Abschlussprüfung 1997
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II Aufgabengruppe A
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 04.09.2013

Aufgabe A1

A 1.1 $S(-2|-1)$ und $P(1|3,5)$ sowie **g: $y = 0,5x + 6$**

Parabel p:

Scheitelform: $y = a(x - x_s)^2 - y_s$ S und P einsetzen

$\Rightarrow 3,5 = a(1 + 2)^2 - 1$

$\Leftrightarrow 3,5 = 9a - 1$

$\Leftrightarrow a = 0,5$

Scheitelform: $y = a(x - x_s)^2 - y_s$ a und S einsetzen

$\Rightarrow y = 0,5(x + 2)^2 - 1$

$\Leftrightarrow$ **$y = 0,5x^2 + 2x + 1$**

Schnittpunkte durch Gleichsetzen und Lösungsformel:

$0,5x^2 + 2x + 1 = 0,5x + 6$

$\Leftrightarrow 0,5x^2 + 1,5x - 5 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1,5 \pm \sqrt{2,25 + 10}}{1} = \frac{-1,5 \pm 3,5}{1}$$

$\Rightarrow x_1 = 2$ und $x_2 = -5$ $\mathbb{L} = \{-5;\ 2\}$

x_1 in g: $y = 0,5 \cdot 2 + 6 = 7$ und somit $Q\ (2\ |\ 7)$

x_2 in g: $y = 0,5 \cdot (-5) + 6 = 3,5$ und somit $A\ (-5\ |\ 3,5)$

A 1.2

x	-6,0	-5,0	-4,0	-3,0	-2,0	-1,0	0,0	1,0	2,0
y	7,00	3,50	1,00	-0,50	-1,00	-0,50	1,00	3,50	7,00

A 1.3

$x = -3 \Rightarrow B_1(-3|-0,5)$ und $D_1(-3|4,5)$

$x = 1,5 \Rightarrow B_2(1,5|5,125)$ und $D_2(1,5|6,75)$

A 1.4

$\overline{D_nB_n}\ (x) = \sqrt{0^2 + [(0,5x^2 + 2x + 1) - (0,5x + 6)]^2}$ LE

$\Leftrightarrow \overline{D_nB_n}\ (x) = \sqrt{[(0,5x^2 + 1,5x - 5)]^2}$ LE

$\Leftrightarrow \overline{D_nB_n}\ (x) = (0,5x^2 + 1,5x - 5)$ LE

$\overline{AC_n}\ (x) = 2[(x - (-5)]$ LE $= (2x + 10)$ LE

(mal 2 durch Symmetrieachse)

Gleichsetzen:

$0,5x^2 + 1,5x - 5 = 2x + 10$

$\Leftrightarrow 0,5x^2 - 0,5x - 15 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 30}}{1} = \frac{0{,}5 \pm 5{,}5}{1}$$

$\Rightarrow$ $x_1 = 6$ und $x_2 = -4$ Da nach 1.3 $-5 < x < 2$ folgt $\mathbb{L} = \{-4\}$

A 1.5

Da C_n den gleichen y-Wert wie A hat gilt:

$\tan\varphi = 0{,}5 \Leftrightarrow \varphi = 26{,}57°$

A 1.6

$$\overline{D_3M} = \overline{MB_3}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{0^2 + [3{,}5 - (0{,}5x + 6)]^2} = \sqrt{[0{,}5x^2 + 2x + 1 - 3{,}5]^2 + 0^2}$$

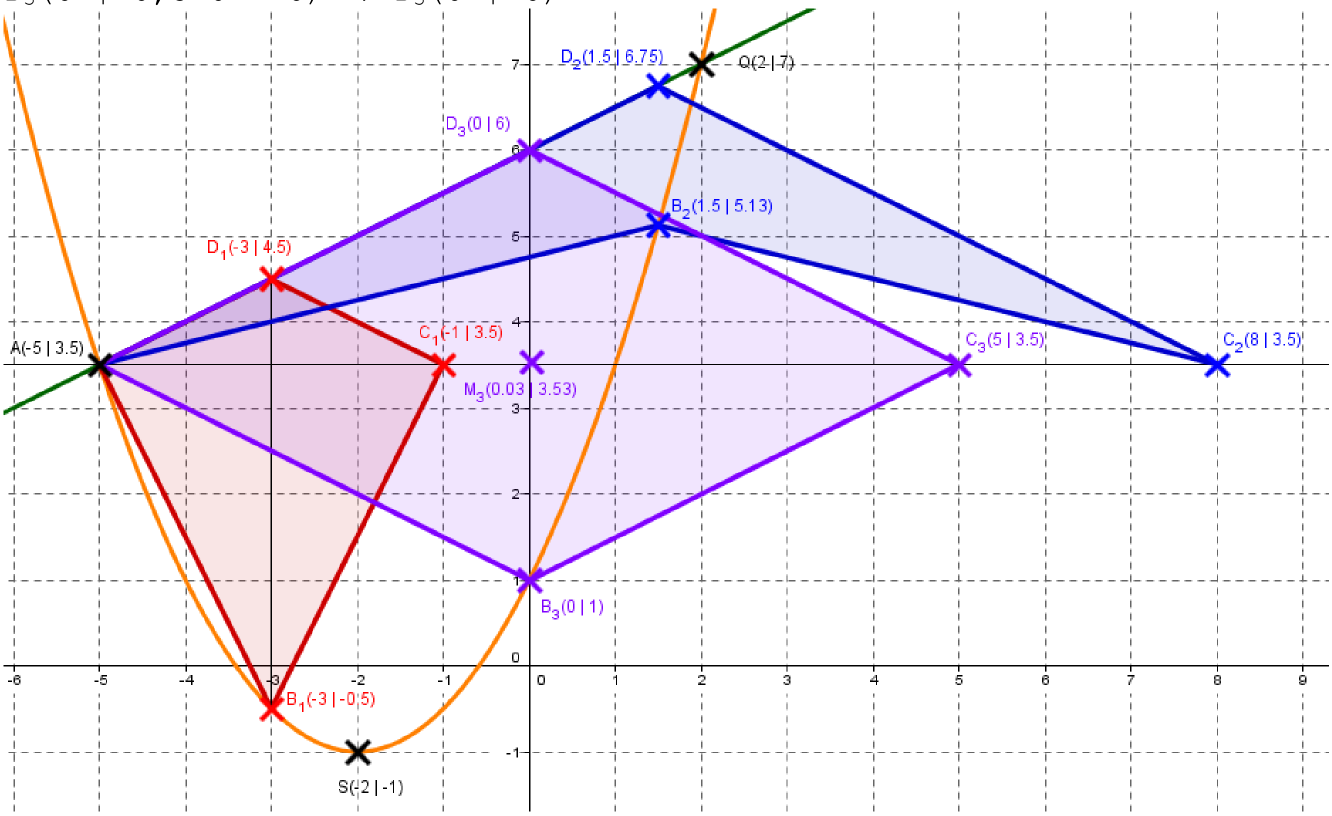
$\Leftrightarrow -2{,}5 - 0{,}5x = 0{,}5x^2 + 2x - 2{,}5$

$\Leftrightarrow 0 = 0{,}5x^2 + 2{,}5x$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 + 0}}{1} = \frac{-2{,}5 \pm 2{,}5}{1}$$

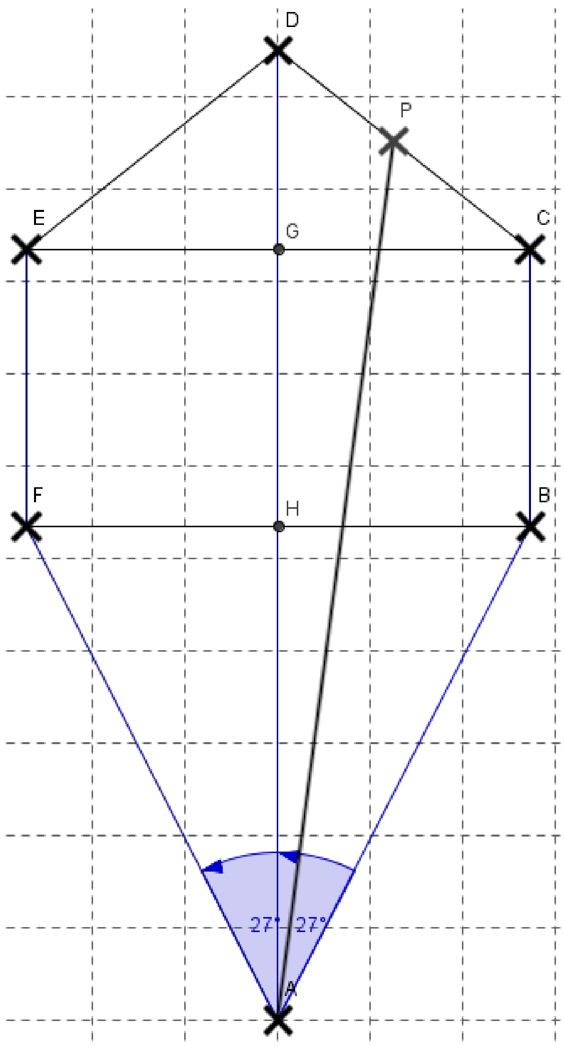
$\Rightarrow$ $x_1 = 0$ und $x_2 = -5$ Da nach 1.3 $-5 < x < 2$ $\mathbb{L} = \{0\}$ und damit

$D_3(0 \mid 0{,}5 \cdot 0 + 6) \Rightarrow D_3(0 \mid 6)$



Aufgabe A2

A 2.1



Dreieck AFH: $\overline{FH} = 0{,}5\,\overline{FB}$

$$\sin 27° = \frac{0{,}5\,\overline{FB}}{\overline{AF}}$$

$\Leftrightarrow\ 0{,}5\,\overline{FB} = \sin 27° \cdot \overline{AF}$

$\Leftrightarrow\ 0{,}5\,\overline{FB} = 0{,}45 \cdot 6\ \text{cm}$

$\Leftrightarrow\ 0{,}5\,\overline{FB} = 2{,}72\ \text{cm}$

$\Rightarrow\ \overline{FB} = 5{,}45\ \text{cm}\ (1{,}82\ \text{m})$

A 2.2

Dreieck AFH:

$$\cos 27° = \frac{\overline{AH}}{\overline{AF}}$$

$\Leftrightarrow\ \overline{AH} = \cos 27° \cdot \overline{AF}$

$\Leftrightarrow\ \overline{AH} = 0{,}89 \cdot 2\ \text{m}$

$\Leftrightarrow\ \overline{AH} = 1{,}78\ \text{m}$

$\overline{HG} = \overline{EF} = 1\ \text{m}$

$\overline{GD} = \overline{AD} - \overline{AH} - \overline{HG}$

$= 3{,}50\ \text{m} - 1{,}78\ \text{m} - 1\ \text{m} = 0{,}72\ \text{m}$

Dreieck EGD:

$$\tan \sphericalangle EDG = \frac{\overline{EG}}{\overline{GD}} = \frac{0{,}91\ \text{m}}{0{,}72\ \text{m}} = 1{,}26$$

$\Leftrightarrow\ \sphericalangle EDG = 51{,}65°$ und damit $\sphericalangle EDG = \sphericalangle EDG \cdot 2 = 103{,}30°$

$$V_{Boje} = V_{Kegeloben} + V_{Zylinder} + V_{Kegelunten}$$

$$\Leftrightarrow\ V_{Boje} = \frac{1}{3}\overline{EG}^2 \cdot \pi \cdot \overline{GD} + \overline{FH}^2 \cdot \pi \cdot \overline{HG} + \frac{1}{3}\overline{FH}^2 \cdot \pi \cdot \overline{AH}$$

$$\Leftrightarrow\ V_{Boje} = \frac{1}{3}0{,}91^2 \cdot \pi \cdot 0{,}72\ \text{m}^3 + 0{,}91^2 \cdot \pi \cdot 1\text{m}^3 + \frac{1}{3}0{,}91^2 \cdot \pi \cdot 1{,}78\text{m}^3$$

$$\Leftrightarrow\ V_{Boje} = 0{,}62\ \text{m}^3 + 2{,}60\ \text{m}^3 + 1{,}54\ \text{m}^3 = 4{,}76\ \text{m}^3$$

A 2.3

$M_{Kegel} = rs\pi$

$s = 2r\pi = 2 \cdot 0{,}91\ \text{m} \cdot \pi = 5{,}72\ \text{m}$

$M = 0{,}91\ \text{m} \cdot 5{,}72\ \text{m} \cdot \pi = 16{,}35\ \text{m}^2$

$M_{Zylinder} = U \cdot h = 5{,}72\ \text{m} \cdot 1\ \text{m} = 5{,}72\ \text{m}^2$

$M_{gesamt} = 16{,}35\ \text{m}^2 + 5{,}72\ \text{m}^2 = 22{,}07\ \text{m}^2$

A 2.4

Dreieck APD:

$\sphericalangle GDP = 51{,}65°$

$$\frac{\overline{AP}}{\sin \sphericalangle GDP} = \frac{\overline{AD}}{\sin \sphericalangle DPG}$$

$$\Leftrightarrow \sin\sphericalangle DPG = \frac{\overline{AD} \cdot \sin\sphericalangle GDP}{\overline{AP}} = \frac{3{,}5\ \text{m} \cdot \sin 51{,}65°}{3{,}2\ \text{m}} = 0{,}86$$

$\Leftrightarrow \sphericalangle DPG = 59{,}07°$ und $120{,}93°$ Da $\sphericalangle DAP < 27°$ folgt als einzige Lösung $\sphericalangle DPG = 120{,}93°$ und daraus $\sphericalangle DAP = 7{,}42°$

$$\overline{DP}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{AP}^2 - 2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{AP} \cdot \cos \sphericalangle DAP$$

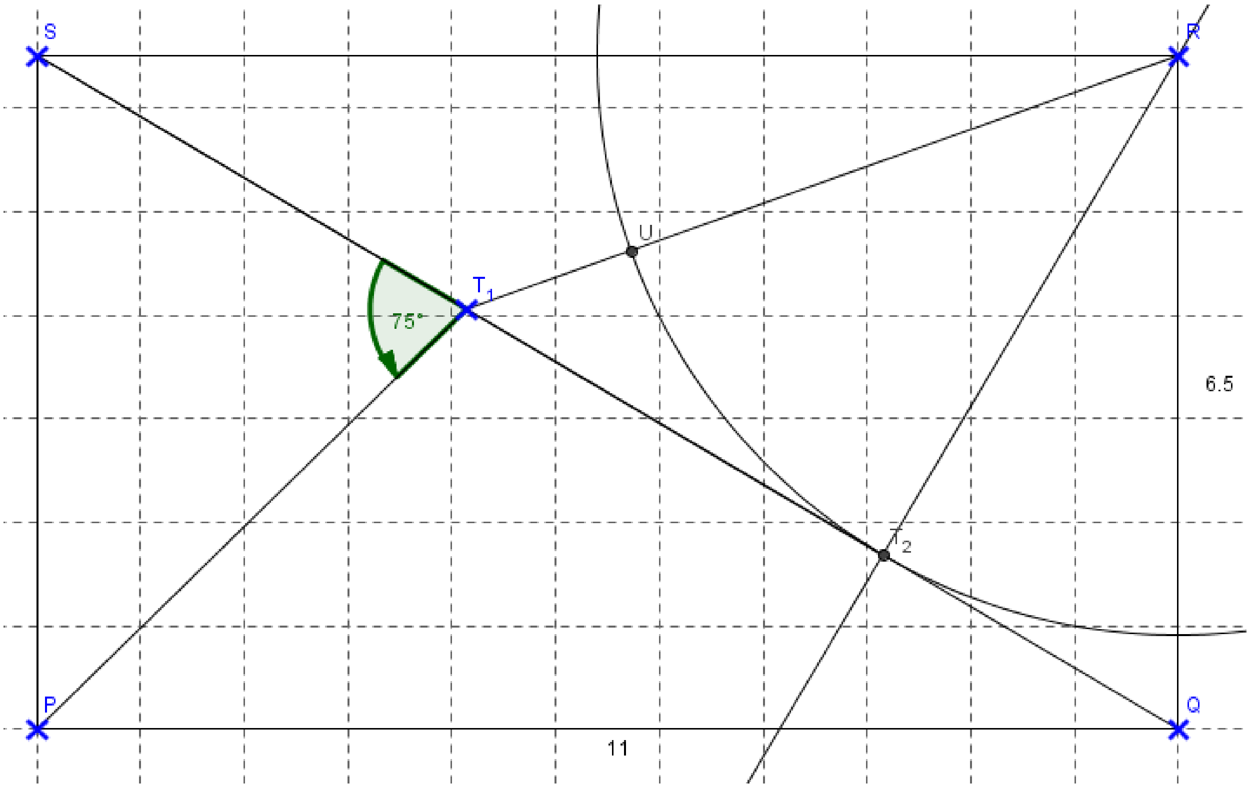
$$\Leftrightarrow \overline{DP}^2 = (3{,}50^2 + 3{,}20^2 - 2 \cdot 3{,}50 \cdot 3{,}20 \cdot \cos 7{,}42°)\,\text{m}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{DP}^2 = (22{,}49 - 22{,}21)\,\text{m}^2 = 0{,}28\ \text{m}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{DP} = 0{,}53\ \text{m}$$

Aufgabe A3

A 3.1



$$\tan \sphericalangle PSQ = \frac{\overline{PQ}}{\overline{PS}} = 1,69 \quad \Leftrightarrow \sphericalangle PSQ = 59,42°$$

$$\overline{SQ} = \sqrt{\overline{PQ} \quad + \overline{PS}} \quad = \sqrt{(11cm)^2 + (6,5cm)^2} = 12,78\ cm$$

A 3.2

$$\sphericalangle SPT_1 = 180° - 59,42° - 75° = 45,58°$$

$$\frac{x}{\sin \sphericalangle SPT_1} = \frac{\overline{PS}}{\sin \sphericalangle ST_1P}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\overline{PS} \cdot \sin\sphericalangle SPT_1}{\sin \sphericalangle ST_1P} = \frac{6,5\ cm \cdot \sin 45,58°}{\sin 75°} = 4,81$$

$$\sphericalangle RST_1 = 90° - 59,42° = 30,58°$$

$$\overline{T_1R}^2 = \overline{ST_1}^2 + \overline{SR}^2 - 2 \cdot \overline{ST_1} \cdot \overline{SR} \cdot \cos \sphericalangle RST_1$$

$$\Leftrightarrow \overline{T_1R}^2 = (4,81cm)^2 + (11cm)^2 - 2 \cdot 4,81cm \cdot 11cm \cdot \cos 30,58°$$

$$\Leftrightarrow \overline{T_1R}^2 = 144,14\ cm^2 - 91,10\ cm^2 = 53,01\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{T_1R} = 7,28\ cm$$

A 3.3

$\cos \sphericalangle T_2QR = \frac{\overline{T_2Q}}{\overline{QR}} \Leftrightarrow \overline{T_2Q} = \cos \sphericalangle T_2QR \cdot \overline{QR}$

$\Leftrightarrow \overline{T_2Q} = \cos \sphericalangle 59{,}42° \cdot 6{,}5 \text{ cm} = 3{,}31 \text{ cm}$

$\Rightarrow x = \overline{SQ} - \overline{T_2Q} = 12{,}78 \text{ cm} - 3{,}31 \text{ cm} = 9{,}47 \text{ cm}$

$\overline{T_1T_2} = 12{,}78 \text{ cm} - 4{,}81 \text{ cm} - 3{,}31 \text{ cm} = 4{,}66 \text{ cm}$

$\sin \sphericalangle T_2QR = \frac{\overline{T_2R}}{\overline{QR}} \Leftrightarrow \overline{T_2R} = \sin \sphericalangle T_2QR \cdot \overline{QR}$

$\Leftrightarrow \overline{T_2R} = \sin \sphericalangle 59{,}42° \cdot 6{,}5 \text{ cm} = 5{,}6 \text{ cm}$

$\tan \sphericalangle T_1RT_2 = \frac{\overline{T_2T_2}}{\overline{T_2R}} = \frac{4{,}66 \text{ cm}}{5{,}6 \text{ cm}} = 0{,}83 \Leftrightarrow \sphericalangle T_1RT_2 = 39{,}77°$

$V_{Sektor} = \overline{T_2R}^2 \cdot \pi \cdot \frac{39{,}77°}{360°} = 10{,}88 \text{ cm}^2$

$A_{DreieckT1T2R} = 0{,}5 \cdot 4{,}66 \text{ cm} \cdot 5{,}6 \text{ cm} = 13{,}05 \text{ cm}^2$

$A_{Figur} = 13{,}05 \text{ cm}^2 - 10{,}88 \text{ cm}^2 = 2{,}17 \text{ cm}^2$

A 3.4

$A = 0{,}5 \cdot \sin\sphericalangle PSQ \cdot \overline{PS} \cdot x \text{ cm} + 0{,}5 \cdot \sin\sphericalangle T_1SR \cdot \overline{SR} \cdot x \text{ cm}$

$\Leftrightarrow A = 0{,}5x \text{ cm } (\sin 59{,}42° \cdot 6{,}5 \text{ cm} + \sin 30{,}58° \cdot 11 \text{ cm})$

$\Leftrightarrow A = 0{,}5x\ (5{,}60 \text{ cm} + 5{,}60 \text{ cm}) = 5{,}60x \text{ cm}^2$

$A_{Alles} = 6{,}5 \text{ cm} \cdot 11 \text{ cm} = 71{,}50 \text{ cm}^2$

$x + 0{,}3x = 71{,}50 \text{ cm}^2$

$\Leftrightarrow 1{,}3\,x = 71{,}50 \text{ cm}^2$

$\Leftrightarrow x = 55 \text{ cm}^2$

$A_{PT3RS} = 71{,}50 \text{ cm}^2 - 55 \text{ cm}^2 = 16{,}5 \text{ cm}^2$

$5{,}6x \text{ cm}^2 = 16{,}5 \text{ cm}^2$

$\Leftrightarrow x = 2{,}95$