1.0 Die Parabel p_1 ist der Graph der Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 0{,}25x^2 + 0{,}5x - 0{,}75$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

1.1 Tabellarisieren Sie f_1 für $x \in [-3;5]$ in Schritten von $\Delta x = 1$, und zeichnen Sie die Parabel p_1 in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leq x \leq 7$; $-3 \leq y \leq 9$

1.2 Ermitteln Sie die Gleichung sowie die Koordinaten des Scheitelpunktes S_2 einer nach unten geöffneten Normalparabel p_2, die durch die Punkte $P_1(0{,}5|-0{,}25)$ und $P_2(4|5)$ verläuft.

Zeichnen Sie sodann p_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

[Teilergebnis: p_2 mit $y = -x^2 + 6x - 3$]

1.3 Punkte $A_n(x|0{,}25x^2 + 0{,}5x - 0{,}75)$ auf der Parabel p_1 sind für $-1 \leq x \leq 3$ Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$.

Die Basis $[A_nB_n]$ verläuft stets parallel zur x-Achse und ist 3 LE lang.

Außerdem ist die Abszisse der Punkte B_n immer größer als die Abszisse x der zugehörigen Punkte A_n. Die Eckpunkte C_n liegen auf der Parabel p_2.

Zeichnen Sie die Dreiecke $A_1B_1C_1$ für $x = 0$ und $A_2B_2C_2$ für $x = 3$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

1.4 Ermitteln Sie die Koordinaten x_C und y_C der Punkte $C_n(x_C|y_C)$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n.

[Teilergebnis: $y_C = -x^2 + 3x + 3{,}75$]

1.5 Zeigen Sie, daß der Flächeninhalt A(x) der Dreiecke $A_nB_nC_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n wie folgt dargestellt werden kann:

$A(x) = (-1{,}875x^2 + 3{,}75x + 6{,}75)$ FE.

1.6 Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte A_0, B_0 und C_0 des flächengrößten Dreiecks $A_0B_0C_0$.

2.0 Gegeben ist das Parallelogramm ABCD mit $\overline{AB} = 7$ cm, $\overline{BC} = 5$ cm und $\angle BAD = 65°$.

2.1 Zeichnen Sie das Parallelogramm ABCD mit der Diagonalen [AC].

Berechnen Sie $\overline{AC}$ und das Maß ε des Winkels BAC.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\varepsilon = 26{,}43°$]

2.2 Der Kreis k(B; r = 4 cm) schneidet die Diagonale [AC] in den Punkten Q und R und die Seite [AB] im Punkt P. Es gilt $\overline{AQ} < \overline{AR}$.

Ergänzen Sie die Zeichnung zu 2.1 durch den Kreis k sowie durch die Punkte Q, R und P.

2.3 Berechnen Sie den Abstand h des Punktes B von der Diagonalen [AC] und das Maß ω des Winkels RBQ. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: ω = 77,48°]

2.4 Berechnen Sie die Länge des Bogens $\overset{\frown}{QP}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

2.5 Durch die Strecken [QA], [AD], [DC], [CR] und den Bogen $\overset{\frown}{RQ}$ des Kreises k wird eine Figur begrenzt. Berechnen Sie den Flächeninhalt A dieser Figur.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.0 Ein gerader Kreiskegel hat den Grundkreisradius r = 5 cm, seine Mantellinien sind 13 cm lang. Dem Kegel werden gerade Kreiszylinder mit dem Radius x cm ($0 < x < 5$; $x \in \mathbb{R}^+$) und der Höhe y cm einbeschrieben. Dabei liegen die Grundflächen der Zylinder in der Grundfläche des Kegels und haben denselben Mittelpunkt M wie die Kegelgrundfläche. Die Zylinder berühren den Kegelmantel.

3.1 Zeichnen Sie den Axialschnitt des Kegels und des zu x = 3 gehörenden einbeschriebenen Zylinders. Berechnen Sie sodann das Maß α des Winkels, den eine Mantellinie des Kegels mit der Grundfläche einschließt, auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Teilergebnis: α = 67,38°]

3.2 Zeigen Sie, daß die Mantelfläche M(x) der Zylinder wie folgt dargestellt werden kann: $M(x) = \pi \bullet (-4{,}8x^2 + 24x)$ cm^2.

3.3 Zu jedem einbeschriebenen Zylinder gibt es eine Kugel, deren Mittelpunkt auf der Kegelachse liegt und die sowohl die Deckfläche des Zylinders als auch den Kegelmantel berührt.

Ergänzen Sie die Zeichnung zu 3.1 durch den Axialschnitt der Kugel.

Zeigen Sie sodann durch Rechnung, daß für die Oberfläche O(x) der Kugeln in Abhängigkeit von x gilt: $O(x) = 1{,}80 \bullet \pi \bullet x^2$ cm^2.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.4 Berechnen Sie den Wert für x, so daß die Mantelfläche des zugehörigen Zylinders gleich der Oberfläche der zugehörigen Kugel ist.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.5 Entscheiden Sie durch Rechnung, ob es einen einbeschriebenen Zylinder mit einer Oberfläche von $60 \bullet \pi$ cm^2 gibt.

1.0 Die Parabel p ist der Graph der Funktion f_1 mit $y = 0{,}25x^2 + 0{,}5x + 2{,}25$, die Gerade g ist der Graph der Funktion f_2 mit $y = x - 3$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

1.1 Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Scheitelpunktes S der Parabel p. Tabellarisieren Sie die Funktion f_1 für $-2 \leq x \leq 4$ in Schritten von $\Delta x = 1$, und zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leq x \leq 7$; $-4 \leq y \leq 9$

1.2 Die Punkte P_n und Q_n auf der Geraden g mit $\overline{P_nQ_n} = 4$ LE sind zusammen mit den Punkten R_n auf der Parabel p die Eckpunkte von Dreiecken $P_nQ_nR_n$.

Die Eckpunkte P_n und R_n haben dabei jeweils dieselbe Abszisse x.

Zeichnen Sie die Dreiecke $P_1Q_1R_1$ für $x = 0{,}5$ und $P_2Q_2R_2$ für $x = 4$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

1.3 Die Punkte T_n sind die Fußpunkte der Lote von den Eckpunkten Q_n auf die Seiten $[R_nP_n]$. Die Höhen $[Q_nT_n]$ sind stets gleich lang.

Zeichnen Sie die Höhen $[Q_1T_1]$ und $[Q_2T_2]$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

Bestätigen Sie durch Rechnung, daß $\overline{Q_nT_n} = 2 \bullet \sqrt{2}$ LE gilt.

1.4 Zeigen Sie durch Rechnung, daß sich der Flächeninhalt A(x) der Dreiecke $P_nQ_nR_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte P_n wie folgt darstellen läßt: $A(x) = \sqrt{2} \bullet (0{,}25x^2 - 0{,}5x + 5{,}25)$ FE.

1.5 Unter den Dreiecken $P_nQ_nR_n$ besitzt das Dreieck $P_0Q_0R_0$ den kleinstmöglichen Flächeninhalt A_{min}. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes P_0, und geben Sie A_{min} auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet an.

1.6 Unter den Dreiecken $P_nQ_nR_n$ gibt es zwei gleichschenklig-rechtwinklige Dreiecke $P_3Q_3R_3$ mit der Basis $[P_3R_3]$ und $P_4Q_4R_4$ mit der Basis $[P_4R_4]$.

Berechnen Sie jeweils die x-Koordinate der Punkte P_3 und P_4.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

2.0 Bei dem Rechteck ABCD mit $\overline{AB} = 6$ cm und $\overline{AD} = 8$ cm ist M der Mittelpunkt der Seite [AD]. Der Punkt E liegt auf der Seite [BC] mit $\overline{BE} = 1{,}5$ cm.

2.1 Zeichnen Sie das Rechteck ABCD mit den Punkten M und E und die Diagonale [BD], und berechnen Sie sodann die Länge $\overline{BD}$ sowie das Maß φ des Winkels ADB auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Teilergebnis: $\overline{BD} = 10$ cm; $\varphi = 36{,}87°$]

2.2 Im Rechteck ABCD schneidet die Strecke [EM] die Diagonale [BD] im Punkt F. Zeichnen Sie die Strecke [EM] und den Punkt F in die Zeichnung zu 2.1 ein, und berechnen Sie sodann die Länge $\overline{DF}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Teilergebnis: $\overline{DF} = 7{,}27$ cm]

2.3 Berechnen Sie die Länge $\overline{MF}$ und das Maß ε des Winkels DFM.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Ergebnis: $\overline{MF}$ = 4,72 cm; ε = 30,56°]

2.4 Der Kreis mit dem Radius $\overline{MF}$ schneidet die Strecke [DF] im Punkt G, der Kreis um D mit dem Radius $\overline{DG}$ schneidet die Rechtecksseite [DC] im Punkt H.

Zeichnen Sie die Kreisbögen $\overset{\frown}{GM}$ und $\overset{\frown}{GH}$ in die Zeichnung zu 2.1 ein.

2.5 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Figur, die von den Kreisbögen $\overset{\frown}{GM}$ und $\overset{\frown}{GH}$ sowie von den Strecken [HD] und [DM] begrenzt wird. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.0 Das Rechteck ABCD mit $\overline{AB}$ = 8 cm und $\overline{BC}$ = 10 cm ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Mittelpunkt E der Seite [AD] liegt. Es gilt: $\overline{ES}$ = 7 cm. Der Punkt F ist der Mittelpunkt der Seite [BC].

3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS. Dabei soll [EF] auf der Schrägbildachse liegen. Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

Berechnen Sie sodann $\beta = \angle SBE$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\overline{BE}$ = 9,43 cm]

3.2 Berechnen Sie $\delta = \angle SFA$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Ergebnis: δ = 50,34°]

3.3 Die Punkte P_n auf der Strecke [SF] mit $\overline{FP_n} = x$ cm $(x < \sqrt{113};\ x \in \mathbb{R}^+)$ sowie die Punkte A und F sind jeweils die Eckpunkte von Dreiecken AFP_n.

Zeichnen Sie das Dreieck AFP_1 für x = 9 in das Schrägbild zu 3.1 ein.

Berechnen Sie sodann das Maß α_1 des Winkels FAP_1 und den Abstand d_1 des Punktes P_1 von der Strecke [AF]. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.4 Für die Dreiecke AFP_2 und AFP_3 gilt: $\overline{AP_2} = \overline{AP_3} = 8\,\text{cm}$. Berechnen Sie die zugehörigen Werte für x. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)