Abschlussprüfung 2003
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II — Nachtermin
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 09.06.2017

Aufgabe C1

C 1.1 und C 1.2 A(2 | -1) C(-4 | 5) $y = ax^2 + bx + 5$

I $-1 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 5$

II $5 = a \cdot (-4)^2 + b \cdot (-4) + 5$

$\Leftrightarrow$ I $2b = -6 - 4a$

II $4b = 16a$

$\Leftrightarrow$ I $b = -3 - 2a$

II $b = 4a$

I = II $-3 - 2a = 4a$

$\Leftrightarrow$ $6a = -3$

$\Leftrightarrow$ $a = -0{,}5$ in I

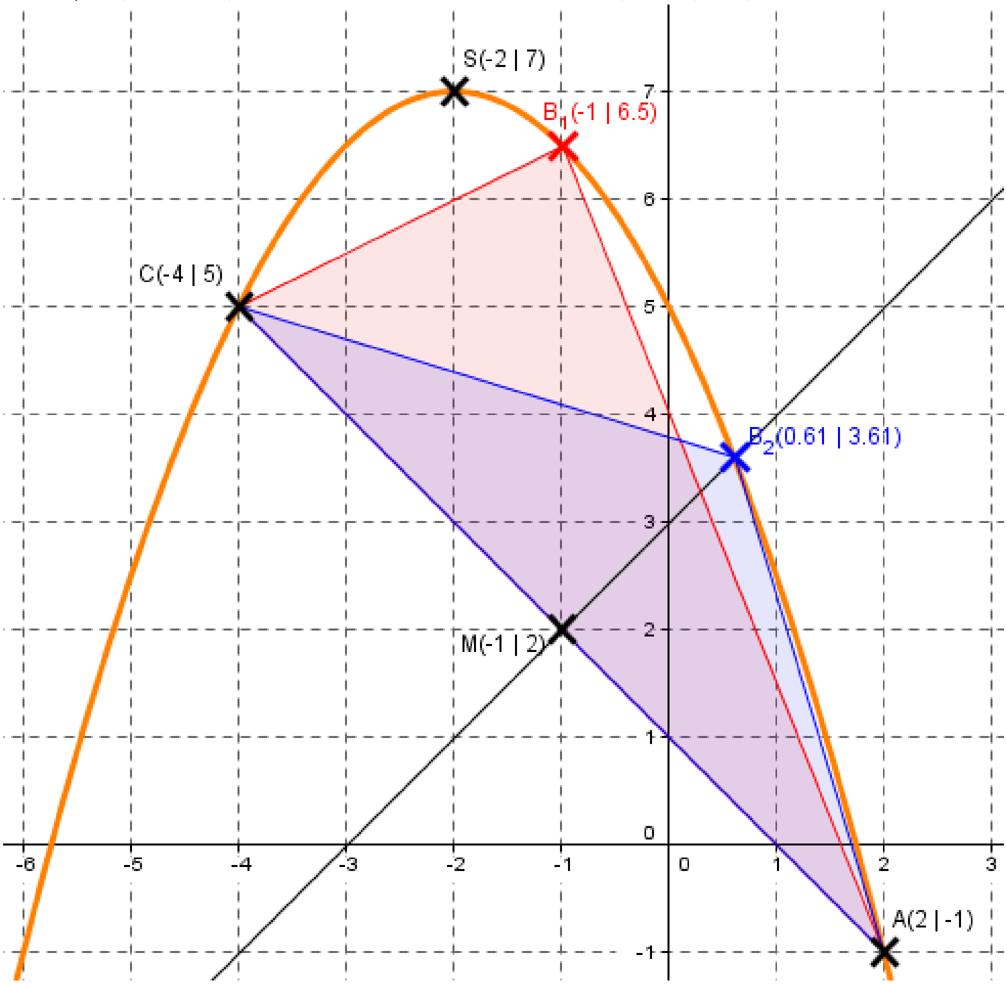
$b = -3 - 2 \cdot (-0{,}5) = -2$ **p: $y = -0{,}5x^2 - 2x + 5$**

$y = -0{,}5x^2 - 2x + 5$

$\Leftrightarrow$ $y = -0{,}5(x^2 + 4x) + 5$

$\Leftrightarrow$ $y = -0{,}5(x^2 + 4x + 2^2 - 2^2) + 5$

$\Leftrightarrow$ $y = -0{,}5(x + 2)^2 + 7$ Damit ist S(-2 | 7)



C 1.3

$$\overline{CB_1} = \sqrt{(-1 - (-4))^2 + (6{,}5 - 5)^2}\ \text{LE}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CB_1} = \sqrt{3^2 + 1{,}5^2}\ \text{LE} = \sqrt{11{,}25}\ \text{LE} = 3{,}35\ \text{LE}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(2 - (-4))^2 + (-1 - 5)^2}\ \text{LE}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CA} = \sqrt{6^2 + (-6)^2}\ \text{LE} = \sqrt{72}\ \text{LE} = 8{,}49\ \text{LE}$$

$$\overline{AB_1} = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (6{,}5 - (-1))^2}\ \text{LE}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB_1} = \sqrt{(-3)^2 + 7{,}5^2}\ \text{LE} = \sqrt{65{,}25}\ \text{LE} = 8{,}08\ \text{LE}$$

Kosinus-Satz:

$$\overline{AB_1}^2 = \overline{CA}^2 + \overline{CB_1}^2 - 2 \cdot \overline{CA} \cdot \overline{CB_1} \cdot \cos \sphericalangle ACB_1$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle ACB_1 = \frac{\overline{AB_1}^2 - \overline{CA}^2 - \overline{CB_1}^2}{-2 \cdot \overline{CA} \cdot \overline{CB_1}}$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle ACB_1 = \frac{65{,}25 - 72 - 11{,}25}{-2 \cdot 8{,}49 \cdot 3{,}35} = 0{,}32 \Leftrightarrow \sphericalangle ACB_1 = 71{,}55°$$

C 1.4

$$\overrightarrow{CB_1} = \begin{pmatrix} x - (-4) \\ -0{,}5x^2 - 2x + 5 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 4 \\ -0{,}5x^2 - 2x \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CA} = \begin{pmatrix} 2 - (-4) \\ -1 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$A(x) = 0{,}5 \cdot \begin{vmatrix} 6 & x + 4 \\ -6 & -0{,}5x^2 - 2x \end{vmatrix}\ \text{FE}$$

$$\Leftrightarrow A(x) = 0{,}5 \cdot (-3x^2 - 12x + 6x + 24)\ \text{FE}$$

$$\Leftrightarrow A(x) = 0{,}5 \cdot (-3x^2 - 6x + 24)\ \text{FE}$$

$$\Leftrightarrow A(x) = (-1{,}5x^2 - 3x + 12)\ \text{FE}$$

$$A_{max} = -1{,}5(x^2 + 2x) + 12$$

$$\Leftrightarrow A_{max} = -1{,}5(x^2 + 2x + 1^2 - 1^2) + 12$$

$$\Leftrightarrow A_{max} = -1{,}5(x + 1)^2 + 13{,}5$$

Damit ist $A_{max} = 13{,}5$ FE für $x = -1$.

C 1.5

Wir basteln eine Gerade, die auf [CA] senkrecht steht und durch ihren Mittelpunkt M geht:

$$M\left(\frac{-4 + 2}{2} \mid \frac{5 - 1}{2}\right) \Rightarrow M(-1 \mid 2)$$

$$m_{[CA]} = \frac{-1 - 5}{2 - (-4)} = \frac{-6}{6} = -1 \Rightarrow m_{senkrecht} = 1 \quad \text{PSF:}$$

$$y = 1(x + 1) + 2 \Leftrightarrow y = x + 3$$

$$x + 3 = \mathbf{-0{,}5x^2 - 2x + 5}$$

$$\Leftrightarrow -0{,}5x^2 - 3x + 2 = 0$$

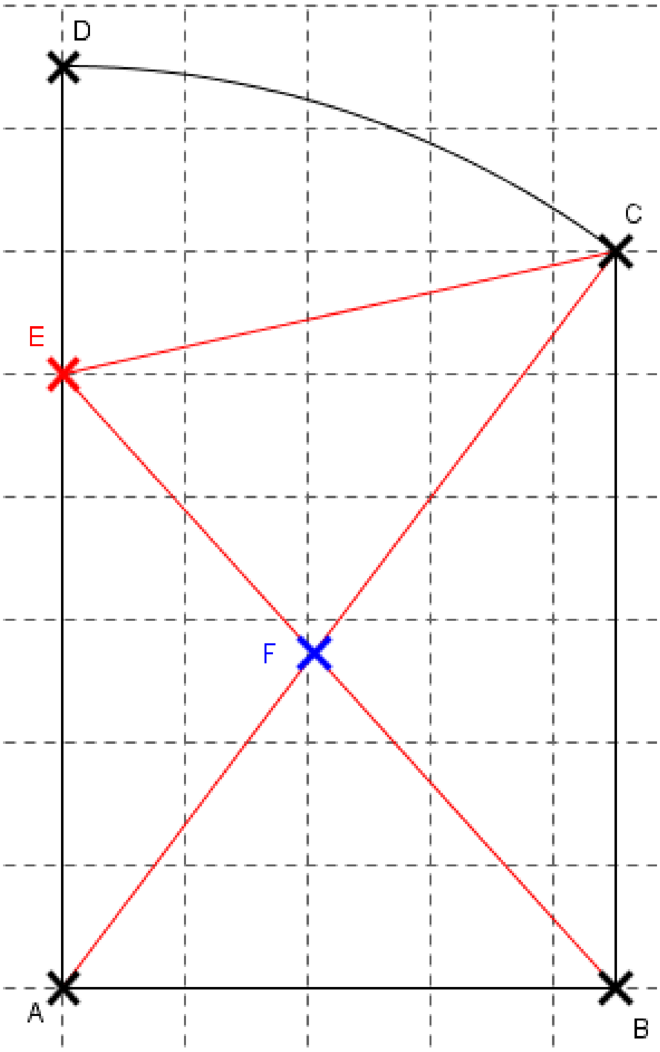
$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot (-0{,}5) \cdot 2}}{2 \cdot (-0{,}5)}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{13}}{-1} \Rightarrow x_1 = 0{,}61 \text{ (und } x_2 = -6{,}61) \quad \mathbb{L} = \{0{,}61\}$$

Damit ist $B_2(0{,}61 \mid 3{,}61)$.

Aufgabe C2

C 2.1



C 2.2

$\overline{AC} = \overline{AD} = 150 \text{ cm}$

Dreieck ABC:

$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2} \text{ cm}$

$\Leftrightarrow \overline{BC} = \sqrt{150^2 - 90^2} \text{ cm} = \sqrt{14400} \text{ cm} = 120 \text{ cm}$

$\tan \sphericalangle BAC = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{120}{90} = 1\frac{1}{3} \Leftrightarrow \sphericalangle BAC = 53{,}1°$

$\sphericalangle CAD = 90° - 53{,}1° = 36{,}9°$

$A = A_{Sektor} + A_{ABC}$

$\Leftrightarrow A = (\overline{AC}^2 \cdot \pi \cdot \frac{36{,}9°}{360°} + 0{,}5 \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AB}) \text{ cm}^2$

$\Leftrightarrow A = (150^2 \cdot \pi \cdot \frac{36{,}9°}{360°} + 0{,}5 \cdot 120 \cdot 90) \text{ cm}^2 = 12645{,}3 \text{ cm}^2$

$\Leftrightarrow A = 126{,}5 \text{ dm}^2$

C 2.3

Kosinus-Satz im Dreieck ACE:

$$\overline{CE}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AE}^2 - 2 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AE} \cdot \cos 36{,}9°$$

$$\Leftrightarrow \overline{CE}^2 = (150^2 + 100^2 - 2 \cdot 150 \cdot 100 \cdot \cos 36{,}9°)\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CE}^2 = 8509{,}5\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CE} = 92{,}2\ \text{cm}$$

C 2.4

Dreieck ABE:

$$\tan \sphericalangle AEB = \frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} = \frac{90}{100} = 0{,}9 \Leftrightarrow \sphericalangle AEB = 42{,}0°$$

$$\sphericalangle EFA = 180° - 36{,}9° - 42{,}0° = 101{,}1°$$

Sinus-Satz im Dreieck AFE:

$$\frac{\overline{EF}}{\sin \sphericalangle FAE} = \frac{\overline{AE}}{\sin \sphericalangle EFA}$$

$$\Leftrightarrow \overline{EF} = \frac{\overline{AE} \cdot \sin \sphericalangle FAE}{\sin \sphericalangle EFA}\ \text{cm} = \frac{100 \cdot \sin 36{,}9°}{\sin 101{,}1°}\ \text{cm} = 61{,}2\ \text{cm}$$

C 2.5

$$A_{EFC} = A_{ACE} - A_{AFE}$$

$$\Leftrightarrow A_{EFC} = (0{,}5 \cdot \sin 36{,}9° \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AE} - 0{,}5 \cdot \sin 42° \cdot \overline{AE} \cdot \overline{EF})\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow A_{EFC} = (0{,}5 \cdot \sin 36{,}9° \cdot 150 \cdot 100 - 0{,}5 \cdot \sin 42° \cdot 100 \cdot 61{,}2)\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow A_{EFC} = 2455{,}6\ \text{cm}^2 = 24{,}6\ \text{dm}^2$$

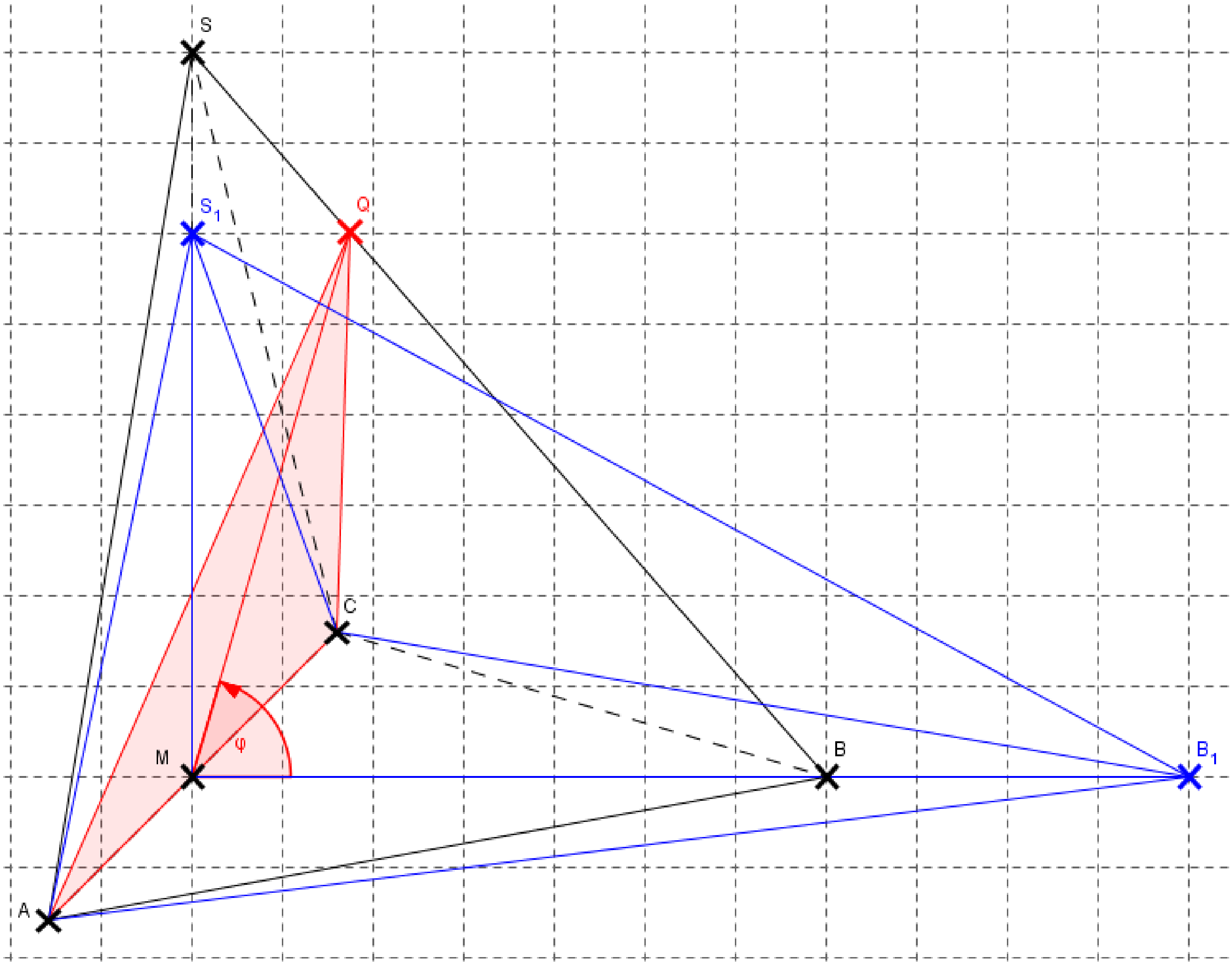
C 2.6

$$A_{\text{vergrößert}} = A_{\text{Original}} \cdot k^2$$

$$k = 200 : 150 = 1\tfrac{1}{3} \Rightarrow k^2 = 1\tfrac{7}{9} \Rightarrow \text{Um } \tfrac{7}{9} = 77{,}8\ \%.$$

Aufgabe C3

C 3.1



$\tan \sphericalangle SBM = \frac{\overline{MS}}{\overline{MB}} = \frac{8}{7} = 1{,}14 \Leftrightarrow \sphericalangle SBM = 48{,}81°$

C 3.2

Kosinus-Satz im Dreieck MBQ:

$\overline{MQ}^2 = \overline{MB}^2 + \overline{BQ}^2 - 2 \cdot \overline{MB} \cdot \overline{BQ} \cdot \cos 48{,}81°$

$\Leftrightarrow \overline{MQ}^2 = (7^2 + 8^2 - 2 \cdot 7 \cdot 8 \cdot \cos 48{,}81°)\ cm^2$

$\Leftrightarrow \overline{MQ}^2 = 39{,}24\ cm^2$

$\Leftrightarrow \overline{MQ} = 6{,}26\ cm$

$A_{AQC} = 0{,}5 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{MQ}\ cm^2$

$\Leftrightarrow A_{AQC} = 0{,}5 \cdot 9 \cdot 6{,}26\ cm^2 = 28{,}17\ cm^2$

Kosinus-Satz im Dreieck MBQ:

$\overline{BQ}^2 = \overline{MB}^2 + \overline{MQ}^2 - 2 \cdot \overline{MB} \cdot \overline{MQ} \cdot \cos \sphericalangle BMQ$

$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle BMQ = \dfrac{\overline{BQ}^2 - \overline{MB}^2 - \overline{MQ}^2}{-2 \cdot \overline{MB} \cdot \overline{MQ}}$

$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle BMQ = \dfrac{8^2 - 7^2 - 6{,}26^2}{-2 \cdot 7 \cdot 6{,}26} = 0{,}28$

$\Leftrightarrow \sphericalangle BMQ = 73{,}98°$

C 3.3 Siehe Zeichnung

C 3.4

$V(x) = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{MB_n} \cdot \overline{MS_n}\ cm^3$

$\Leftrightarrow V(x) = \frac{1}{6} \cdot 9 \cdot (8 - x) \cdot (7 + 2x)\ cm^3$

$\Leftrightarrow V(x) = \frac{9}{6} \cdot (56 + 16x - 7x - 2x^2)\ cm^3$

$\Leftrightarrow V(x) = \frac{9}{6} \cdot (-2x^2 + 9x + 56)\ cm^3$

$\Leftrightarrow V(x) = (-3x^2 + 13{,}5x + 84)\ cm^3$

$V_{ABCS} = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{MB} \cdot \overline{MS}\ cm^3$

$\Leftrightarrow V_{ABCS} = \frac{1}{6} \cdot 9 \cdot 7 \cdot 8\ cm^3 = 84\ cm^3$

$84 \cdot 1{,}125 = 94{,}5$

$94{,}5 = -3x^2 + 13{,}5x + 84$

$\Leftrightarrow -3x^2 + 13{,}5x - 10{,}5 = 0$

$x_{1/2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{-13{,}5 \pm \sqrt{13{,}5^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-10{,}5)}}{2 \cdot (-3)}$

$= \dfrac{-13{,}5 \pm \sqrt{56{,}25}}{-6} \Rightarrow x_1 = 1$ und $x_2 = 3{,}5 \quad \mathbb{L} = \{1;\ 3{,}5\}$

C 3.5

Dreieck MB_4S_4:

$\tan 20° = \dfrac{8 - x}{7 + 2x}$

$\Leftrightarrow (7 + 2x) \cdot \tan 20° = 8 - x$

$\Leftrightarrow 7 \cdot \tan 20° + 2x \cdot \tan 20° = 8 - x$

$\Leftrightarrow 2x \cdot \tan 20° + x = 8 - 7 \cdot \tan 20°$

$\Leftrightarrow x \cdot (2 \cdot \tan 20° + 1) = 8 - 7 \cdot \tan 20°$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{8 - 7 \cdot \tan 20°}{2 \cdot \tan 20° + 1} = 3{,}16 \quad \mathbb{L} = \{3{,}16\}$