Abschlussprüfung 2000
an den Realschulen in Bayern

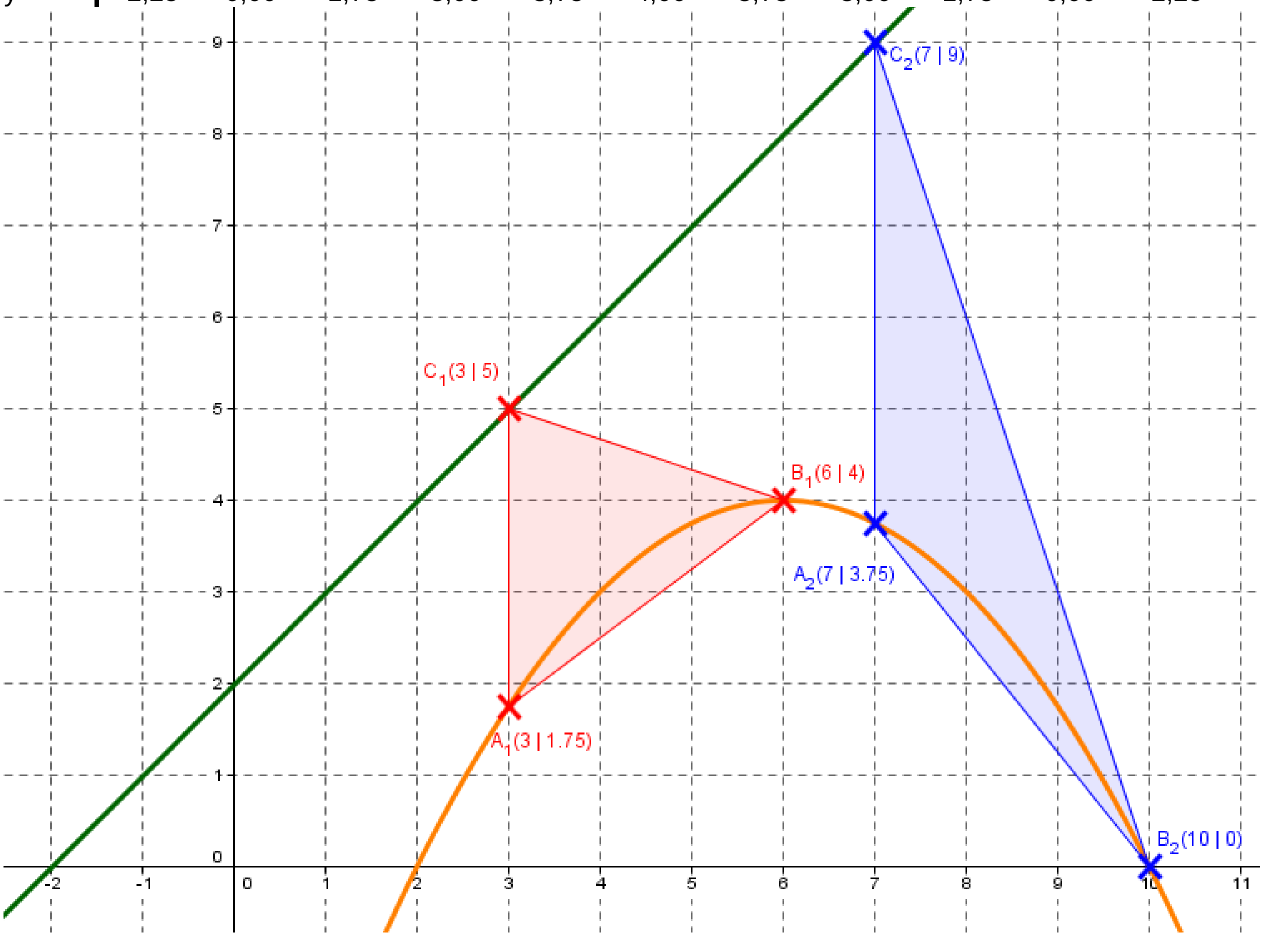
Mathematik II Aufgabengruppe B

Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 09.06.2017

Aufgabe B1

B 1.1 **p: $y = -0{,}25x^2 + 3x - 5$** **g: $y = x + 2$** A(−3 | −2)

x	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00
y	-2,25	0,00	1,75	3,00	3,75	4,00	3,75	3,00	1,75	0,00	-2,25



B 1.2

x-Koordinate: $x + 3$

y-Koordinate: $y = -0{,}25(x + 3)^2 + 3(x + 3) - 5$

$\Leftrightarrow y = -0{,}25(x^2 + 6x + 9) + 3x + 9 - 5$

$\Leftrightarrow y = -0{,}25x^2 - 1{,}5x - 2{,}25 + 3x + 4$

$\Leftrightarrow y = -0{,}25x^2 + 1{,}5x + 1{,}75$

Damit ist $B_n(x + 3 \mid -0{,}25x^2 + 1{,}5x + 1{,}75)$.

B 1.3

$\overline{A_nB_n}(x) = \sqrt{(x + 3 - x)^2 + (-0,25x^2 + 1,5x + 1,75 - (\mathbf{-0,25x^2 + 3x - 5}))^2}$ LE

$\Leftrightarrow \overline{A_nB_n}(x) = \sqrt{3^2 + (-0,25x^2 + 1,5x + 1,75 + 0,25x^2 - 3x + 5)^2}$ LE

$\Leftrightarrow \overline{A_nB_n}(x) = \sqrt{3^2 + (-1,5x + 6,75)^2}$ LE

$\Leftrightarrow \overline{A_nB_n}(x) = \sqrt{9 + 2,25x^2 - 20,25x + 45,5625}$ LE

$\Leftrightarrow \overline{A_nB_n}(x) = \sqrt{2,25x^2 - 20,25x + 54,5625}$ LE

$3,75 = \sqrt{2,25x^2 - 20,25x + 54,5625}$

$\Leftrightarrow 14,0625 = 2,25x^2 - 20,25x + 54,5625$

$\Leftrightarrow 2,25x^2 - 20,25x + 40,5 = 0$

$x_{1/2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{20,25 \pm \sqrt{(-20,25)^2 - 4 \cdot 2,25 \cdot 40,5}}{2 \cdot 2,25}$

$= \dfrac{20,25 \pm \sqrt{45,5625}}{4,5} \Rightarrow x_1 = 6$ und $x_2 = 3$ $\mathbb{L} = \{3;\ 6\}$

B 1.4

$\mathbf{x + 2} = -0,25x^2 + 1,5x + 1,75$

$\Leftrightarrow -0,25x^2 + 0,5x - 0,25 = 0$

$D = 0,5^2 - 4 \cdot (-0,25) \cdot (-0,25) = 0$

Wenn $D = 0$, gibt es genau 1 Lösung für x ($x = 1$).

B 1.5

$\tan 45° = 1$

$m_{A5B5} = \dfrac{-0,25x^2 + 1,5x + 1,75 - (\mathbf{-0,25x^2 + 3x - 5})}{x + 3 - x}$

$\Leftrightarrow 1 = \dfrac{-1,5x + 6,75}{3}$

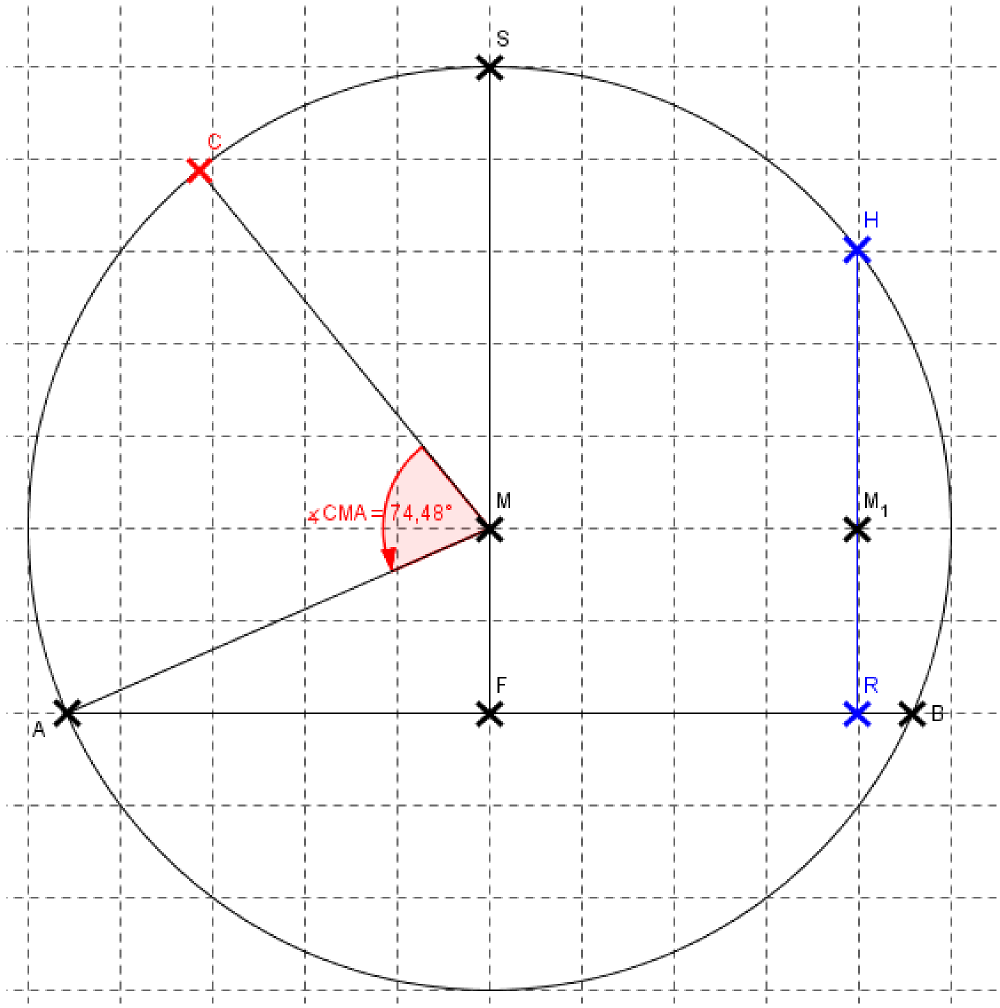
$\Leftrightarrow 3 = -1,5x + 6,75$

$\Leftrightarrow 1,5x = 3,75$

$\Leftrightarrow x = 2,5$ $\mathbb{L} = \{2,5\}$ und $B_5(5,5 \mid 3,9375)$

Aufgabe B2

B 2.1



Dreieck AFM:

$\cos \sphericalangle AMF = \frac{\overline{MF}}{\overline{AM}} = \frac{2}{5} = 0,4 \Leftrightarrow \sphericalangle AMF = 66,42°$

$\sphericalangle AMB = 2 \cdot \sphericalangle AMF = 2 \cdot 66,42° = 132,84°$

$A_{schraffiert} = A_{Sektor} - A_{ABM}$

$\Leftrightarrow A_{schraffiert} = (\overline{AM}^2 \cdot \pi \cdot \frac{132,84°}{360°} - 0,5 \cdot \sin 132,84° \cdot \overline{AM}^2)\ m^2$

$\Leftrightarrow A_{schraffiert} = (5^2 \cdot \pi \cdot \frac{132,84°}{360°} - 0,5 \cdot \sin 132,84° \cdot 5^2)\ m^2$

$\Leftrightarrow A_{schraffiert} = 19,82\ m^2$

B 2.2

$A_{ABM} = 0,5 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{MF}$

$\Leftrightarrow 0,5 \cdot \sin 132,84° \cdot \overline{AM}^2 = 0,5 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{MF}$

$\Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{\sin 132,84° \cdot \overline{AM}^2}{\overline{MF}}\ m = \frac{\sin 132,84° \cdot 5^2}{2}\ m = 9,17\ m$

B 2.3

$$b = \overline{AM} \cdot \pi \cdot \frac{\sphericalangle CMA}{180°}$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle CMA = \frac{b \cdot 180°}{\overline{AM} \cdot \pi} = \frac{6{,}5 \cdot 180°}{5 \cdot \pi} = 74{,}48°$$

B 2.4

Kosinus-Satz im Dreieck AMC:

$$\overline{CA}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{MC}^2 - 2 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{MC} \cdot \cos 74{,}48°$$

$$\Leftrightarrow \overline{CA}^2 = (5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos 74{,}48°)\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CA}^2 = 36{,}62\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CA} = 6{,}05\ m$$

$\sphericalangle CMF = 74{,}48° + 66{,}42° = 140{,}9°$

Kosinus-Satz im Dreieck FMC:

$$\overline{CF}^2 = \overline{FM}^2 + \overline{MC}^2 - 2 \cdot \overline{FM} \cdot \overline{MC} \cdot \cos 140{,}9°$$

$$\Leftrightarrow \overline{CF}^2 = (2^2 + 5^2 - 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \cos 140{,}9°)\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CF}^2 = 44{,}52\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CF} = 6{,}67\ m$$

B 2.5

Dreieck FRH:

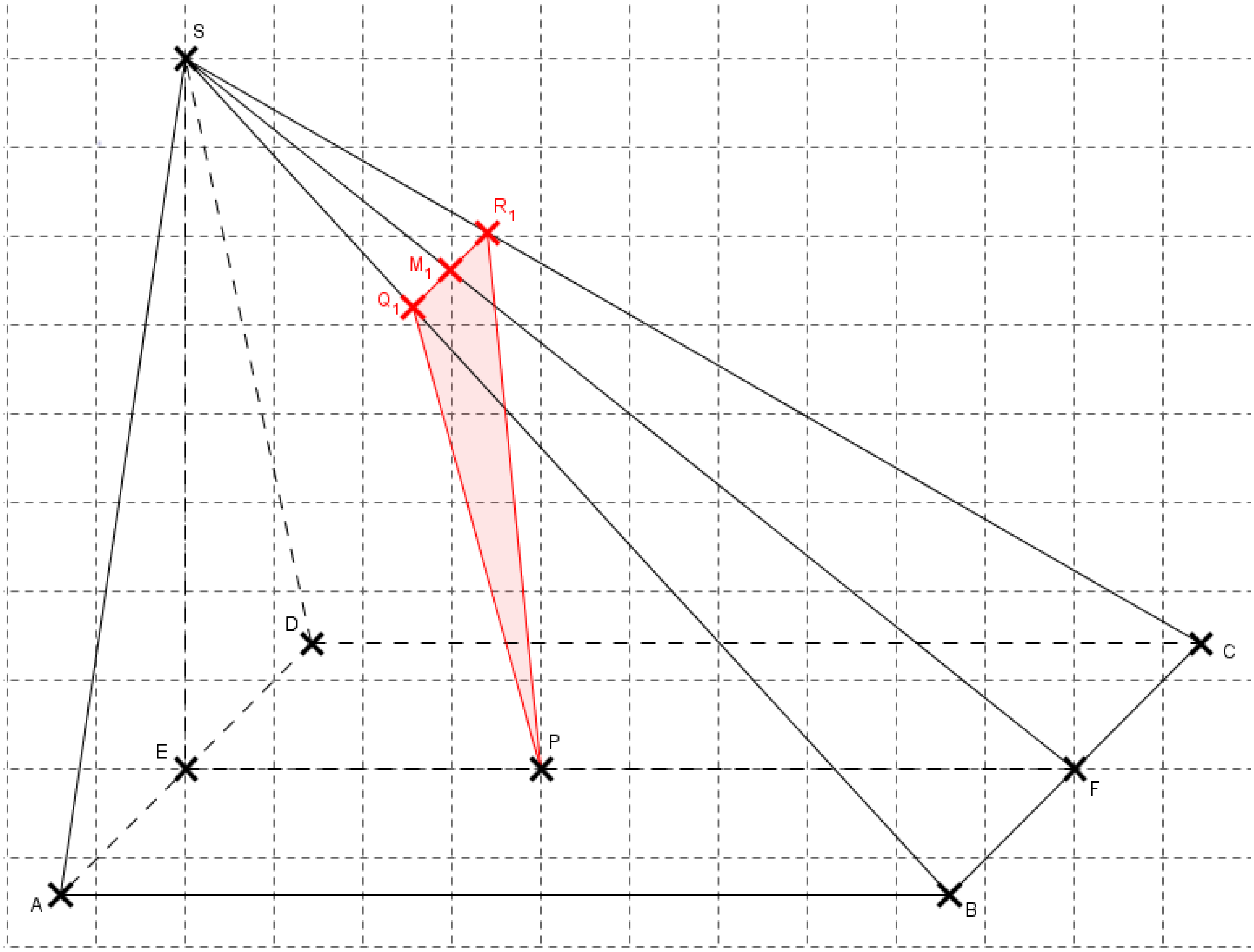
$$\overline{M_1H} = \sqrt{\overline{MH}^2 - \overline{MM_1}}\ m = \sqrt{5^2 - (9{,}17 : 2 - 0{,}6)^2}\ m$$

$$\Leftrightarrow \overline{M_1H} = \sqrt{9{,}12}\ m = 3{,}02\ m$$

$$\overline{RH} = \overline{M_1H} + 2\ m = 5{,}02\ m$$

Aufgabe B3

B 3.1



Dreieck EFS:

$$\tan \sphericalangle SFE = \frac{\overline{ES}}{\overline{EF}} = \frac{8}{10} = 0{,}8 \Leftrightarrow \sphericalangle SFE = 38{,}66°$$

$$\overline{FS} = \sqrt{\overline{ES}^2 + \overline{EF}^2}\ \text{cm} = \sqrt{8^2 + 10^2}\ \text{cm} = \sqrt{164}\ \text{cm} = 12{,}81\ \text{cm}$$

B 3.2

Vierstrecken-Satz im Dreieck SBC:

$$\frac{\overline{Q_1R_1}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{SM_1}}{\overline{SF}}$$

$$\overline{Q_1R_1} = \frac{\overline{SM_1} \cdot \overline{BC}}{\overline{SF}}\ \text{cm} = \frac{(12{,}81 - 9) \cdot 8}{12{,}81}\ \text{cm} = 2{,}38\ \text{cm}$$

Kosinus-Satz im Dreieck PFM_1:

$$\overline{PM_1}^2 = \overline{FM_1}^2 + \overline{PF}^2 - 2 \cdot \overline{FM_1} \cdot \overline{PF} \cdot \cos 38{,}66°$$

$$\Leftrightarrow \overline{PM_1}^2 = (9^2 + 6^2 - 2 \cdot 9 \cdot 6 \cdot \cos 38{,}66°)\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{PM_1}^2 = 32{,}67\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{PM_1} = 5{,}72\ \text{cm}$$

$$A_1 = 0{,}5 \cdot \overline{PM_1} \cdot \overline{Q_1R_1}\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow A_1 = 0{,}5 \cdot 5{,}72 \cdot 2{,}38\ \text{cm}^2 = 6{,}81\ \text{cm}^2$$

B 3.3

$\sphericalangle PM_2F = 180° - 75° - 38{,}66° = 66{,}34°$

Sinus-Satz im Dreieck PFM_2:

$$\frac{x}{\sin \sphericalangle FPM_2} = \frac{\overline{PF}}{\sin \sphericalangle PM_2F}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\overline{PF} \cdot \sin \sphericalangle FPM_2}{\sin \sphericalangle PM_2F} = \frac{6 \cdot \sin 75°}{\sin 66{,}34°} = 6{,}33$$

B 3.4

Wenn $\overline{PM_3}$ minimal wird, dann steht $[PM_3]$ senkrecht auf $[FS]$ und es muss gelten:

$$\sin 38{,}66° = \frac{\overline{PM_3}}{\overline{PF}}$$

$$\overline{PM_3} = \sin 38{,}66° \cdot \overline{PF}\ \text{cm} = \sin 38{,}66° \cdot 6\ \text{cm} = 3{,}75\ \text{cm}$$

Die Höhe wird maximal, wenn P_n bis S wandert:
Dreieck EPS:

$$\overline{PS} = \sqrt{\overline{EP}^2 + \overline{ES}}\ \text{cm} = \sqrt{4^2 + 8^2}\ \text{cm} = \sqrt{80}\ \text{cm} = 8{,}94\ \text{cm}$$

Also gilt:

$3{,}75 \leqq \overline{PM_n} <$* $8{,}94$

* kein „kleiner gleich", da die Punkte M_n Mittelpunkte von $[Q_nR_n]$ sind, und wenn M_n auf S liegt, existiert diese Strecke nicht mehr.