Abschlussprüfung 1992
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II — Aufgabengruppe A

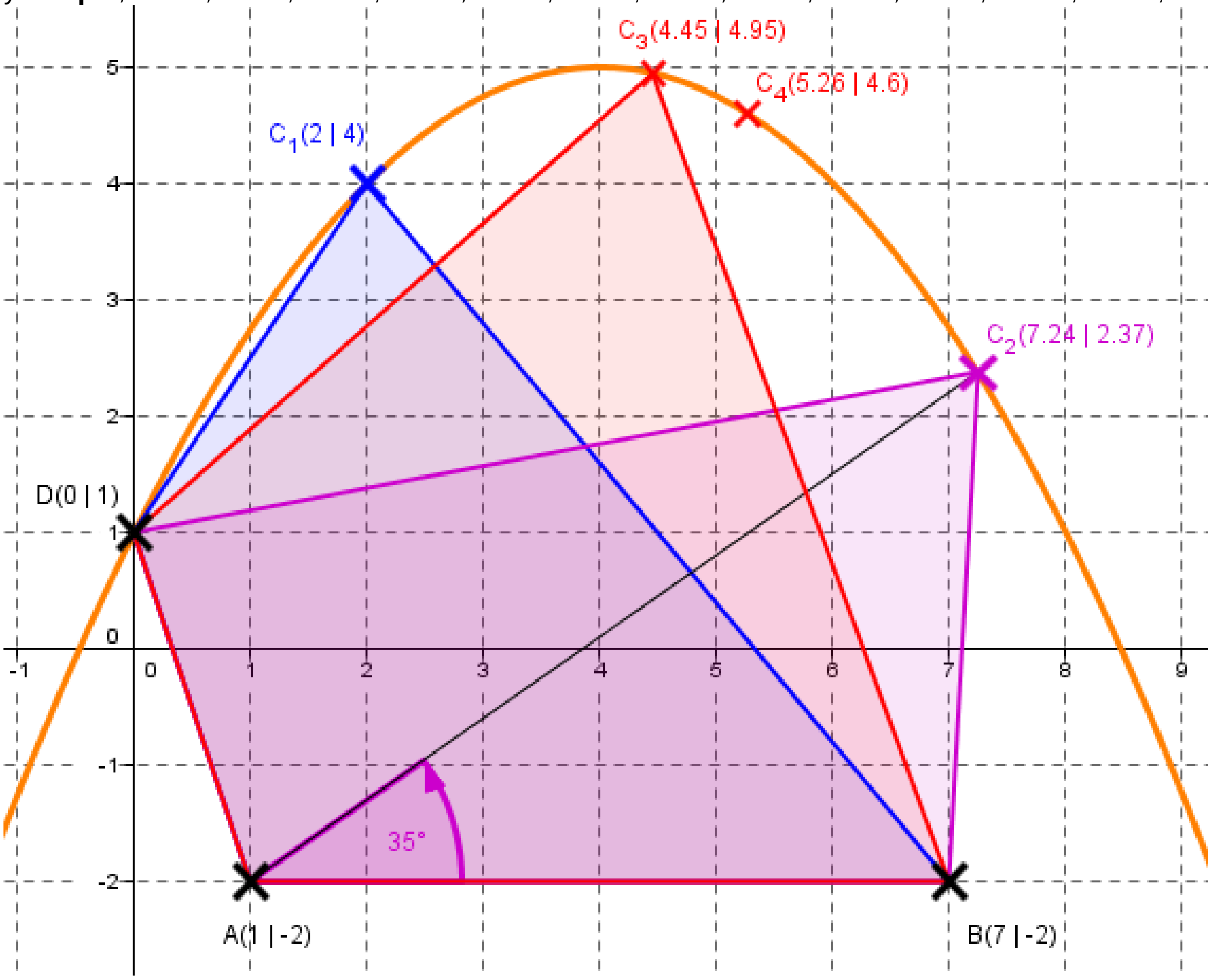
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 28.07.2013

Aufgabe A1 **p: $y = -0,25x^2 + 2x + 1$**

A 1.1 $y = -0,25(x^2 - 8x + 4^2 - 4^2) + 1$

$\Leftrightarrow y = -0,25(x - 4)^2 + 5 \quad \Rightarrow S(4 \mid 5)$

x	-2,0	-1,0	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
y	-4,00	-1,25	1,00	2,75	4,00	4,75	5,00	4,75	4,00	2,75	1,00	-1,25	-4,00



A 1.2

$C_1(2 \mid 4)$

$\tan \sphericalangle C_2BA = \tan 35° = 0,7$

Der Punkt C_2 ist der Schnittpunkt von p und einer Geraden g mit der Steigung 0,7 durch $A(-1 \mid -2)$.

g: $y = m(x - x_p) + y_p$

$\Leftrightarrow y = 0,7(x + 1) - 2 = 0,7x - 1,3$

$-0,25x^2 + 2x + 1 = 0,7x - 1,3$

$\Leftrightarrow\ -0{,}25x^2 + 1{,}3x + 2{,}3 = 0$

$x_{1/2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{-1{,}3 \pm \sqrt{1{,}3^2 - 4\cdot(-0{,}25)\cdot 2{,}3}}{-0{,}5}$

$= \dfrac{-1{,}3 \pm \sqrt{3{,}99}}{-0{,}5} \Rightarrow (x_1 = -1{,}39)$ und $x_2 = 6{,}59$ $\mathbb{L} = \{6{,}59\}$ wegen Umlaufsinn. Also: $C_2(6{,}59|3{,}31)$

A 1.3

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 0 - 1 \\ 1 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$;

$\overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} 0 - 7 \\ 1 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BC_n} = \begin{pmatrix} x - 7 \\ -0{,}25x^2 + 2x + 1 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 7 \\ -0{,}25x^2 + 2x + 3 \end{pmatrix}$

$A_{ABD} = 0{,}5\cdot\begin{vmatrix} 6 & -1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}$ FE $= 9$ FE

$A_{BC_nD} = 0{,}5\cdot\begin{vmatrix} x-7 & -7 \\ -0{,}25x^2 + 2x + 3 & 3 \end{vmatrix}$ FE

$\Leftrightarrow\ A_{BC_nD} = 0{,}5\cdot(3x - 21 - 1{,}75x^2 + 14x + 21)$ FE

$\Leftrightarrow\ A_{BC_nD} = 0{,}5\cdot(17x - 1{,}75x^2)$ FE $= (-0{,}875x^2 + 8{,}5x)$ FE

Zusammen: $A_{ABC_nD} = (-\frac{7}{8}x^2 + 8{,}5x + 9)$ FE

A 1.4

$-\frac{7}{8}x^2 + 8{,}5x + 9 = 29{,}5$

$\Leftrightarrow\ -\frac{7}{8}x^2 + 8{,}5x - 20{,}5 = 0$

$x_{1/2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{-8{,}5 \pm \sqrt{8{,}5^2 - 4\cdot(-0{,}875)\cdot(-20{,}5)}}{-1{,}75}$

$= \dfrac{-8{,}5 \pm \sqrt{0{,}5}}{-1{,}75} \Rightarrow x_1 = 4{,}45$ und $x_2 = 5{,}26$ $\mathbb{L} = \{4{,}45;\ 5{,}26\}$

Also: $C_3(4{,}45|4{,}95)$ und $C_4(5{,}26|4{,}6)$

A 1.5

Die Geraden h_1 durch A und D sowie h_2 durch B und C_3 müssten die gleiche Steigung haben (= parallel).

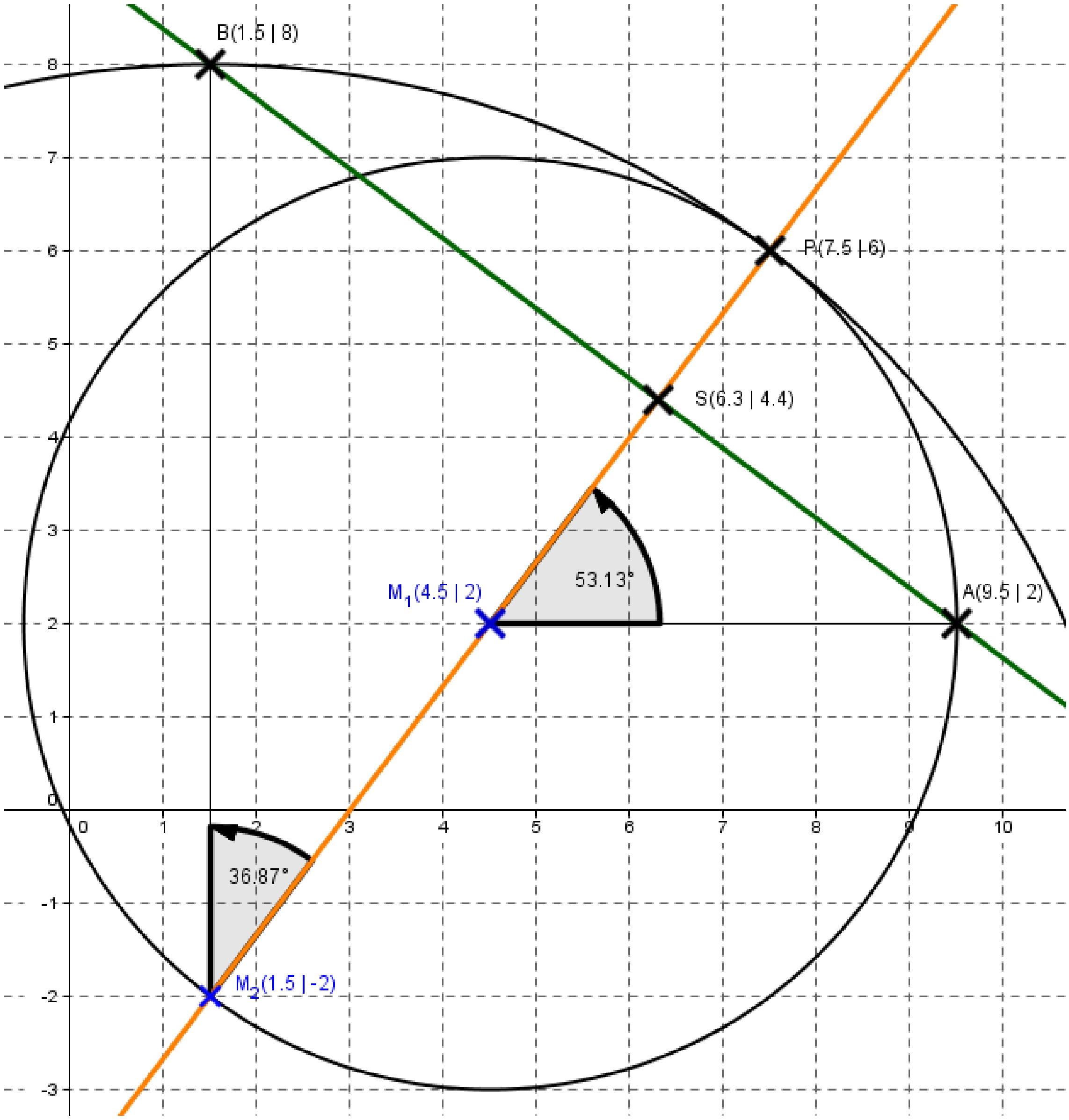
h_1: $\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 0 - 1 \\ 1 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ Damit ist $m_1 = \frac{-3}{1} = -3$

h_2: $\overrightarrow{BC_3} = \begin{pmatrix} 4{,}45 - 7 \\ 4{,}95 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2{,}55 \\ 6{,}95 \end{pmatrix}$ Damit ist $m_2 = \frac{6{,}95}{-2{,}55} = -2{,}73$

$-2{,}73 \neq -3 \Rightarrow$ sie sind nicht parallel $\Rightarrow$ kein Trapez

Aufgabe A2
A 2.1

$g: y = -\frac{3}{4}x + 9{,}125$ $h: y = \frac{4}{3}x - 4$



$$-\frac{9}{12}x + 9{,}125 = \frac{16}{12}x - 4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{25}{12}x = -13{,}125 \quad \Leftrightarrow x = 6{,}3 \text{ und damit } S(6{,}3 \mid 4{,}4)$$

A 2.2
Wenn beide Punkte auf der Kreislinie liegen, dann ist ihre Entfernung zu M_1 jeweils der gleiche Radius.

$$\overline{M_1A} = \sqrt{[9{,}5 - 4{,}5]^2 + [0]^2} \text{ LE} = 5 \text{ LE}$$

$$\overline{M_1P} = \sqrt{[7{,}5 - 4{,}5]^2 + [6 - 2]^2} \text{ LE}$$

$$\Leftrightarrow \overline{M_1P} = \sqrt{[3]^2 + [4]^2} \text{ LE} = 5 \text{ LE}$$

A 2.3

$\overline{M_2B} = \sqrt{[1,5 - x]^2 + [8 - \frac{4}{3}x + 4]^2}$ LE

$\Leftrightarrow 10^2 = 2,25 - 3x + x^2 + 144 - 32x + \frac{16}{9}x^2$

$\Leftrightarrow 0 = \frac{25}{9}x^2 - 35x + 46,25$

$\overline{M_2P} = \sqrt{[7,5 - x]^2 + [6 - \frac{4}{3}x + 4]^2}$ LE

$\Leftrightarrow 10^2 = 56,25 - 15x + x^2 + 100 - \frac{80}{3}x + \frac{16}{9}x^2$

$\Leftrightarrow 0 = \frac{25}{9}x^2 - \frac{125}{3}x + 56,25$

Gleichsetzen:

$\frac{25}{9}x^2 - 35x + 46,25 = \frac{25}{9}x^2 - \frac{125}{3}x + 56,25$

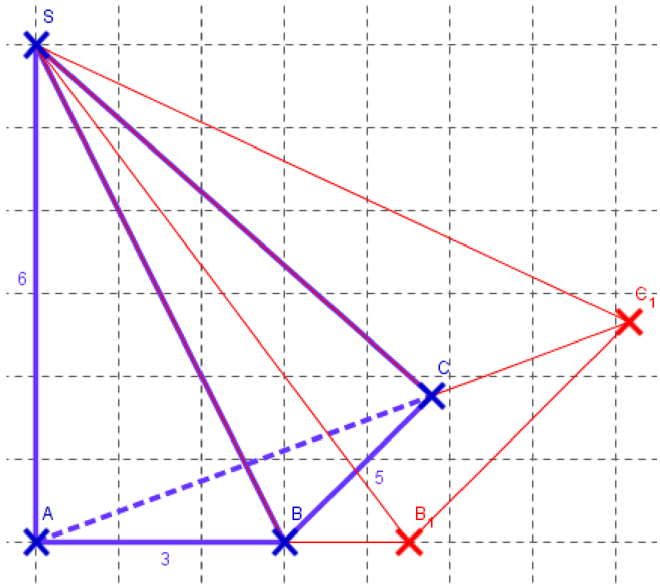
$\Leftrightarrow -\frac{105}{3}x + 46,25 = -\frac{125}{3}x + 56,25$

$\Leftrightarrow \frac{20}{3}x = 10 \quad \Leftrightarrow x = 1,5$ und damit $M_2(1,5 \mid -2)$

A 2.4

$\tan \sphericalangle AM_1P = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \sphericalangle AM_1P = 53,13°$

$\sphericalangle PM_2B = 90° - 53,13° = 36,87°$



Aufgabe A3

A 3.1

$$\tan \sphericalangle BAC = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow \sphericalangle BAC = 59{,}04°$$

A 3.2

rote Pyramide

A 3.3

$$\frac{\overline{B_1C_1}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AB_1}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \overline{B_1C_1} = \frac{\overline{AB_1} \cdot \overline{BC}}{\overline{AB}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{B_1C_1} = \frac{4{,}5 \cdot 5}{3} \text{ cm} = 7{,}5 \text{ cm}$$

$$\sin \sphericalangle BAC = \frac{\overline{B_1C_1}}{\overline{AC_1}} \Leftrightarrow \overline{AC_1} = \frac{\overline{B_1C_1}}{\sin \sphericalangle BAC} = \frac{7{,}5 \text{ cm}}{\sin 59{,}04°} = 8{,}75 \text{ cm}$$

A 3.4

$$\overline{B_nC_n} = \frac{\overline{AB_n} \cdot \overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{(3 + x) \cdot 5}{3} \text{ cm} = \frac{15 + 5x}{3} \text{ cm} = (5 + \frac{5}{3}x) \text{ cm}$$

$$A_G = 0{,}5(a + c) \cdot h = 0{,}5(5 + 5 + \frac{5}{3}x) \cdot x \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow A_G = 0{,}5x(10 + \frac{5}{3}x)\text{cm}^2 = (5x + \frac{5}{6}x^2) \text{ cm}^2$$

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$$

$$\Leftrightarrow V(x) = \frac{1}{3} \cdot (5x + \frac{5}{6}x^2) \cdot 6 \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = 2 \cdot (5x + \frac{5}{6}x) \text{ cm}^3 = (10x + \frac{10}{6}x^2) \text{ cm}^3 \quad [\frac{5}{3} \text{ ausklammern}]$$

$$\Leftrightarrow V(x) = [\frac{5}{3} \cdot (x^2 + 6x)] \text{ cm}^3$$

A 3.5

$$\tan \sphericalangle SB_2A = \frac{\overline{AS}}{\overline{AB_2}} \Leftrightarrow \tan 25° = \frac{6}{3 + x}$$

$$\Leftrightarrow (3 + x) \cdot \tan 25° = 6$$

$$\Leftrightarrow 1{,}4 + 0{,}47x = 6$$

$$\Leftrightarrow 0{,}47x = 4{,}6 \quad \Leftrightarrow x = 9{,}79$$

$$V(9{,}79) = [\frac{5}{3} \cdot (9{,}79^2 + 6 \cdot 9{,}79)] \text{ cm}^3 = 257{,}64 \text{ cm}^3$$