Abschlussprüfung 1993
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II — **Aufgabengruppe A**

Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 05.08.2013

Aufgabe A1 **p: $y = -0{,}25x^2 + 1{,}5x - 0{,}25$** **g: $y = -0{,}5x + 6$**

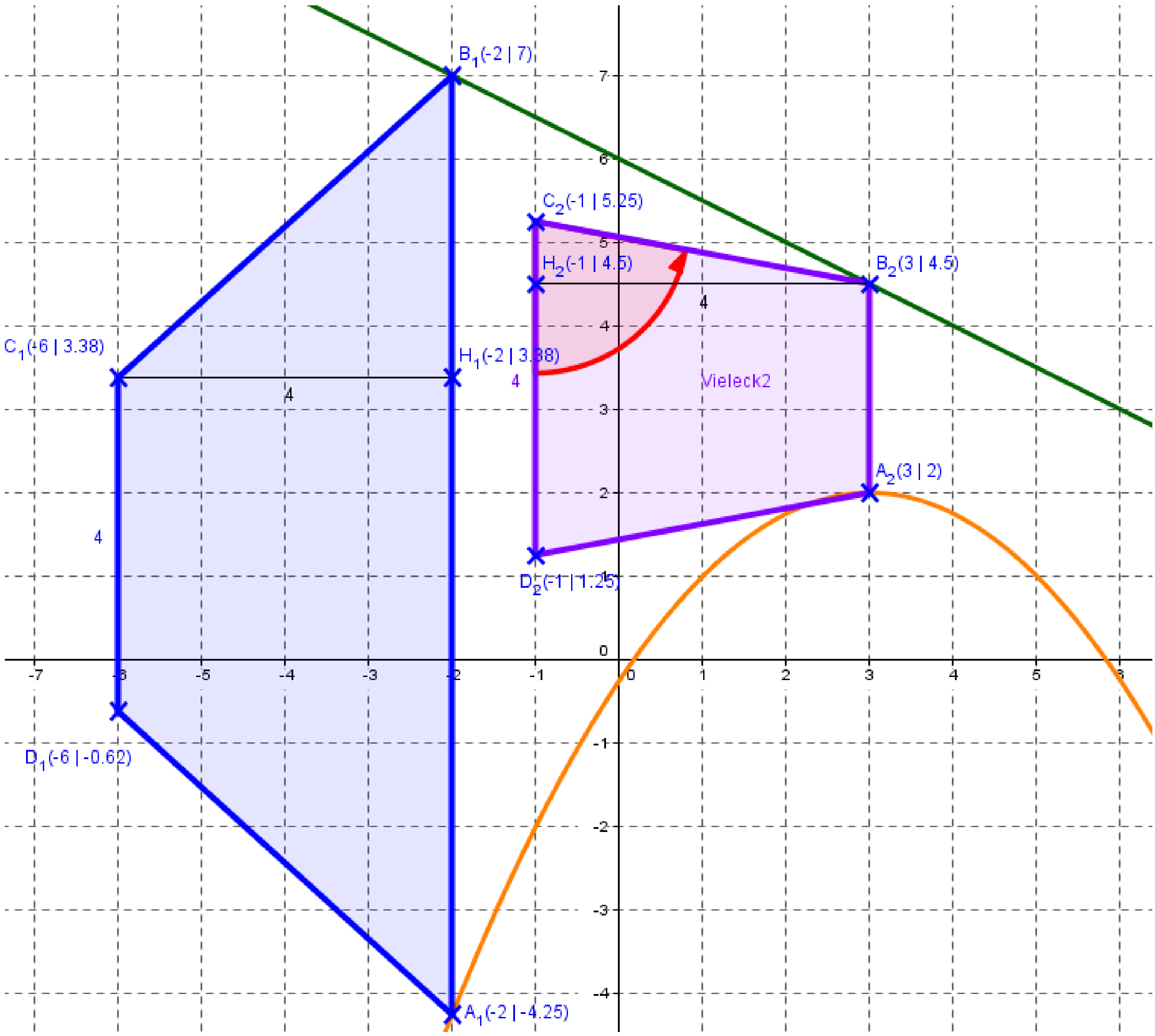
A 1.1 $y = -0{,}25(x^2 - 6x + 3^2 - 3^2) - 0{,}25$

$\Leftrightarrow y = -0{,}25(x - 3)^2 + 2 \quad \Rightarrow S(3 \mid 2)$

x	-3,0	-2,0	-1,0	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0
y	-7,00	-4,25	-2,00	-0,25	1,00	1,75	2,00	1,75	1,00	-0,25	-2,00

A 1.2

$A_1(-2 \mid -4{,}25)$, $B_1(-2 \mid 7)$ $A_2(3 \mid 2)$, $B_2(3 \mid 4{,}5)$



A 1.3

$\overline{C_2H_2} = 0{,}75$ LE; $\overline{B_2H_2} = 4$ LE

$$\tan \sphericalangle D_2C_2B_2 = \frac{\overline{B_2H_2}}{\overline{C_2H_2}} = \frac{4\ \text{cm}}{0{,}75\ \text{cm}} = 5\frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle D_2C_2B_2 = 79{,}38°$$

A 1.4

$$\overline{A_nB_n} = \sqrt{0^2 + [-0{,}5x + 6 - (-0{,}25x^2 + 1{,}5x - 0{,}25)]^2}\ \text{LE}$$

$$\Leftrightarrow \overline{A_nB_n} = (0{,}25x^2 - 2x + 6{,}25)\ \text{LE}$$

$$A(x) = [0{,}5 \cdot (a + c) \cdot h]\ \text{FE}$$
$$\Leftrightarrow A(x) = [0{,}5 \cdot (0{,}25x^2 - 2x + 6{,}25 + 4) \cdot 4\ ]\ \text{FE}$$
$$\Leftrightarrow A(x) = [2 \cdot (0{,}25x^2 - 2x + 10{,}25)]\ \text{FE}$$
$$\Leftrightarrow A(x) = [0{,}5x^2 - 4x + 20{,}5]\ \text{FE}$$

A 1.5

$$A(x) = 0{,}5(x^2 - 8x + 4^2 - 4^2) + 20{,}5$$
$$\Leftrightarrow A(x) = 0{,}5(x - 4)^2 + 12{,}5$$

Also ist $A_{min} = 12{,}5$ FE für $x = 4$

A 1.6

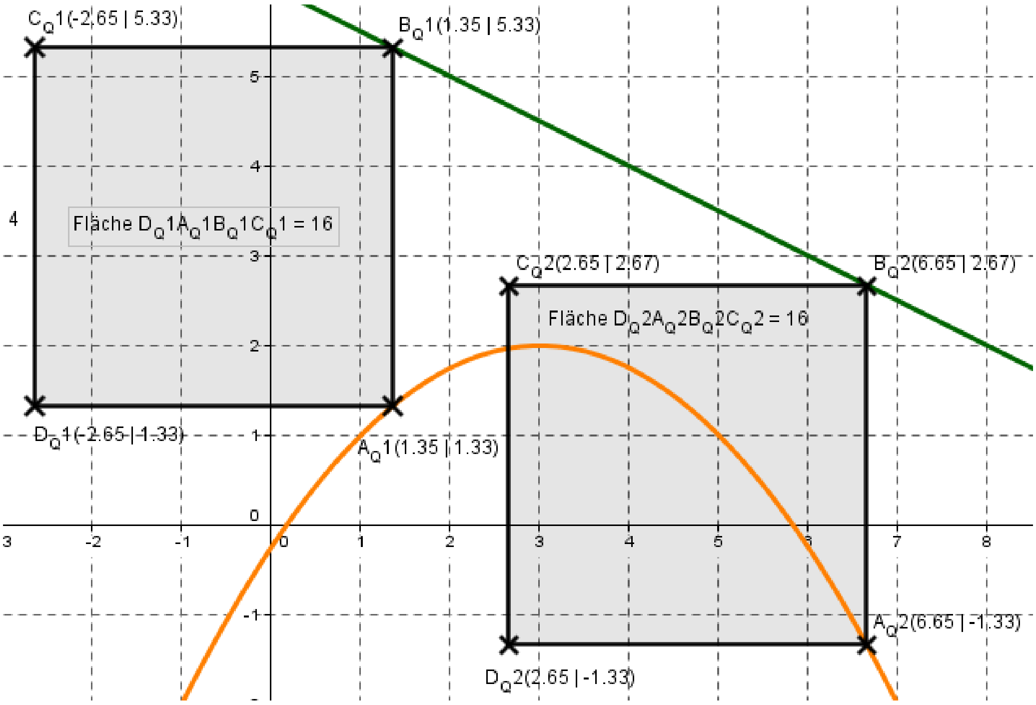
$\overline{A_nB_n} = 4 \Rightarrow$ Quadrat

Also: $0{,}25x^2 - 2x + 6{,}25 = 4$

$\Leftrightarrow 0{,}25x^2 - 2x + 2{,}25 = 0$

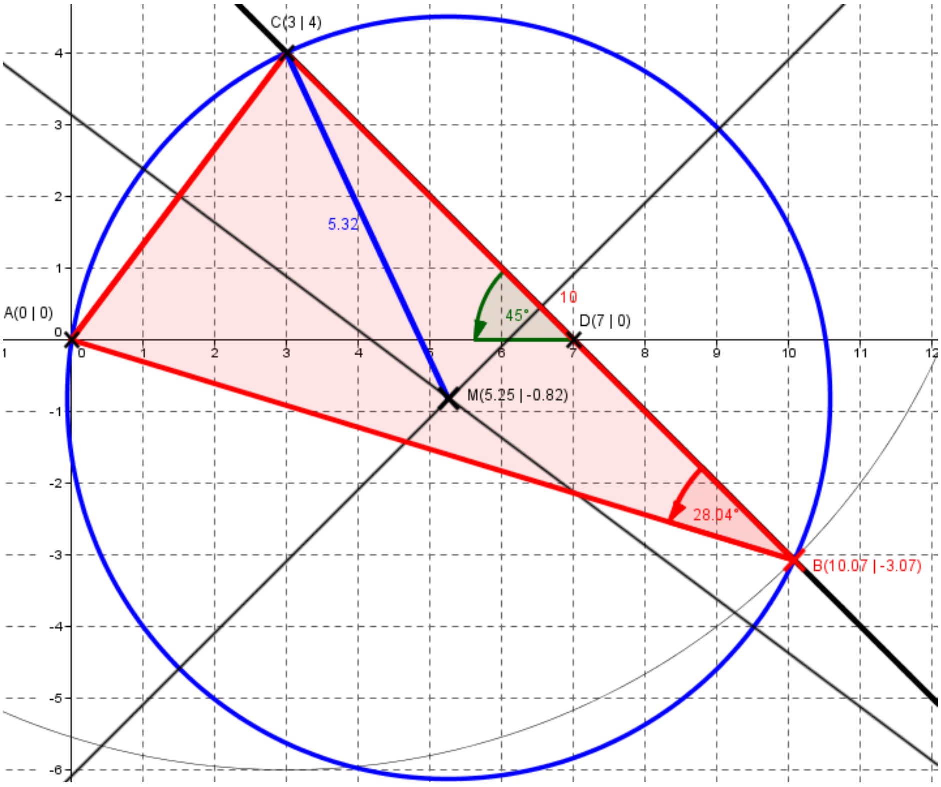
$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 0{,}25 \cdot 2{,}25}}{0{,}5}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{1{,}75}}{0{,}5} \Rightarrow x_1 = 6{,}65 \text{ und } x_2 = 1{,}35 \qquad \mathbb{L} = \{1{,}35;\ 6{,}65\}$$



Aufgabe A2

A 2.1



g: $y = -x + 7$

$\tan x = -1 \Leftrightarrow x = -45°$ Da die Gerade fällt folgt: $\sphericalangle CDA = 45°$

A 2.2

$\overline{CB} = \sqrt{[x - 3]^2 + [-x + 7 - 4]^2})$

$\Leftrightarrow 10^2 = x^2 - 6x + 9 + x^2 - 3x - 3x + 9$

$\Leftrightarrow 100 = 2x^2 - 12x + 18$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 12x - 82 = 0$

$x_{1/2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-82)}}{4}$

$= \dfrac{12 \pm \sqrt{800}}{4} \Rightarrow x_1 = 10{,}07$ und $x_2 = -4{,}07$ $\quad \mathbb{L} = \{10{,}07\}$ wegen Umlaufsinn $\Rightarrow B(10{,}07 \mid -3{,}07)$

A 2.3

$\overline{AC} = \sqrt{[3 - 0]^2 + [4 - 0]^2})$ LE $= 5$ LE

$\overline{AB} = \sqrt{[10{,}07 - 0]^2 + [-3{,}07 - 0]^2}$ LE $= 10{,}53$ LE

$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CB}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{CB} \cdot \cos \sphericalangle CBA$

$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle CBA = \dfrac{\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2 - \overline{CB}^2}{-2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{CB}} = \dfrac{5^2 - 10{,}53^2 - 10^2}{-2 \cdot 10{,}53 \cdot 10} = 0{,}88$

$\Leftrightarrow \sphericalangle CBA = 28{,}04°$

$r = \dfrac{\overline{AC}}{2 \cdot \sin \sphericalangle CBA}$ cm $= \dfrac{5}{2 \cdot \sin 28{,}04°} = 5{,}32$ cm

Aufgabe A3

A 3.1

$\overline{A_1A} = 3\text{ cm}$ und $\overline{AD} = 6\text{ cm}$

$$\tan \sphericalangle B_1A_1R_1 = \frac{\overline{AD}}{\overline{A_1A}} = \frac{4\text{ cm}}{3\text{ cm}} = 1\frac{1}{3} \qquad \Leftrightarrow \sphericalangle B_1A_1R_1 = 53{,}13°$$

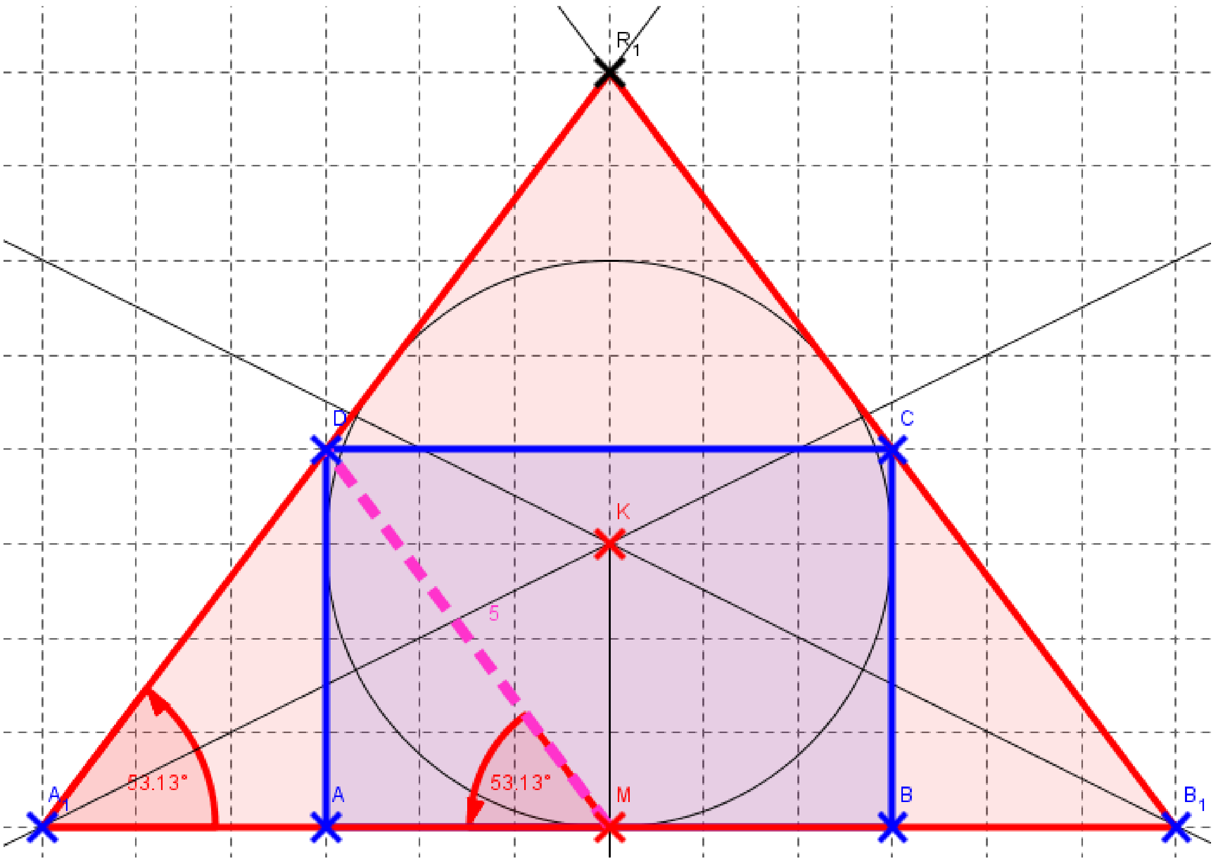
A 3.2

$$\cos \sphericalangle B_1A_1R_1 = \frac{\overline{AM}}{\overline{A_1R_1}} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{A_1R_1} = \frac{\overline{AM}}{\cos \sphericalangle B_1A_1R_1} = \frac{6\text{ cm}}{\cos 53{,}13°} = 10\text{ cm}$$

$$A=0{,}5\cdot\overline{A_1R_1}\cdot\overline{A_1B_1}\cdot\sin \sphericalangle B_1A_1R_1=0{,}5\cdot 10\text{ cm}\cdot 12\text{ cm}\cdot\sin 53{,}13° = 48\text{ cm}^2$$

$$r = \frac{2\cdot A}{\overline{A_1B_1} + \overline{A_1R_1} + \overline{B_1R_1}} = \frac{96\text{ cm}^2}{32\text{ cm}} = 3\text{ cm}$$

$$V_{\text{Kugel1}} = \frac{4}{3}\cdot r^2 \cdot \pi = \frac{4}{3}\cdot (3\text{ cm})^3 \cdot \pi = 113{,}1\text{ cm}^3$$



A 3.3

$\tan \sphericalangle AA_nD = \frac{4}{x}$

$\tan \sphericalangle MA_nR_n = \frac{h(x)}{3 + x}$

Gleichsetzen: $\frac{4}{x} = \frac{h(x)}{3 + x} \Leftrightarrow h(x) = \frac{4(3 + x)}{x}\text{ cm} = \frac{12 + 4x}{x}\text{ cm}$

$\Leftrightarrow h(x) = \frac{x(\frac{12}{x} + 4)}{x}\text{ cm*} = (\frac{12}{x} + 4)\text{cm}$

* Ich habe aus dem Zähler „x" ausgeklammert, um den Nenner „x" wegkürzen zu können.

Wenn der Öffnungswinkel 90° betragen soll, muss der Winkel AA_2D = 45° sein.

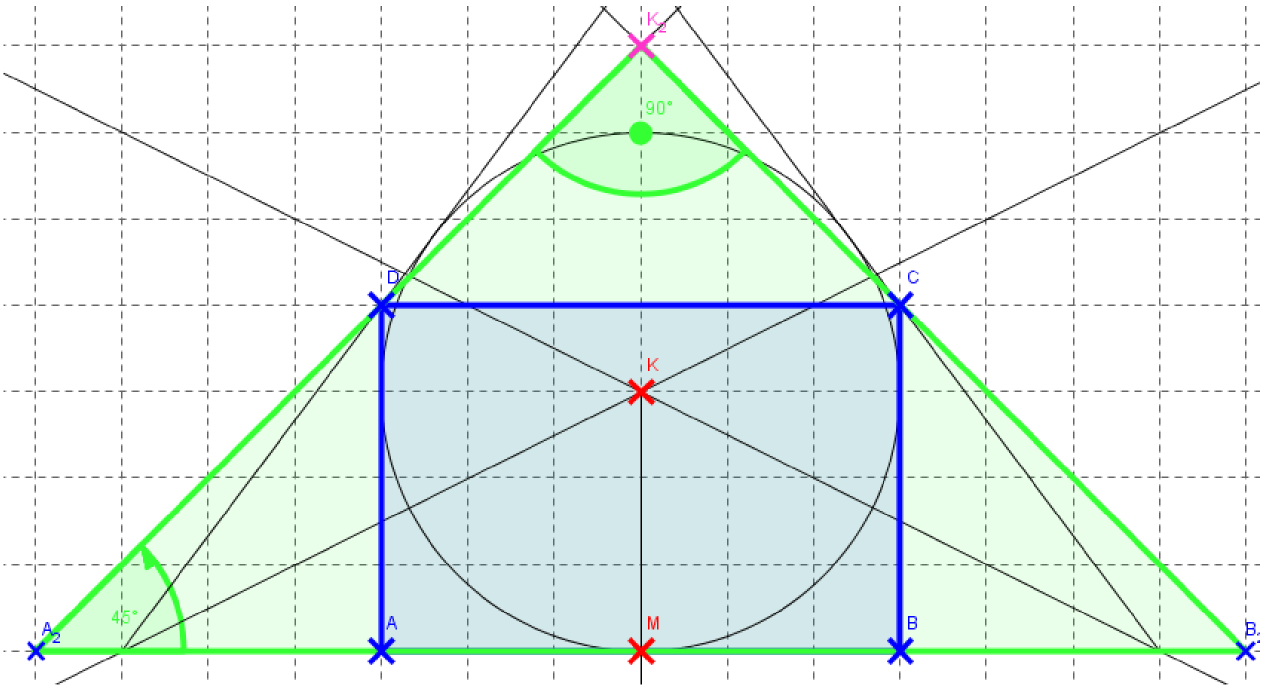
$\tan 45° = \frac{h(x)}{3 + x} \Leftrightarrow 3 + x = \frac{\frac{12}{x} + 4}{\tan 45°} \Leftrightarrow 3 + x = \frac{12}{x} + 4$

$\Leftrightarrow x - \frac{12}{x} - 1 = 0 \quad | \cdot x$

$\Leftrightarrow x^2 - x - 12 = 0$

$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2}$

$= \frac{1 \pm \sqrt{49}}{2} \Rightarrow x_1 = 4$ und $x_2 = -3$ $\quad \mathbb{L} = \{4\}$ da x nur positiv sein darf, siehe 3.0



A 3.4

$\overline{MD}$ ist immer 5 cm lang. Gesucht ist nun ein x, so dass die Strecke $\overline{A_3R_3}$ senkrecht auf $\overline{MD}$ steht.

Das Dreieck A_1MD ist gleichschenklig, daher ist $\sphericalangle DMA_3$ ebenfalls 53,13° und damit $\sphericalangle DA_3M = 180° - 90° - 53{,}13° = 36{,}87°$

$$\tan \sphericalangle DA_3M = \frac{\overline{AD}}{\overline{A_3A}} \Leftrightarrow \overline{A_3A} = \frac{\overline{AD}}{\tan \sphericalangle DA_3M} = \frac{4\ \text{cm}}{\tan 36{,}87°} = 5{,}33$$

Damit ist x = 5,33