Abschlussprüfung 2001
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II — Aufgabengruppe B

Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 09.06.2017

Aufgabe B1

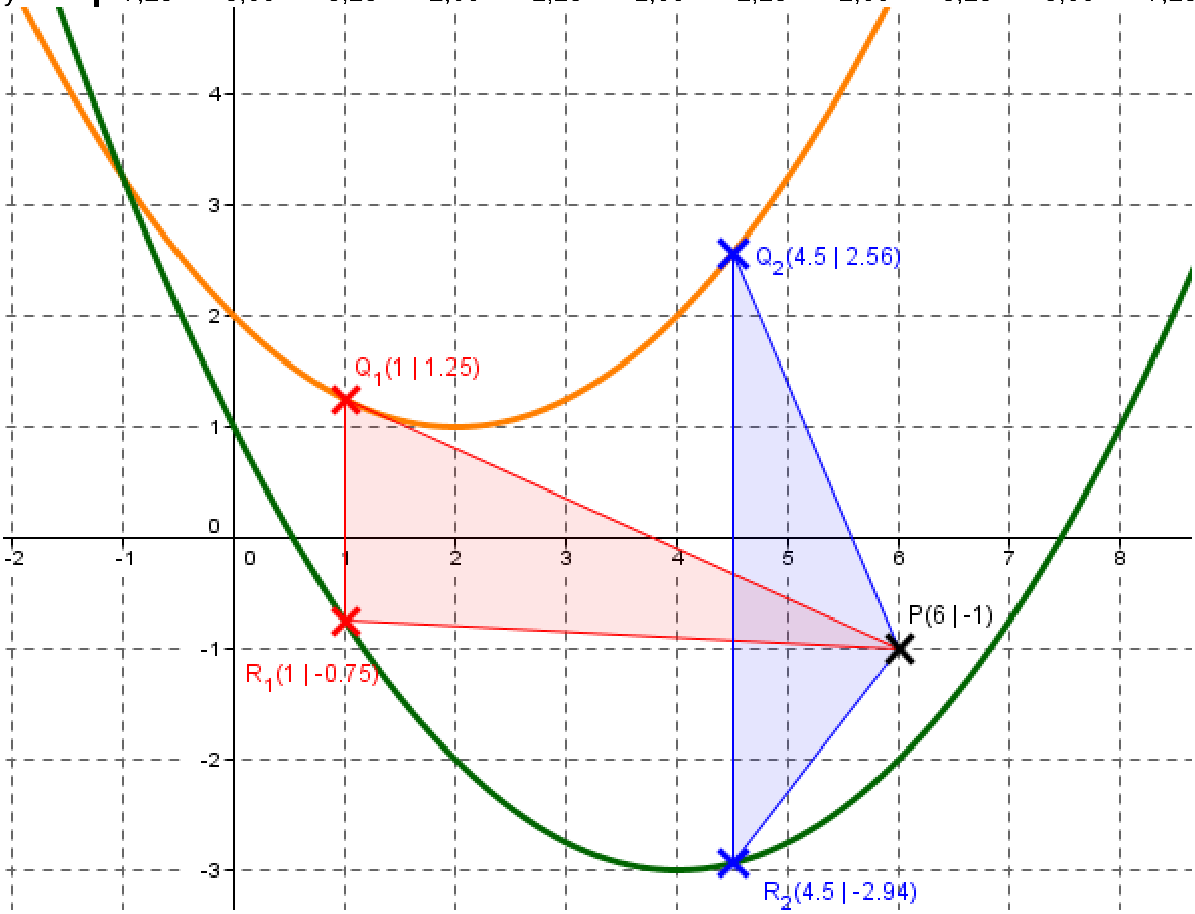
B 1.1 $p_1: y = 0,25x^2 - x + 2$

$y = 0,25(x^2 - 4x) + 2$

$\Leftrightarrow y = 0,25(x^2 - 4x + 2^2 - 2^2) + 2$

$\Leftrightarrow y = 0,25(x - 2)^2 + 1$ Damit ist $S_1(2 \mid 1)$.

x	-3,00	-2,00	-1,00	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00
y	7,25	5,00	3,25	2,00	1,25	1,00	1,25	2,00	3,25	5,00	7,25



B 1.2

$\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$

Damit ist $S_2(2 + 2 \mid 1 - 4) \Rightarrow S_2(4 \mid -3)$

Also: $y = 0,25(x - 4)^2 - 3$

$\Leftrightarrow y = 0,25(x^2 - 8x + 16) - 3$

$\Leftrightarrow y = 0,25x^2 - 2x + 4 - 3$

$\Leftrightarrow y = 0,25x^2 - 2x + 1$

Damit ist $p_2: y = 0,25x^2 - 2x + 1$.

B 1.3 Siehe Zeichnung.

B 1.4

$Q_1(1 \mid 1{,}25)$ $P(6 \mid -1)$ $m = \frac{-1 - 1{,}25}{6 - 1} = \frac{-2{,}25}{5} = -0{,}45$

Also: $y = -0{,}45(x - 6) - 1$

$\Leftrightarrow$ $y = -0{,}45x + 1{,}7$

$-0{,}45x + 1{,}7 = \mathbf{0{,}25x^2 - x + 2}$

$\Leftrightarrow$ $0{,}25x^2 - 0{,}55x + 0{,}3 = 0$

$D = (-0{,}55)^2 - 4 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}3 = 0{,}0025 \neq 0 \Rightarrow \mathbb{L} = \varnothing$ Keine Tangente.

B 1.5

$$\overrightarrow{PQ_n} = \begin{pmatrix} x - 6 \\ \mathbf{0{,}25x^2 - x + 2} - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 6 \\ 0{,}25x^2 - x + 3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{PR_n} = \begin{pmatrix} x - 6 \\ \mathbf{0{,}25x^2 - 2x + 1} - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 6 \\ 0{,}25x^2 - 2x + 2 \end{pmatrix}$$

$$A(x) = 0{,}5 \cdot \begin{vmatrix} x - 6 & x - 6 \\ 0{,}25x^2 - x + 3 & 0{,}25x^2 - 2x + 2 \end{vmatrix} \text{ FE}$$

$\Leftrightarrow A(x) = 0{,}5 \cdot (0{,}25x^3 - 2x^2 + 2x - 3x^2 + 12x - 12 - 0{,}25x^3 + x^2 - 3x + 3x^2 - 6x + 18)$ FE

$\Leftrightarrow$ $A(x) = 0{,}5 \cdot (-x^2 + 5x + 6)$ FE

$\Leftrightarrow$ $A(x) = (-0{,}5x^2 + 2{,}5x + 3)$ FE

$A_{max} = -0{,}5(x^2 - 5x) + 3$

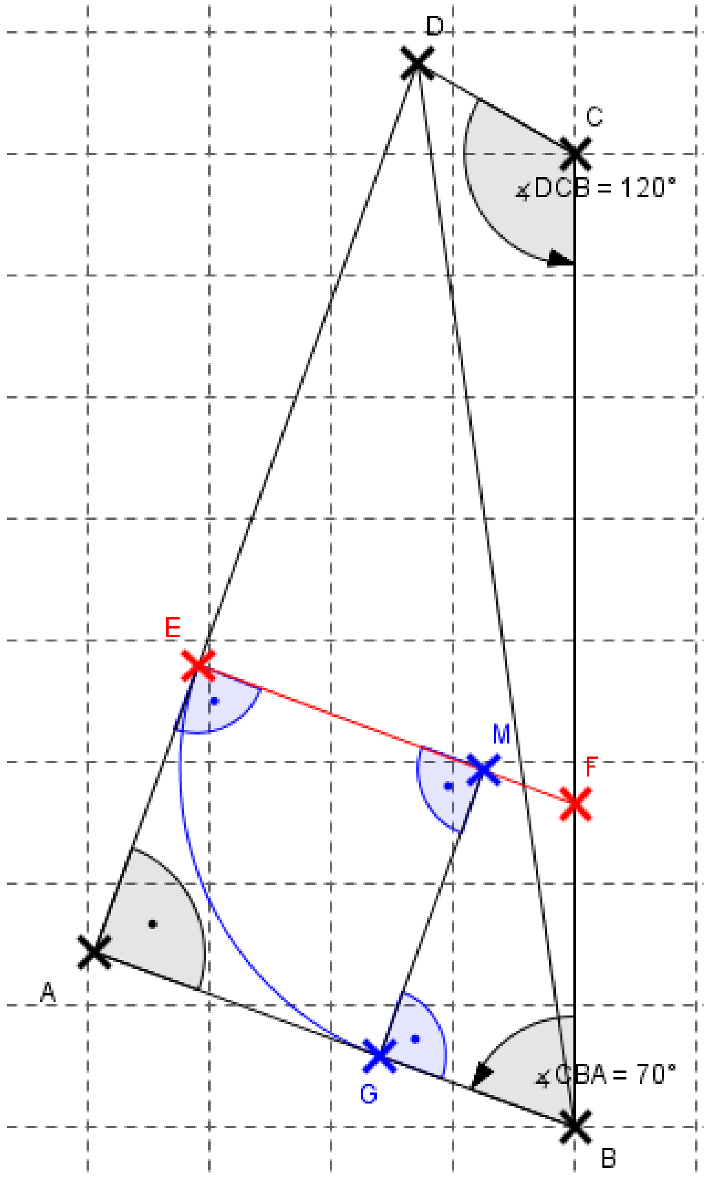
$\Leftrightarrow$ $A_{max} = -0{,}5(x^2 - 5x + 2{,}5^2 - 2{,}5^2) + 3$

$\Leftrightarrow$ $A_{max} = -0{,}5(x - 2{,}5)^2 + 6{,}125$

Damit ist $A_{max} = 6{,}125$ FE für $x = 2{,}5$.

Aufgabe B2

B 2.1



Kosinus-Satz im Dreieck BCD:

$$\overline{BD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 - 2 \cdot \overline{BC} \cdot \overline{CD} \cdot \cos 120°$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{BD}^2 = (4^2 + 0{,}75^2 - 2 \cdot 4 \cdot 0{,}75 \cdot \cos 120°)\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{BD}^2 = 19{,}56\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{BD} = 4{,}42\ m$$

B 2.2

Kosinus-Satz im Dreieck BCD:

$$\overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{BD}^2 - 2 \cdot \overline{BC} \cdot \overline{BD} \cdot \cos \sphericalangle CBD$$

$$\Leftrightarrow \quad \cos \sphericalangle CBD = \frac{\overline{CD}^2 - \overline{BC}^2 - \overline{BD}^2}{-2 \cdot \overline{BC} \cdot \overline{BD}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \cos \sphericalangle CBD = \frac{0{,}75^2 - 4^2 - 4{,}42^2}{-2 \cdot 4 \cdot 4{,}42} = 0{,}99$$

$\Leftrightarrow \sphericalangle CBD = 8{,}47°$ (8,45° aus Angabe über Sinus-Satz)
Dreieck ABD:
$\sphericalangle DBA = 70° - 8{,}45° = 61{,}55°$

$$\cos 61{,}55° = \frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \cos 61{,}55° \cdot \overline{BD}\text{ m} = \cos 61{,}55° \cdot 4{,}42\text{ m} = 2{,}11\text{ m}$$

$$A = A_{ABD} + A_{BCD}$$

$$\Leftrightarrow A = (0{,}5 \cdot \sin 61{,}55° \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BD} + 0{,}5 \cdot \sin 120° \cdot \overline{BC} \cdot \overline{CD})\text{ m}^2$$

$$\Leftrightarrow A = (0{,}5 \cdot \sin 61{,}55° \cdot 2{,}11 \cdot 4{,}42 + 0{,}5 \cdot \sin 120° \cdot 4 \cdot 0{,}75)\text{ m}^2$$

$$\Leftrightarrow A = 5{,}40\text{ m}^2$$

B 2.3
Dreieck ABE:

$$\tan \sphericalangle EBA = \frac{\overline{AE}}{\overline{AB}} = \frac{1{,}25}{2{,}11} = 0{,}59 \Leftrightarrow \sphericalangle EBA = 30{,}64°$$

$$\overline{EB} = \sqrt{\overline{AE}^2 + \overline{AB}}\text{ m} = \sqrt{1{,}25^2 + 2{,}11^2}\text{ m} = \sqrt{6{,}0146}\text{ m} = 2{,}45\text{ m}$$

$\sphericalangle FBE = 70° - 30{,}64° = 39{,}36°$

$\sphericalangle EFB = 360° - 90° - 90° - 70° = 110°$

Sinus-Satz im Dreieck EBF:

$$\frac{\overline{EF}}{\sin \sphericalangle FBE} = \frac{\overline{EB}}{\sin \sphericalangle EFB}$$

$$\Leftrightarrow \overline{EF} = \frac{\overline{EB} \cdot \sin \sphericalangle FBE}{\sin \sphericalangle EFB}\text{ m} = \frac{2{,}45 \cdot \sin 39{,}36°}{\sin 110°}\text{ m} = 1{,}65\text{ m}$$

B 2.4

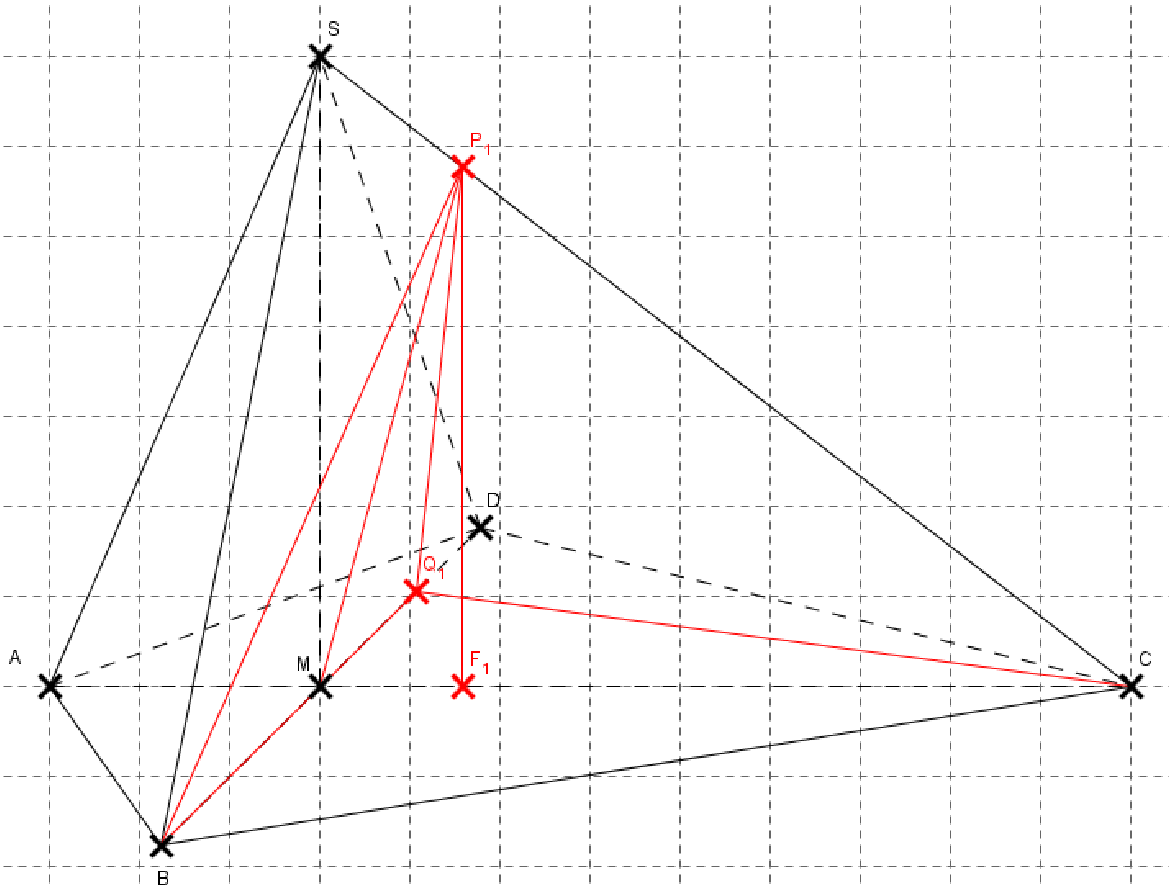
$$A = A_{AGME} - A_{Sektor}$$

$$\Leftrightarrow A = (\overline{AG}^2 - \overline{ME}^2 \cdot \pi \cdot \frac{90°}{360°})\text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow A = (1{,}25^2 - 1{,}25^2 \cdot \pi \cdot \frac{90°}{360°})\text{ cm}^2 = 0{,}34\text{ m}^2$$

Aufgabe B3

B 3.1



Dreieck MCS:

$$\tan \sphericalangle SCA = \frac{\overline{MS}}{\overline{MC}} = \frac{7}{9} = 0,78 \Leftrightarrow \sphericalangle SCA = 37,87°$$

$$\overline{SC} = \sqrt{\overline{MS}^2 + \overline{MC}^2}\ cm = \sqrt{7^2 + 9^2}\ cm = \sqrt{130}\ cm = 11,40\ cm$$

B 3.2 Siehe Zeichnung.

B 3.3

Dreieck F_nCP_n:

$$\sin 37,87° = \frac{\overline{F_nP_n}}{\overline{CP_n}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{F_nP_n} = \sin 37,87° \cdot \overline{CP_n}\ cm = \sin 37,87° \cdot (11,40 - x)\ cm$$

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot 0,5 \cdot \overline{MC} \cdot \overline{BQ_n} \cdot \overline{F_nP_n}\ cm^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = \frac{1}{3} \cdot 0,5 \cdot 9 \cdot (10 - x) \cdot \sin 37,87° \cdot (11,40 - x)\ cm^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = 1,5 \cdot (10 - x) \cdot (7 - 0,61x)\ cm^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = 1,5 \cdot (70 - 6,1x - 7x + 0,61x^2)\ cm^3$$

$\Leftrightarrow$ $V(x) = (105 - 19{,}65x + 0{,}92x^2)\ cm^3$

$\Leftrightarrow$ $V(x) = (0{,}92x^2 - 19{,}65x + 105)\ cm^3$

B 3.4

$V = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{MS}\ cm^3$

$\Leftrightarrow$ $V = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot 12 \cdot 10 \cdot 7\ cm^3 = 140\ cm^3$

30 % von 140 sind 42

Also:

$42 = 0{,}92x^2 - 19{,}65x + 105$

$\Leftrightarrow$ $0{,}92x^2 - 19{,}65x + 63 = 0$

$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{19{,}65 \pm \sqrt{(-19{,}65)^2 - 4 \cdot 0{,}92 \cdot 63}}{2 \cdot 0{,}92}$

$= \frac{19{,}65 \pm \sqrt{154{,}2825}}{1{,}84}$

$\Rightarrow$ $x_1 = 3{,}93$ (und $x_2 = 17{,}43$) $\mathbb{L} = \{3{,}93\}$