Abschlussprüfung 2001
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II Aufgabengruppe A

Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 09.06.2017

Aufgabe A1

A 1.1 p: $y = a \cdot (x - 8)^2 + 10$ und $P(2 \mid 5{,}5)$

$5{,}5 = a \cdot (2 - 8)^2 + 10$

$\Leftrightarrow 5{,}5 = a \cdot 36 + 10$

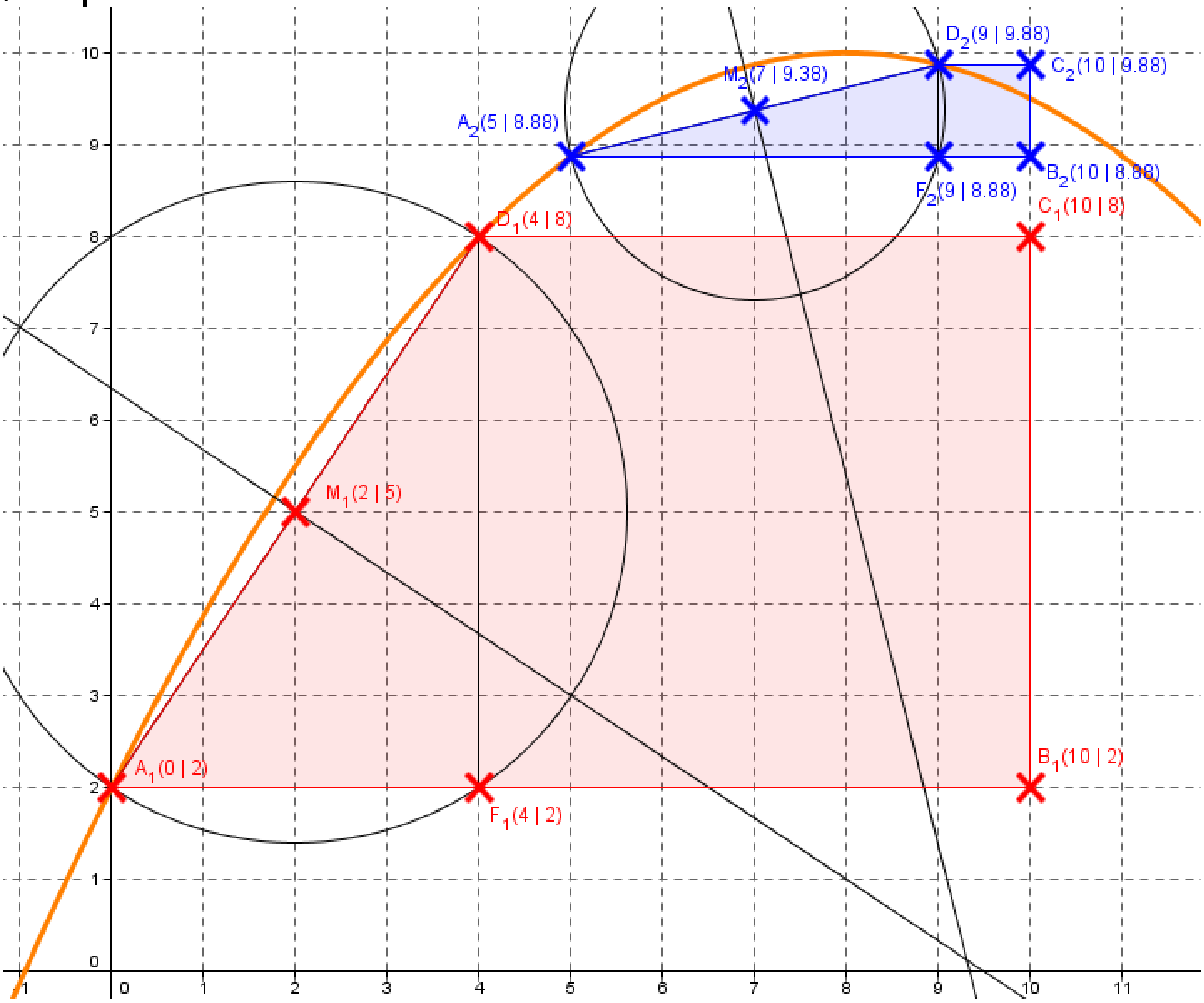
$\Leftrightarrow 5{,}5 = 36a + 10$

$\Leftrightarrow a = -0{,}125 = -\frac{1}{8}$

Damit gilt: p: $y = -\frac{1}{8}(x - 8)^2 + 10$

Also: **p: $y = -\frac{1}{8}x^2 + 2x + 2$**

x	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0
y	2,00	3,88	5,50	6,88	8,00	8,88	9,50	9,88	10,00	9,88	9,50	8,88



A 1.2

$$y = -\frac{1}{8}x^2 + 2x + 2$$

$$\Rightarrow\ y = -\frac{1}{8}(x+4)^2 + 2(x+4) + 2$$

$$\Leftrightarrow\ y = -\frac{1}{8}(x^2 + 8x + 16) + 2x + 8 + 2$$

$$\Leftrightarrow\ y = -\frac{1}{8}x^2 - x - 2 + 2x + 10$$

$$\Leftrightarrow\ y = -\frac{1}{8}x^2 + x + 8 \quad \text{Also: } D_n\left(x + 4 \mid -\frac{1}{8}x^2 + x + 8\right)$$

A 1.3 F_n über Thaleskreis!

$x=1 \Rightarrow A_1(0|2)$ und $D_1(4|8)$ sowie $F_1(4 \mid 2)$

$x=5 \Rightarrow A_2(5|8{,}875)$ und $D_2(9|9{,}875)$ sowie $F_2(9|8{,}875)$

A 1.4

F_n hat die y-Koordinate von A_n und die x-Koordinate von B_n.

Also:

$$\overline{D_nF_n}(x) = \sqrt{0^2 + \left[\left(-\frac{1}{8}x^2 + x + 8\right) - \left(-\frac{1}{8}x^2 + 2x + 2\right)\right]^2}\ \text{LE}$$

$$\Leftrightarrow\ \overline{D_nF_n}(x) = \sqrt{\left[-\frac{1}{8}x^2 + x + 8 + \frac{1}{8}x^2 - 2x - 2\right]^2}\ \text{LE}$$

$$\Leftrightarrow\ \overline{D_nF_n}(x) = \sqrt{[-x + 6]^2}\ \text{LE} = (6 - x)\,\text{LE}$$

$$\overline{D_nF_n}(x) = \overline{D_nC_n}(x) = 6 - x$$

$$\Rightarrow\ \overrightarrow{OC_n} = \overrightarrow{OD_n} \oplus \overrightarrow{D_nC_n} = \begin{pmatrix} x+4 \\ -\frac{1}{8}x^2 + x + 8 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 6-x \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow\ \overrightarrow{OC_n} = \begin{pmatrix} 10 \\ -\frac{1}{8}x^2 + x + 8 \end{pmatrix}$$ und somit hat C_n den x-Wert 10.

A 1.5

$A_{Trapez} = 0{,}5(a+c)\cdot h \qquad c = h = 6 - x$ nach 1.4

$$a = \overline{A_nB_n} = \sqrt{[10 - x]^2 + 0^2} = 10 - x$$

Also: $A_{Trapez}(x) = \{0{,}5[(10 - x) + (6 - x)] \cdot (6 - x)\}$ FE

$\Leftrightarrow A_{Trapez}(x) = \{0{,}5(16 - 2x)(6 - x)\}$ FE

$\Leftrightarrow A_{Trapez}(x) = \{0{,}5(96 - 16x - 12x + 2x^2)\}$ FE

$\Leftrightarrow A_{Trapez}(x) = (48 - 14x + x^2)\,\text{FE} = (x^2 - 14x + 48)\,\text{FE}$

$x^2 - 14x + 48 = 80$

$\Leftrightarrow x^2 - 14x - 32 = 0$

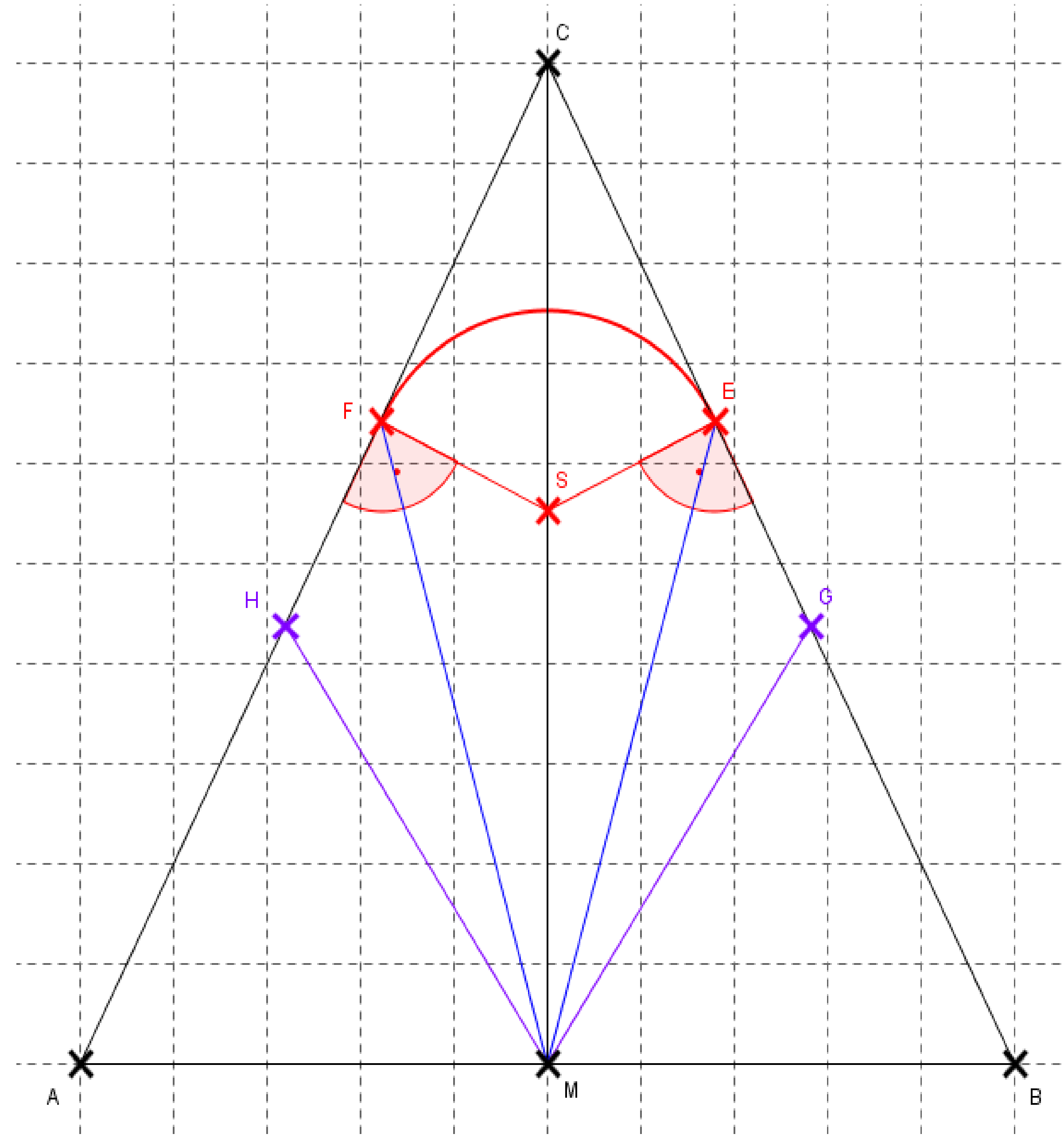
$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{14 \pm \sqrt{196 + 128}}{2} = \frac{14 \pm 18}{2}$$

$\Rightarrow (x_1 = 16)$ und $x_2 = -2 \quad \mathbb{L} = \{-2\}$

Da nach 1.3 $x < 6$ ist nur $x_2 = -2$ Lösung für $A = 80$ FE. $\mathbb{L} = \{-2\}$

Aufgabe A2

A 2.1



Dreieck AMC:

$$\tan \sphericalangle ACM = \frac{\overline{AM}}{\overline{MC}} = \frac{5}{10} = 0{,}5 \Leftrightarrow \sphericalangle ACM = 26{,}57°$$

Dreieck FSC:

$$\tan \sphericalangle FCS = \frac{\overline{FS}}{\overline{FC}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{FC} = \frac{\overline{FS}}{\tan \sphericalangle FCS}\text{ cm} = \frac{20}{\tan 26{,}57°}\text{ cm} = 40\text{ cm}$$

A 2.2

$\sphericalangle EMF = 360° - 2 \cdot 26{,}57° - 2 \cdot 90° = 126{,}86°$

$A_{Fenster} = A_{ABC} - A_{FSEC} + A_{SektorSEF}$

$\Leftrightarrow A_{Fenster} = (0{,}5 \cdot \overline{CM} \cdot \overline{AB} - \overline{FC} \cdot \overline{FS} + \overline{FS}^2 \cdot \pi \cdot \frac{126{,}86°}{360°})\ cm^2$

$\Leftrightarrow A_{Fenster} = (0{,}5 \cdot 100 \cdot 100 - 40 \cdot 20 + 20^2 \cdot \pi \cdot \frac{126{,}86°}{360°})\ cm^2$

$\Leftrightarrow A_{Fenster} = 4643\ cm^2$

A 2.3

Dreieck ABC:

$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AM}^2 + \overline{MC}}\ cm = \sqrt{50^2 + 100^2}\ cm$

$\Leftrightarrow \overline{AC} = \sqrt{12500}\ cm = 111{,}80\ cm$

$\overline{AF} = 111{,}80\ cm - 40\ cm = 71{,}80\ cm$

$u = (2 \cdot \overline{AF} + \overline{AB} + \overline{FS} \cdot \pi \cdot \frac{126{,}86°}{180°})\ cm$

$\Leftrightarrow u = (2 \cdot 71{,}80 + 100 + 20 \cdot \pi \cdot \frac{126{,}86°}{180°})\ cm = 288\ cm$

A 2.4

Dreieck AMC: $\sphericalangle MAC = 180° - 90° - 26{,}57° = 63{,}43°$

Kosinus-Satz im Dreieck AMF:

$\overline{MF}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{AM}^2 - 2 \cdot \overline{AF} \cdot \overline{AM} \cdot \cos 63{,}43°$

$\Leftrightarrow \overline{MF}^2 = (71{,}80^2 + 50^2 - 2 \cdot 71{,}80 \cdot 50 \cdot \cos 63{,}43°)\ cm^2$

$\Leftrightarrow \overline{MF}^2 = 4443{,}70\ cm^2$

$\Leftrightarrow \overline{MF} = \overline{ME} = 67\ cm$

A 2.5

Sinus-Satz im Dreieck AMH:

$$\frac{\sin \sphericalangle AHM}{\overline{AM}} = \frac{\sin \sphericalangle MAH}{\overline{MH}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle AHM = \frac{\sin \sphericalangle MAH \cdot \overline{AM}}{\overline{MH}} = \frac{\sin 63{,}43° \cdot 50}{52} = 0{,}86$$

$\Leftrightarrow \sphericalangle AHM = 59{,}32°$

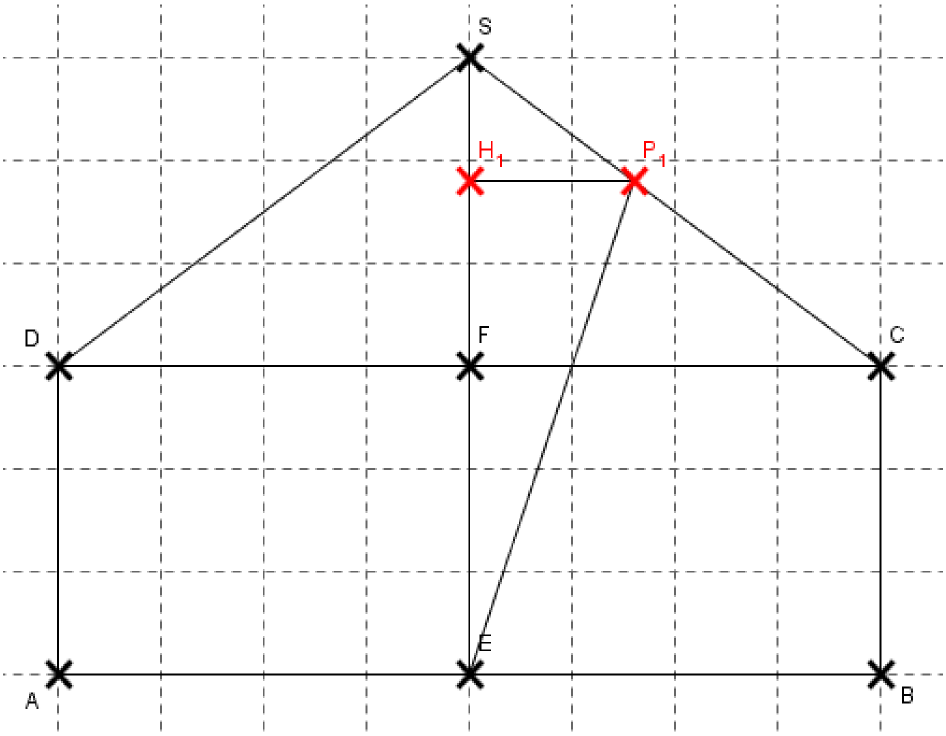
$\sphericalangle AMH = 180° - 63{,}43° - 59{,}32° = 57{,}25°$

$A_{AMH} = 0{,}5 \cdot \sin 57{,}25° \cdot \overline{AM} \cdot \overline{MH}\ cm^2$

$\Leftrightarrow A_{AMH} = 0{,}5 \cdot \sin 57{,}25° \cdot 50 \cdot 52\ cm^2 = 1093\ cm^2$

Aufgabe A3

A 3.1



Dreieck FCS:

$$\tan \sphericalangle FSC = \frac{\overline{FC}}{\overline{FS}} = \frac{4}{3} = 1{,}33 \Leftrightarrow \sphericalangle FSC = 53{,}13°$$

$$\overline{SC} = \sqrt{\overline{FC}^2 + \overline{FS}} \text{ cm} = \sqrt{4^2 + 3^2} \text{ cm} = \sqrt{25} \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

A 3.2

$$V = V_{EBCF} + V_{FCS}$$

$$\Leftrightarrow V = (\overline{EB}^2 \cdot \pi \cdot \overline{EF} + \frac{1}{3} \cdot \overline{FC}^2 \cdot \pi \cdot \overline{FS}) \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V = (4^2 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 3) \cdot \pi \text{ cm}^3 = 64 \cdot \pi \text{ cm}^3$$

A 3.3

Dreieck H_nP_nS:

$$\sin \sphericalangle FSC = \frac{\overline{H_nP_n}}{\overline{SP_n}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{H_nP_n} = \sin \sphericalangle FSC \cdot \overline{SP_n} \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{H_nP_n} = \sin 53{,}13° \cdot (5 - x) \text{ cm} = (4 - 0{,}80x) \text{ cm}$$

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot \overline{H_nP_n}^2 \cdot \pi \cdot \overline{ES} \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = \frac{1}{3} \cdot (4 - 0{,}80x)^2 \cdot \pi \cdot 6 \text{ cm}^3$$

$\Leftrightarrow$ $V(x) = 2 \cdot \pi \cdot (16 - 6{,}4x + 0{,}64x^2)$ cm³
$\Leftrightarrow$ $V(x) = 2 \cdot \pi \cdot (0{,}64x^2 - 6{,}4x + 16)$ cm³

A 3.4

28 % von $64 \cdot \pi$ sind $17{,}92 \cdot \pi$

$$17{,}92 \cdot \pi = 2 \cdot \pi \cdot (0{,}64x^2 - 6{,}4x + 16)$$
$$\Leftrightarrow 8{,}96 = 0{,}64x^2 - 6{,}4x + 16$$
$$\Leftrightarrow 0{,}64x^2 - 6{,}4x + 7{,}04 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{6{,}4 \pm \sqrt{(-6{,}4)^2 - 4 \cdot 0{,}64 \cdot 7{,}04}}{2 \cdot 0{,}64}$$

$$= \frac{6{,}4 \pm \sqrt{22{,}9376}}{1{,}28} \Rightarrow x_1 = 1{,}26 \text{ (und } x_2 = 8{,}74) \quad \mathbb{L} = \{1{,}26\}$$