Abschlussprüfung 2004
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II Nachtermin
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 06.07.2013

Aufgabe D1 **p_1: $y = -(x - 3)^2 + 5$**

D 1.1 S(5 | 8) Q(−3 | −8)

$8 = a(-3 - 5)^2 + 8$

$\Leftrightarrow -8 = 64a + 8$

$\Leftrightarrow 64a = -16$

$\Leftrightarrow a = -0{,}25$

Also: $y = -0{,}25(x - 5)^2 + 8$

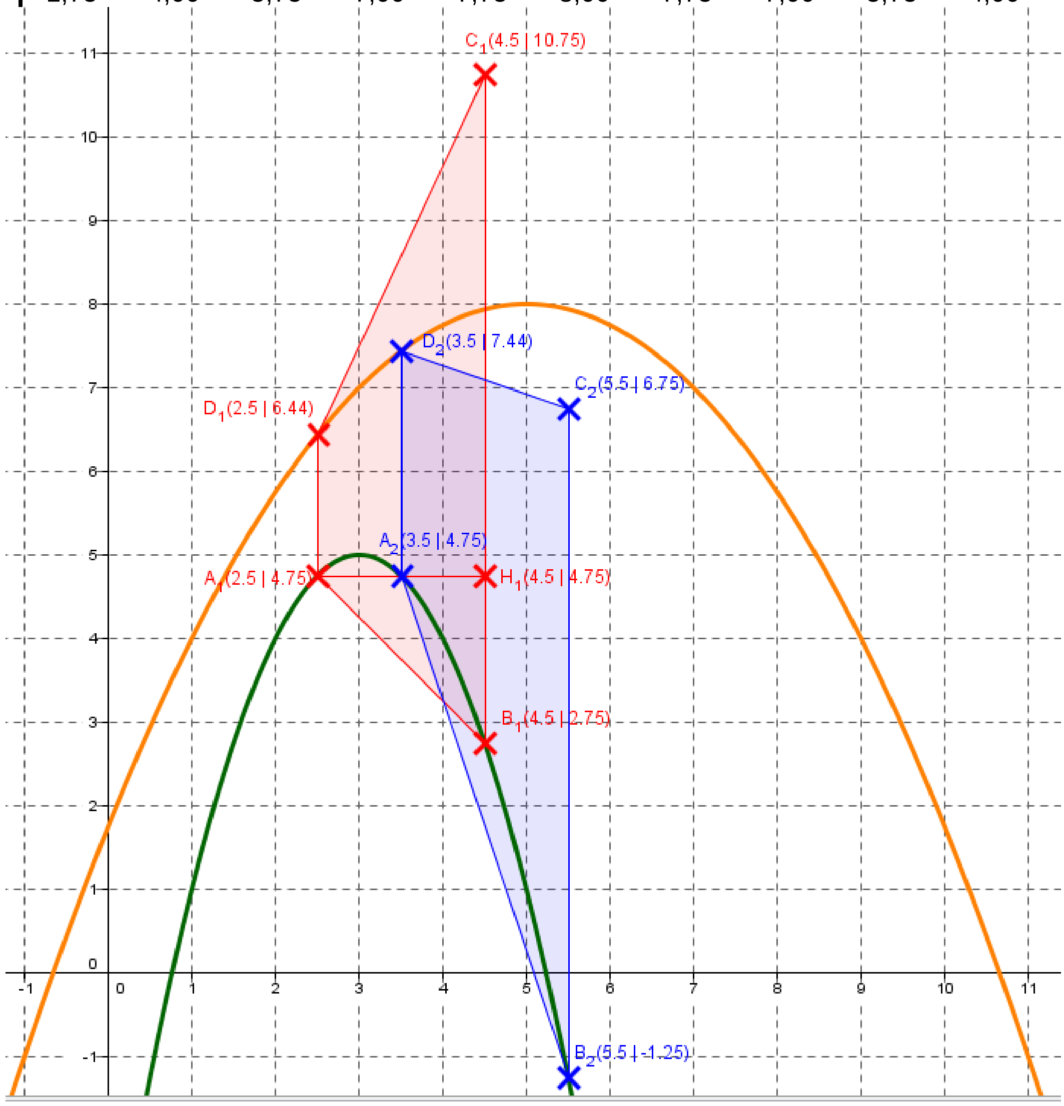
$\Leftrightarrow y = -0{,}25(x^2 - 10x + 25) + 8$

$\Leftrightarrow y = -0{,}25x^2 + 2{,}5x - 6{,}25 + 8$

$\Leftrightarrow y = -0{,}25x^2 + 2{,}5x + 1{,}75$

Damit ist **p_2: $y = -0{,}25x^2 + 2{,}5x + 1{,}75$**

x	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00
y	1,75	4,00	5,75	7,00	7,75	8,00	7,75	7,00	5,75	4,00	1,75



D 1.2

$$\mathbf{y = -(x} + 2 \mathbf{- 3)^2 + 5}$$

$\Leftrightarrow\ y = -(x - 1)^2 + 5$

$\Leftrightarrow\ y = -(x^2 - 2x + 1) + 5$

$\Leftrightarrow\ y = -x^2 + 2x - 1 + 5$

$\Leftrightarrow\ y = -x^2 + 2x + 4$

Damit ist $B_n(x + 2 \mid -x^2 + 2x + 4)$.

D 1.3 Siehe Zeichnung

D 1.4

$\overline{B_1H_1}(x) = (y_{A1} - y_{B1})$ LE $= (4,75 - 2,75)$ LE $= 2$

Dreieck $A_1B_1H_1$:

$$\tan \sphericalangle B_1A_1H_1 = \frac{\overline{B_1H_1}}{\overline{A_1H_1}} = \frac{2}{2} = 1 \Leftrightarrow \sphericalangle B_1A_1H_1 = 45°$$

$\sphericalangle B_1A_1D_1 = 90° + 45° = 135°$

D 1.5

$$\overline{A_nD_n}(x) = \sqrt{(x - x)^2 + (\mathbf{-0,25x^2 + 2,5x + 1,75} - (\mathbf{-(x - 3)^2 + 5}))^2}\ \text{LE}$$

$$\Leftrightarrow\ \overline{A_nD_n}(x) = (-0,25x^2 + 2,5x + 1,75 + x^2 - 6x + 9 - 5)\ \text{LE}$$

$$\Leftrightarrow\ \overline{A_nD_n}(x) = (0,75x^2 - 3,5x + 5,75)\ \text{LE}$$

$8 = 0,75x^2 - 3,5x + 5,75$

$\Leftrightarrow\ 0,75x^2 - 3,5x - 2,25 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{3,5 \pm \sqrt{(-3,5)^2 - 4 \cdot 0,75 \cdot (-2,25)}}{2 \cdot 0,75}$$

$$= \frac{3,5 \pm \sqrt{19}}{1,5} \Rightarrow x_1 = 5,24 \text{ und } x_2 = -0,57 \quad \mathbb{L} = \{-0,57;\ 5,24\}$$

D 1.6

$T_{min} = 0,75x^2 - 3,5x + 5,75$

$\Leftrightarrow\ T_{min} = 0,75(x^2 - 4\frac{2}{3}x) + 5,75$

$\Leftrightarrow\ T_{min} = 0,75(x^2 - 4\frac{2}{3}x + (2\frac{1}{3})^2 - (2\frac{1}{3})^2) + 5,75$

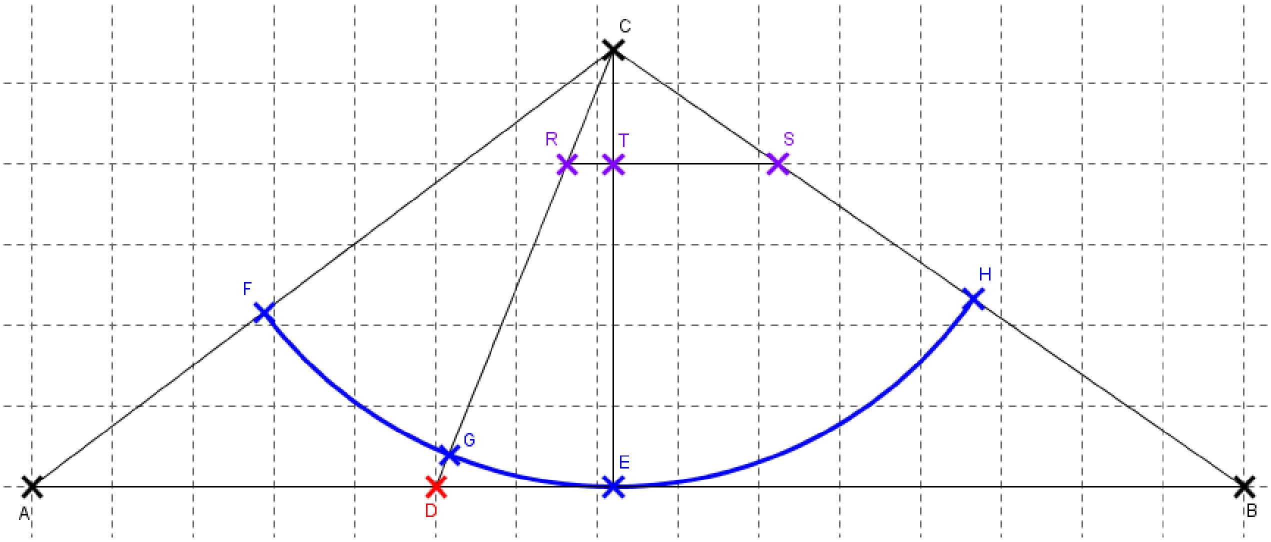
$\Leftrightarrow\ T_{min} = 0,75(x - 2\frac{1}{3}) + 1\frac{2}{3}$

Damit ist $T_{min} = 1\frac{2}{3}$ LE $= 1,67$ LE für $x = 2\frac{1}{3}$.

Da $\overline{B_nC_n}(x) = 8$ LE und $\overline{A_nH_n}(x) = 2$ LE immer die gleiche Länge haben, ist der Flächeninhalt einzig von $\overline{A_nD_n}(x)$ abhängig. Wird dieser Wert minimal, so wird auch der Flächeninhalt minimal.

Aufgabe D2

D 2.1



Kosinus-Satz:

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2\cdot\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\cos\sphericalangle BAC$$

$$\Leftrightarrow \cos\sphericalangle BAC = \frac{\overline{BC}^2 - \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2}{-2\cdot\overline{AB}\cdot\overline{AC}}$$

$$\Leftrightarrow \cos\sphericalangle BAC = \frac{9{,}5^2 - 15^2 - 9^2}{-2\cdot 15\cdot 9} = 0{,}80$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle BAC = 36{,}96°$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2\cdot\overline{AB}\cdot\overline{BC}\cdot\cos\sphericalangle CBA$$

$$\Leftrightarrow \cos\sphericalangle CBA = \frac{\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2}{-2\cdot\overline{AB}\cdot\overline{BC}}$$

$$\Leftrightarrow \cos\sphericalangle CBA = \frac{9^2 - 15^2 - 9{,}5^2}{-2\cdot 15\cdot 9{,}5} = 0{,}82$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle CBA = 34{,}72°$$

$$A = 0{,}5\cdot\sin\sphericalangle BAC\cdot\overline{AC}\cdot\overline{AB}$$

$$\Leftrightarrow A = 0{,}5\cdot\sin 36{,}96°\cdot 9\cdot 15\ m^2 = 40{,}58\ m^2$$

D 2.2

Kosinus-Satz im Dreieck ADC:

$$\overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{AC}^2 - 2\cdot\overline{AD}\cdot\overline{AC}\cdot\cos 36{,}96°$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD}^2 = (5^2 + 9^2 - 2\cdot 5\cdot 9\cdot\cos 36{,}96°)\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 34{,}09\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD} = 5{,}84\ m$$

$$\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 - 2\cdot\overline{AC}\cdot\overline{CD}\cdot\cos\sphericalangle ACD$$

$$\Leftrightarrow \cos\sphericalangle ACD = \frac{\overline{AD}^2 - \overline{AC}^2 - \overline{CD}^2}{-2\cdot\overline{AC}\cdot\overline{CD}}$$

$$\Leftrightarrow \cos\sphericalangle ACD = \frac{5^2 - 9^2 - 5{,}84^2}{-2\cdot 9\cdot 5{,}84} = 0{,}86$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle ACD = 31{,}00°$$

$$\sphericalangle DCB = \sphericalangle ACB - \sphericalangle ACD = (180° - 36{,}96° - 34{,}72°) - 31{,}00° = 77{,}32°$$

D 2.3 Siehe Zeichnung

D 2.4

Dreieck AEC:

$$\sin\sphericalangle BAC = \frac{\overline{CE}}{\overline{AC}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CE} = \sin\sphericalangle BAC\cdot\overline{AC}\ \text{m} = \sin 36{,}96°\cdot 9\ \text{m} = 5{,}41\ \text{m}$$

$$\cos\sphericalangle ACE = \frac{\overline{CE}}{\overline{AC}} = \frac{5{,}41}{9} = 0{,}60 \Leftrightarrow \sphericalangle ACE = 53{,}05°$$

$$A_{Fenster} = A_{ADC} - A_{Sektor}$$

$$\Leftrightarrow A_{Fenster} = (0{,}5\cdot\sin\sphericalangle ACD\cdot\overline{AC}\cdot\overline{CD} - \overline{CE}^2\cdot\pi\cdot\frac{31{,}00°}{360°})\ \text{m}^2$$

$$\Leftrightarrow A_{Fenster} = (0{,}5\cdot\sin 31°\cdot 9\cdot 5{,}84 - 5{,}41^2\cdot\pi\cdot\frac{31{,}00°}{360°})\ \text{m}^2$$

$$\Leftrightarrow A_{Fenster} = (13{,}54 - 7{,}92)\ \text{m}^2 = 5{,}62\ \text{m}^2$$

$5{,}62 : 13{,}54 = 0{,}4151 \Rightarrow 41{,}51\ \%$

D 2.5

Vierstrecken-Satz im Bereich CDB:

$$\frac{\overline{RS}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{CT}}{\overline{CE}}$$

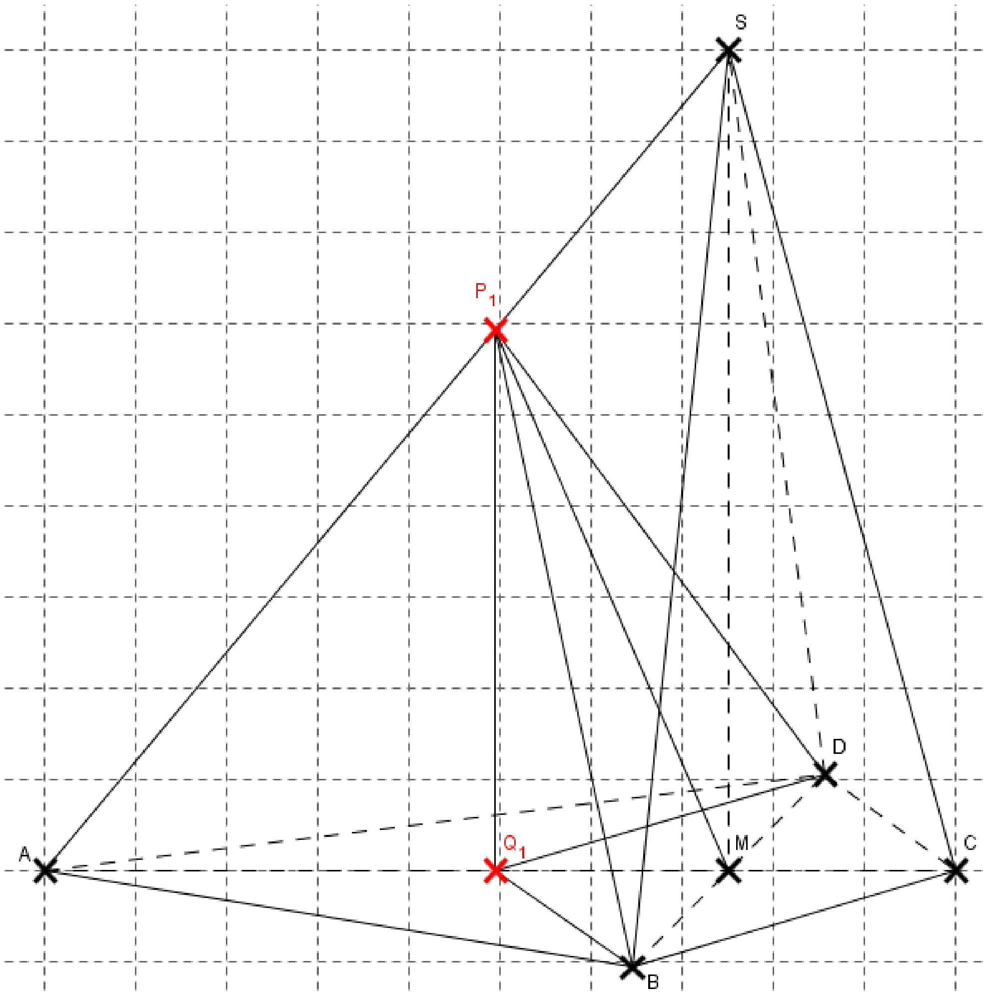
$$\Leftrightarrow \overline{RS} = \frac{\overline{CT}\cdot\overline{DB}}{\overline{CE}} = \frac{(5{,}41 - 4)\cdot 10}{5{,}41}\ \text{m} = 2{,}61\ \text{m}$$

$$A_{Roll} = 0{,}5\cdot\overline{RS}\cdot\overline{TC}$$

$$\Leftrightarrow A_{Roll} = 0{,}5\cdot 2{,}61\cdot 1{,}41\ \text{m}^2 = 1{,}84\ \text{m}^2$$

Aufgabe D3

D 3.1



$\cos \sphericalangle MAS = \dfrac{\overline{SM}}{\overline{AM}} = \dfrac{9}{7,5} = 1,2 \Leftrightarrow \sphericalangle MAS = 50,19°$

D 3.2

Dreieck AMS:

$\overline{AS} = \sqrt{\overline{AM}^2 + \overline{MS}^2}\ \text{cm} = \sqrt{7,5^2 + 9^2}\ \text{cm} = \sqrt{137,25}\ \text{cm} = 11,72\ \text{cm}$

Q_n darf [AM] nicht "verlassen"; also gilt: $0 < x < 11,72$

$\overline{AP_1} = 11,72\ \text{cm} - 4\ \text{cm} = 7,72\ \text{cm}$

Kosinus-Satz im Dreieck AMP_1:

$\overline{MP_1}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{AP_1}^2 - 2 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{AP_1} \cdot \cos 50,19°$

$\Leftrightarrow \overline{MP_1}^2 = (7,5^2 + 7,72^2 - 2 \cdot 7,5 \cdot 7,72 \cdot \cos 50,19°)\ \text{cm}^2$

$\Leftrightarrow \overline{MP_1}^2 = 41,71\ \text{cm}^2$

$\Leftrightarrow \overline{MP_1} = 6,46\ \text{cm}$

$\overline{AP_1}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{MP_1}^2 - 2 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{MP_1} \cdot \cos \sphericalangle P_1MA$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle P_1MA = \frac{\overline{AP_1}^2 - \overline{AM}^2 - \overline{MP_1}^2}{-2 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{MP_1}}$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle P_1MA = \frac{7{,}72^2 - 7{,}5^2 - 6{,}46^2}{-2 \cdot 7{,}5 \cdot 6{,}46} = 0{,}40$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle P_1MA = 66{,}66°$$

D 3.3

Dreieck AQ_nP_n:

$$\sin \sphericalangle MAS = \frac{\overline{P_nQ_n}}{\overline{AP_n}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{P_nQ_n} = \sin \sphericalangle MAS \cdot \overline{AP_n} \text{ cm} = \sin 50{,}19° \cdot (11{,}72 - x) \text{ cm}$$

Vierstrecken-Satz im Bereich AMS:

$$\frac{\overline{MQ_n}}{\overline{AM}} = \frac{x}{\overline{AS}} \Leftrightarrow \overline{MQ_n} = \frac{x \cdot \overline{AM}}{\overline{AS}} \text{ cm} = \frac{x \cdot 7{,}5}{11{,}72} \text{ cm}$$

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot \overline{BD} \cdot \overline{MQ_n} \cdot \overline{P_nQ_n} \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot \frac{x \cdot 7{,}5}{11{,}72} \cdot \sin 50{,}19° \cdot (11{,}72 - x) \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = \frac{x \cdot 7{,}5}{11{,}72} \cdot \sin 50{,}19° \cdot (11{,}72 - x) \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = (-0{,}49x^2 + 5{,}76x) \text{ cm}^3$$

D 3.4

$$V_{ABCDS} = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot \overline{BD} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{MS} \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V_{ABCDS} = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 9 \text{ cm}^3 = 90 \text{ cm}^3$$

$$V(4) = (-0{,}49 \cdot 4^2 + 5{,}76 \cdot 4) \text{ cm}^3 = 15{,}2 \text{ cm}^3$$

$15{,}2 : 90 = 0{,}1689 \Rightarrow 16{,}89\ \%$

D 3.5

Dreieck AMP_0 mit rechtem Winkel bei P_0:

$$\sin \sphericalangle MAS = \frac{\overline{MP_0}}{\overline{AM}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{MP_0} = \sin \sphericalangle MAS \cdot \overline{AM} \text{ cm} = \sin 50{,}19° \cdot 7{,}5 \text{ cm} = 5{,}76 \text{ cm}$$

Dreieck P_0MS mit rechtem Winkel bei P_0:

$$\overline{P_0S} = \sqrt{\overline{MS}^2 - \overline{MP_0}^2} \text{ cm} = \sqrt{9^2 - 5{,}76^2} \text{ cm} = \sqrt{47{,}82} \text{ cm} = 6{,}92 \text{ cm}$$

Damit ist $x = \overline{P_0S} = 6{,}92$.