Abschlussprüfung 2002
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II Nachtermin
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 09.06.2017

Aufgabe C1

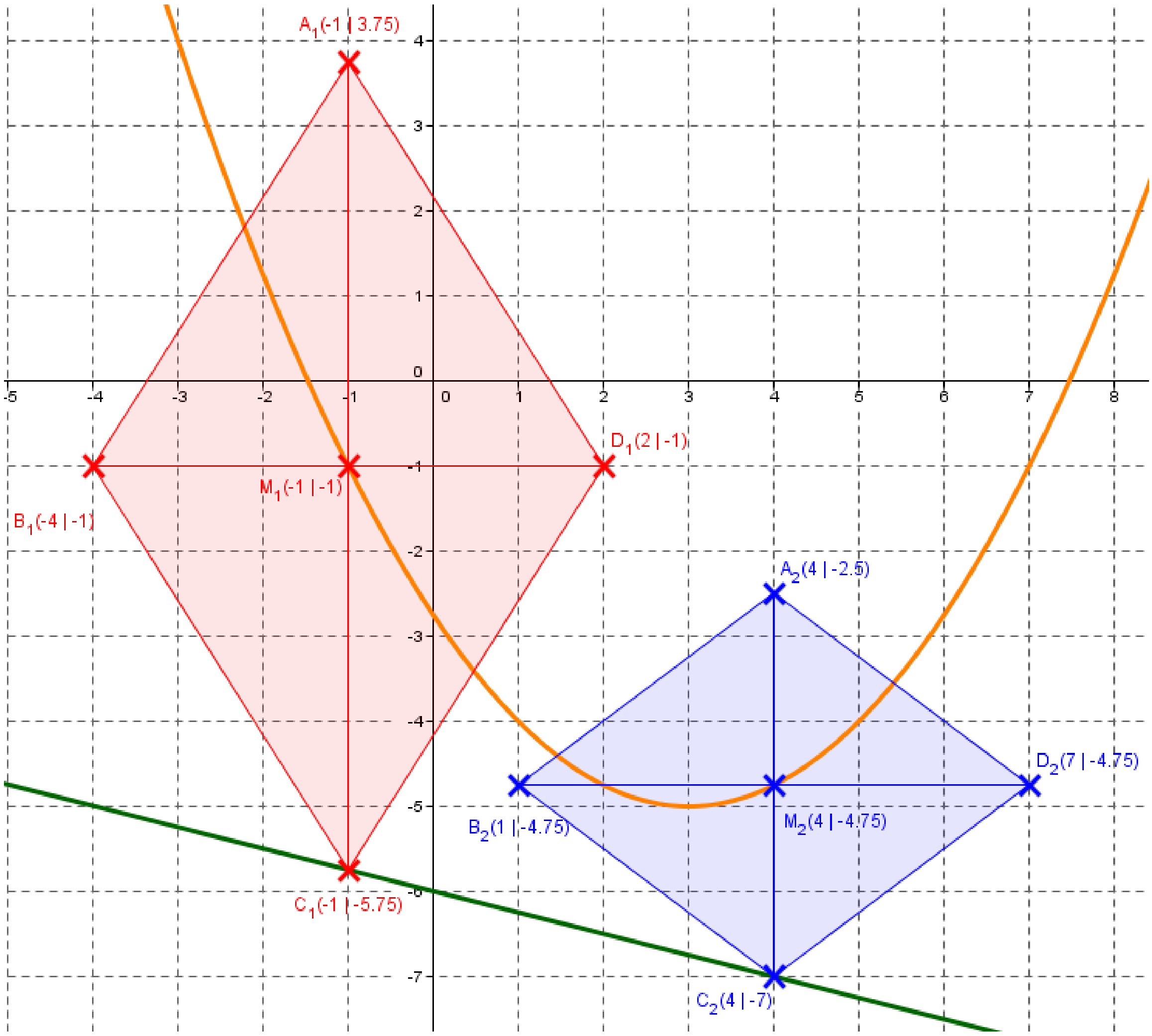
C 1.1 und C 1.2 **p: y = 0,25x² − 1,5x − 2,75** **g: y = −0,25x − 6**

$y = 0{,}25(x^2 - 6x) - 2{,}75$

$\Leftrightarrow y = 0{,}25(x^2 - 6x + 3^2 - 3^2) - 2{,}75$

$\Leftrightarrow y = 0{,}25(x - 3)^2 - 5$ Damit ist S(3 | −5).

x	-3,00	-2,00	-1,00	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00
y	4,00	1,25	-1,00	-2,75	-4,00	-4,75	-5,00	-4,75	-4,00	-2,75	-1,00	1,25	4,00



C 1.3

$\overline{C_nM_n}(x) = \sqrt{(x - x)^2 + (0{,}25x^2 - 1{,}5x - 2{,}75 - (-0{,}25x - 6))^2}\ \text{LE}$

$\Leftrightarrow \overline{C_nM_n}(x) = (0{,}25x^2 - 1{,}5x - 2{,}75 + 0{,}25x + 6)\ \text{LE}$

$\Leftrightarrow \overline{C_nM_n}(x) = (0{,}25x^2 - 1{,}25x + 3{,}25)$ LE

$A(x) = 0{,}5 \cdot 2 \cdot \overline{C_nM_n}(x) \cdot 6$ FE

$\Leftrightarrow A(x) = 0{,}5 \cdot 2 \cdot (0{,}25x^2 - 1{,}25x + 3{,}25) \cdot 6$ FE

$\Leftrightarrow A(x) = (1{,}5x^2 - 7{,}5x + 19{,}5)$ FE

$A_{min} = 1{,}5(x^2 - 5x) + 19{,}5$

$\Leftrightarrow A_{min} = 1{,}5(x^2 - 5x + 2{,}5^2 - 2{,}5^2) + 19{,}5$

$\Leftrightarrow A_{min} = 1{,}5(x - 2{,}5)^2 + 10{,}125$

Damit ist $A_{min} = 10{,}13$ FE für $x = 2{,}5$.

$\overline{B_0C_0} = \sqrt{\overline{B_0M_0}^2 + \overline{C_nM_n}(2{,}5)^2}$ cm

$\Leftrightarrow \overline{B_0C_0} = \sqrt{3^2 + (0{,}25 \cdot 2{,}5^2 - 1{,}25 \cdot 2{,}5 + 3{,}25)^2}$ cm

$\Leftrightarrow \overline{B_0C_0} = \sqrt{3^2 + 1{,}6875^2}$ cm $= \sqrt{11{,}85}$ cm $= 3{,}44$ cm

C 1.4

$3 = 0{,}25x^2 - 1{,}25x + 3{,}25$

$\Leftrightarrow 0{,}25x^2 - 1{,}25x + 0{,}25 = 0$

$x_{1/2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{1{,}25 \pm \sqrt{(-1{,}25)^2 - 4 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}25}}{2 \cdot 0{,}25}$

$= \dfrac{1{,}25 \pm \sqrt{1{,}3125}}{0{,}5} \Rightarrow x_1 = 4{,}79$ und $x_2 = 0{,}21$ $\mathbb{L} = \{0{,}21;\ 4{,}79\}$

C 1.5

Dreieck BCM:

$\tan 0{,}5 \cdot 43{,}6° = \dfrac{\overline{BM}}{\overline{MC}}$

$\Leftrightarrow \overline{MC} = \dfrac{\overline{BM}}{\tan 0{,}5 \cdot 43{,}6°}$

$\Leftrightarrow 0{,}25x^2 - 1{,}25x + 3{,}25 = \dfrac{3}{\tan 0{,}5 \cdot 43{,}6°}$

$\Leftrightarrow 0{,}25x^2 - 1{,}25x + 3{,}25 = 7{,}50$

$\Leftrightarrow 0{,}25x^2 - 1{,}25x - 4{,}25 = 0$

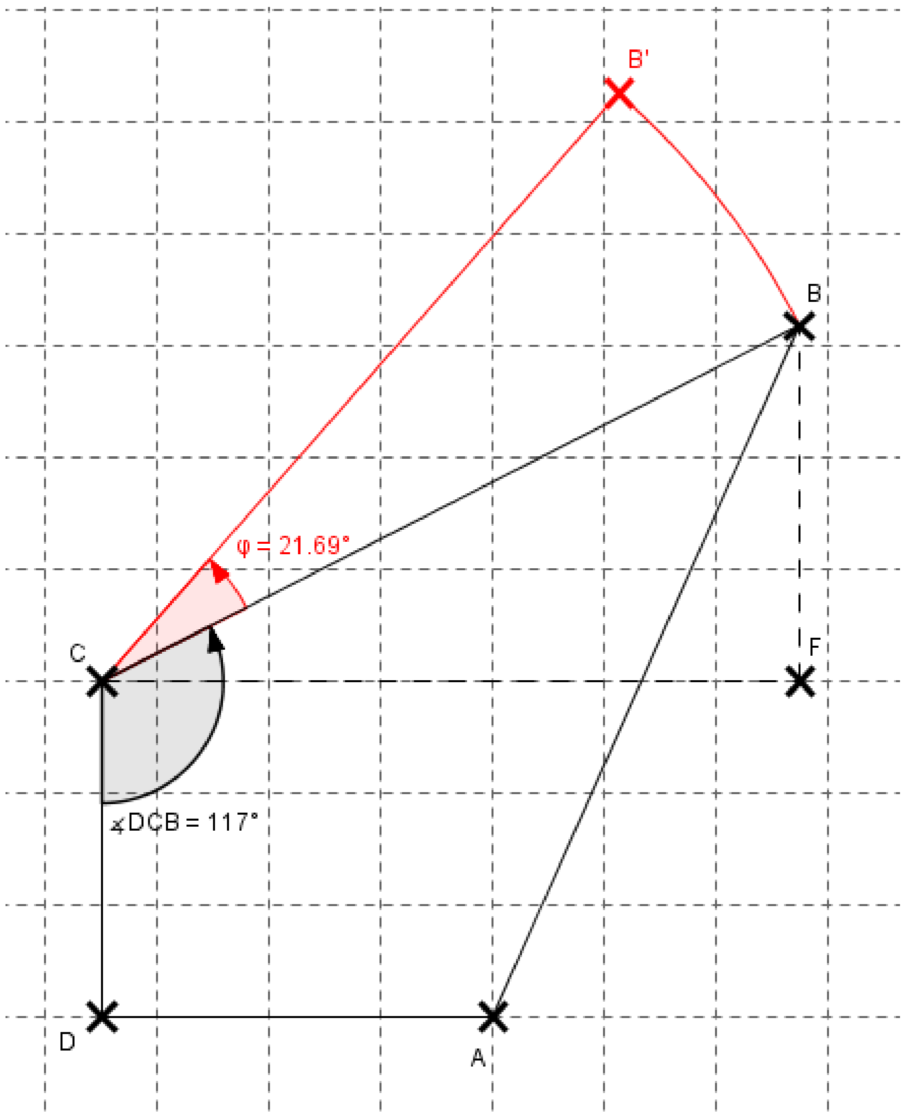
$x_{1/2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} =$

$\dfrac{1{,}25 \pm \sqrt{(-1{,}25)^2 - 4 \cdot 0{,}25 \cdot (-4{,}25)}}{2 \cdot 0{,}25}$

$= \dfrac{1{,}25 \pm \sqrt{5{,}8125}}{0{,}5} \Rightarrow x_1 = 7{,}32$ und $x_2 = -2{,}32$ $\mathbb{L} = \{-2{,}32;\ 7{,}32\}$

Aufgabe C2

C 2.1



Dreieck CFB:

$$\sin 27° = \frac{\overline{BF}}{\overline{BC}}$$

$\Leftrightarrow \overline{BF} = \sin 27° \cdot \overline{BC}\ m = \sin 27° \cdot 7\ m = 3{,}18\ m$

$h_1 = 3{,}18\ m + 3\ m + 2{,}80\ m = 8{,}98\ m$

C 2.2

Dreieck DAC:

$\overline{CA} = \sqrt{\overline{DA}^2 + \overline{DC}}\ m = \sqrt{3{,}5^2 + 3^2}\ m = \sqrt{21{,}25}\ m = 4{,}61\ m$

$\tan \sphericalangle DCA = \frac{\overline{DA}}{\overline{DC}} = \frac{3{,}5}{3} = 1{,}17 \Leftrightarrow \sphericalangle DCA = 49{,}40°$

$\sphericalangle ACB = 117° - 49{,}40° = 67{,}60°$

Kosinus-Satz im Dreieck ABC:

$$\overline{AB}^2 = \overline{CA}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{CA} \cdot \overline{BC} \cdot \cos 67{,}60°$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB}^2 = (4{,}61^2 + 7^2 - 2 \cdot 4{,}61 \cdot 7 \cdot \cos 67{,}60°)\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 45{,}66\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = 6{,}76\ m$$

$$\overline{CA}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos \sphericalangle CBA$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle CBA = \frac{\overline{CA}^2 - \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2}{-2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC}}$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle CBA = \frac{21{,}25 - 45{,}66 - 7^2}{-2 \cdot 6{,}76 \cdot 7} = 0{,}78$$

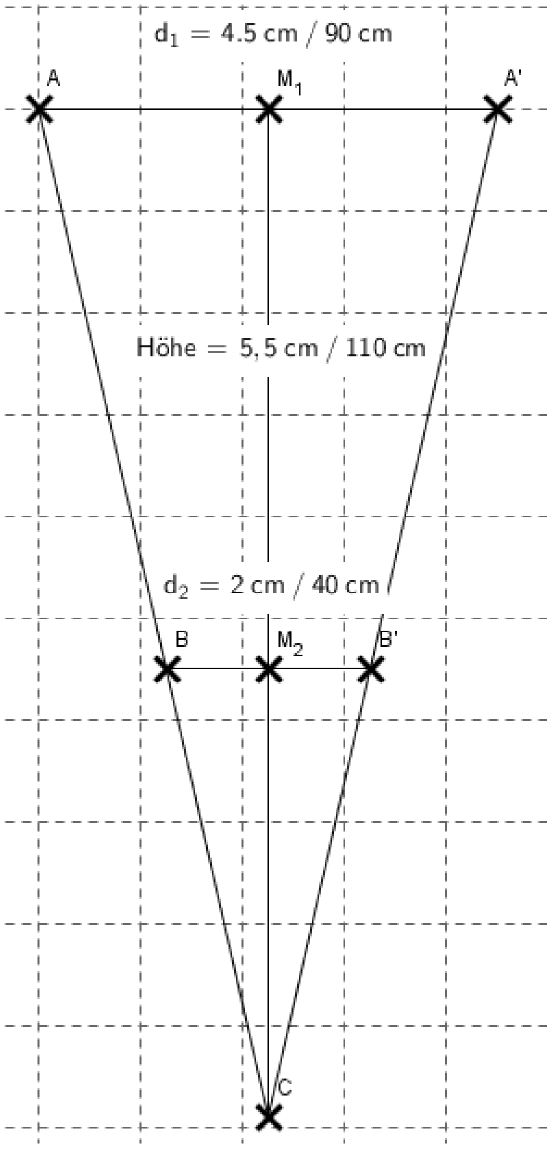
$$\Leftrightarrow \sphericalangle CBA = 39{,}13°$$

C 2.3

$$b = r \cdot \pi \cdot \frac{\varphi}{180°}$$

$$\varphi = \frac{b \cdot 180°}{r \cdot \pi} = \frac{2{,}65 \cdot 180°}{7 \cdot \pi} = 21{,}69°$$

C 2.4



Vierstreckensatz:

$$\frac{\overline{M_1C}}{\overline{CM_2}} = \frac{\overline{AA'}}{\overline{BB'}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{M_1C} = \frac{\overline{AA'} \cdot \overline{CM_2}}{\overline{BB'}}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{90 \cdot (x - 110)}{40}$$

$$\Leftrightarrow 40x = 90x - 9900$$

$$\Leftrightarrow 50x = 9900$$

$$\Leftrightarrow x = 198$$

Damit ist die gesamte Höhe 1,98 m.

$$V = V_{ACA'} - V_{BCB'}$$

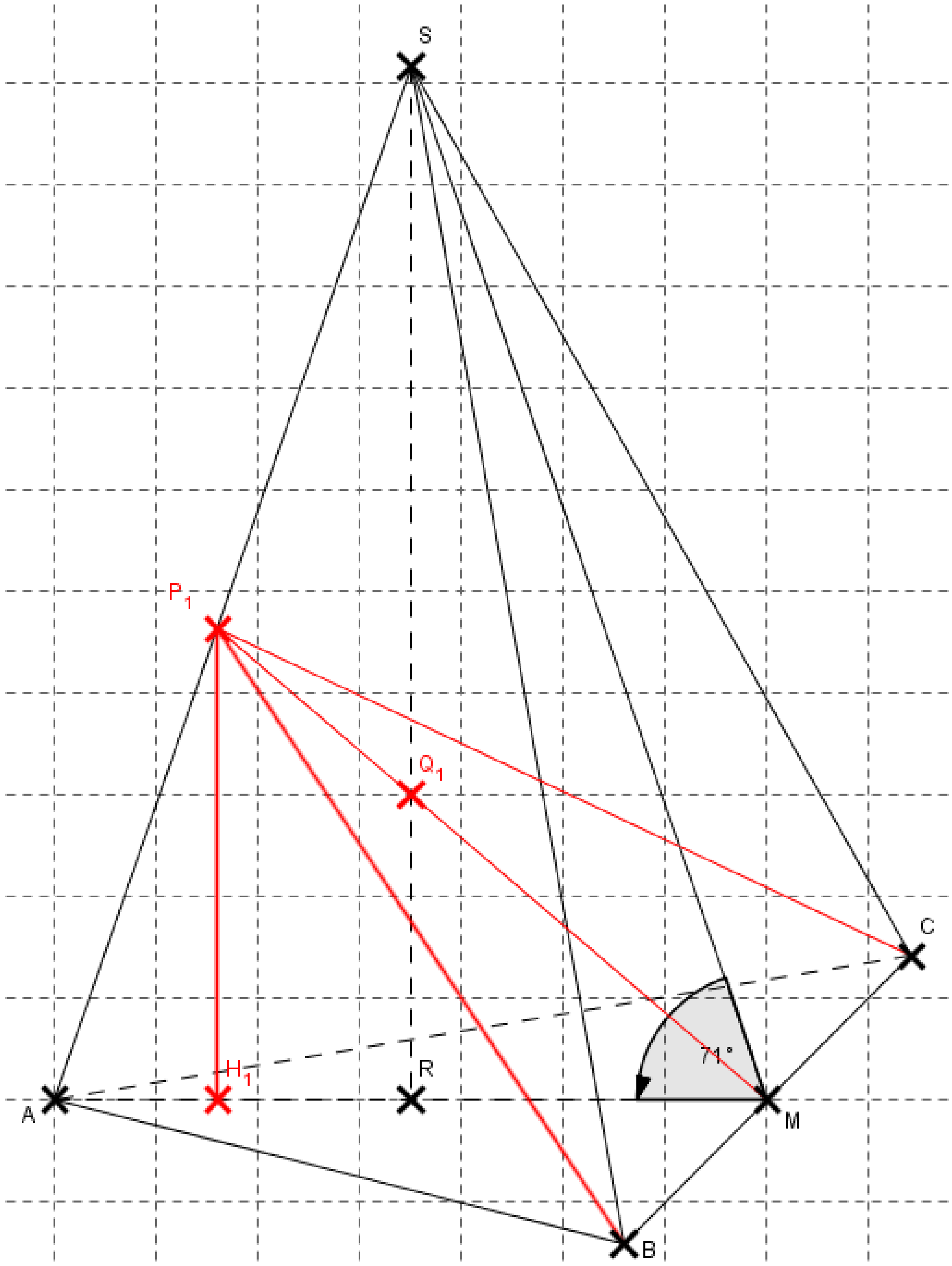
$$\Leftrightarrow V = \left(\frac{1}{3} \cdot \overline{AM_1}^2 \cdot \pi \cdot \overline{M_1M_2} - \frac{1}{3} \cdot \overline{BM_2}^2 \cdot \pi \cdot \overline{CM_2}\right)\ cm^3$$

$$\Leftrightarrow V = \left(\frac{1}{3} \cdot 45^2 \cdot \pi \cdot 198 - \frac{1}{3} \cdot 20^2 \cdot \pi \cdot 88\right)\ cm^3$$

$$\Leftrightarrow V = 383012{,}50\ cm^3 = 383{,}01\ dm^3 = 0{,}383\ m^3$$

Aufgabe C3

C 3.1



Dreieck RMS:

$$\tan 71° = \frac{\overline{RS}}{\overline{RM}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{RS} = \tan 71° \cdot \overline{RM}\ \text{cm} = \tan 71° \cdot 3{,}5\ \text{cm} = 10{,}16\ \text{cm}$$

Dreieck ARS:

$$\overline{AS} = \sqrt{\overline{AR}^2 + \overline{RS}}\ \text{cm} = \sqrt{3{,}5^2 + 10{,}16^2}\ \text{cm}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{AS} = \sqrt{115{,}4756}\ \text{cm} = 10{,}75\ \text{cm}$$

C 3.2

Dreieck RMQ_1:

$$\tan \sphericalangle Q_1MR = \frac{\overline{RQ_1}}{\overline{RM}} = \frac{3}{3,5} = 0,86 \Leftrightarrow \sphericalangle Q_1MR = 40,60°$$

Dreieck ARS:

$\sphericalangle RAS = 71°$, da das Dreieck AMS gleichschenklig ist.

$\sphericalangle AP_1M = 180° - 40,60° - 71° = 68,40°$

Sinus-Satz im Dreieck AMP_1:

$$\frac{\overline{MP_1}}{\sin \sphericalangle MAP_1} = \frac{\overline{AM}}{\sin \sphericalangle AP_1M}$$

$$\Leftrightarrow \overline{MP_1} = \frac{\overline{AM} \cdot \sin \sphericalangle MAP_1}{\sin \sphericalangle AP_1M} \text{ cm} = \frac{7 \cdot \sin 71°}{\sin 68,40°} \text{ cm} = 7,12 \text{ cm}$$

$$A = 0,5 \cdot \sin 40,60° \cdot \overline{MP_1} \cdot \overline{AM} \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow A = 0,5 \cdot \sin 40,60° \cdot 7,12 \cdot 7 \text{ cm}^2 = 16,22 \text{ cm}^2$$

C 3.3

Bei minimaler Strecke steht $[MP_0]$ auf $[AS]$ senkrecht. Daher muss im Dreieck AMP_0 gelten:

$$\sin 71° = \frac{\overline{MP_0}}{\overline{AM}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{MP_0} = \sin 71° \cdot 7 \text{ cm} = 6,62 \text{ cm}$$

$$\cos \sphericalangle P_0MA = \frac{\overline{MP_0}}{\overline{AM}} = \frac{6,62}{7} = 0,95 \Leftrightarrow \sphericalangle P_0MA = 18,97°$$

Dreieck RMQ_0:

$$\tan 18,97° = \frac{\overline{RQ_0}}{\overline{RM}} =$$

$$\Leftrightarrow \overline{RQ_0} = \tan 18,97° \cdot \overline{RM} \text{ cm} = \tan 18,97° \cdot 3,5 \text{ cm} = 1,20 \text{ cm}$$

C 3.4

Kosinus-Satz im Dreieck AMP_n:

$$\overline{MP_n}(x)^2 = (\overline{AM}^2 + x^2 - 2\cdot\overline{AM}\cdot x\cdot\cos 71°)\ cm$$

$$\Leftrightarrow\ \overline{MP_n}(x)^2 = (7^2 + x^2 - 2\cdot 7\cdot x\cdot\cos 71°)\ cm$$

$$\Leftrightarrow\ \overline{MP_n}(x)^2 = (49 + x^2 - 4{,}56x)\ cm$$

$$\Leftrightarrow\ \overline{MP_n}(x) = \sqrt{49 + x^2 - 4{,}56x}\ cm$$

$$\Leftrightarrow\ \overline{MP_n}(x) = \sqrt{x^2 - 4{,}56x + 49}\ cm$$

C 3.5

$$A_{BCP2} = 0{,}5\cdot\overline{BC}\cdot\overline{MP_2}$$

$$\Leftrightarrow\ \overline{MP_2} = \frac{A_{BCP2}}{0{,}5\cdot\overline{BC}}\ cm = \frac{34}{0{,}5\cdot 8}\ cm = 8{,}5\ cm$$

$$8{,}5 = \sqrt{x^2 - 4{,}56x + 49}$$

$$\Leftrightarrow\ 72{,}25 = x^2 - 4{,}56x + 49$$

$$\Leftrightarrow\ x^2 - 4{,}56x - 23{,}25 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4{,}56 \pm \sqrt{(-4{,}56)^2 - 4\cdot 1\cdot(-23{,}25)}}{2\cdot 1}$$

$$= \frac{4{,}56 \pm \sqrt{113{,}7936}}{2}\ \Rightarrow\ x_1 = 7{,}61\ (\text{und } x_2 = -3{,}05)\quad \mathbb{L} = \{7{,}61\}$$

Dreieck AH_2P_2:

$$\sin 70{,}99° = \frac{\overline{H_2P_2}}{\overline{AP_2}}$$

$$\overline{H_2P_2} = \sin 71°\cdot\overline{AP_2}\ cm = \sin 71°\cdot 7{,}61\ cm = 7{,}20\ cm$$

$$V_2 = (\frac{1}{3}\cdot 0{,}5\cdot\overline{AM}\cdot\overline{BC}\cdot\overline{H_2P_2})\ cm^3$$

$$\Leftrightarrow\ V_2 = (\frac{1}{3}\cdot 0{,}5\cdot 7\cdot 8\cdot 7{,}20)\ cm^3 = 67{,}20\ cm^3$$