline{SN}}{\overline{NR_3}} \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle NR_3S = \frac{\sin 36,87° \cdot 8,50}{7,07} = 0,72 \Leftrightarrow (\sphericalangle NR_3S = 46,17°)$$

und wegen Zeichnung $\sphericalangle NR_3S = 133,83°$