Abschlussprüfung 1991
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II — Aufgabengruppe A

Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 28.07.2013

Aufgabe A1 **g: $y = -0{,}5x + 1$** $A(0{,}5 \mid 0{,}75)$ $D(6 \mid -2)$

A 1.1 $y = -x^2 + bx + c$

I $0{,}75 = -(0{,}5)^2 + 0{,}5b + c$

$\Leftrightarrow$ $1 - 0{,}5b = c$

II $-2 = -6^2 + 6b + c$

$\Leftrightarrow$ $34 - 6b = c$

I = II $1 - 0{,}5b = 34 - 6b$

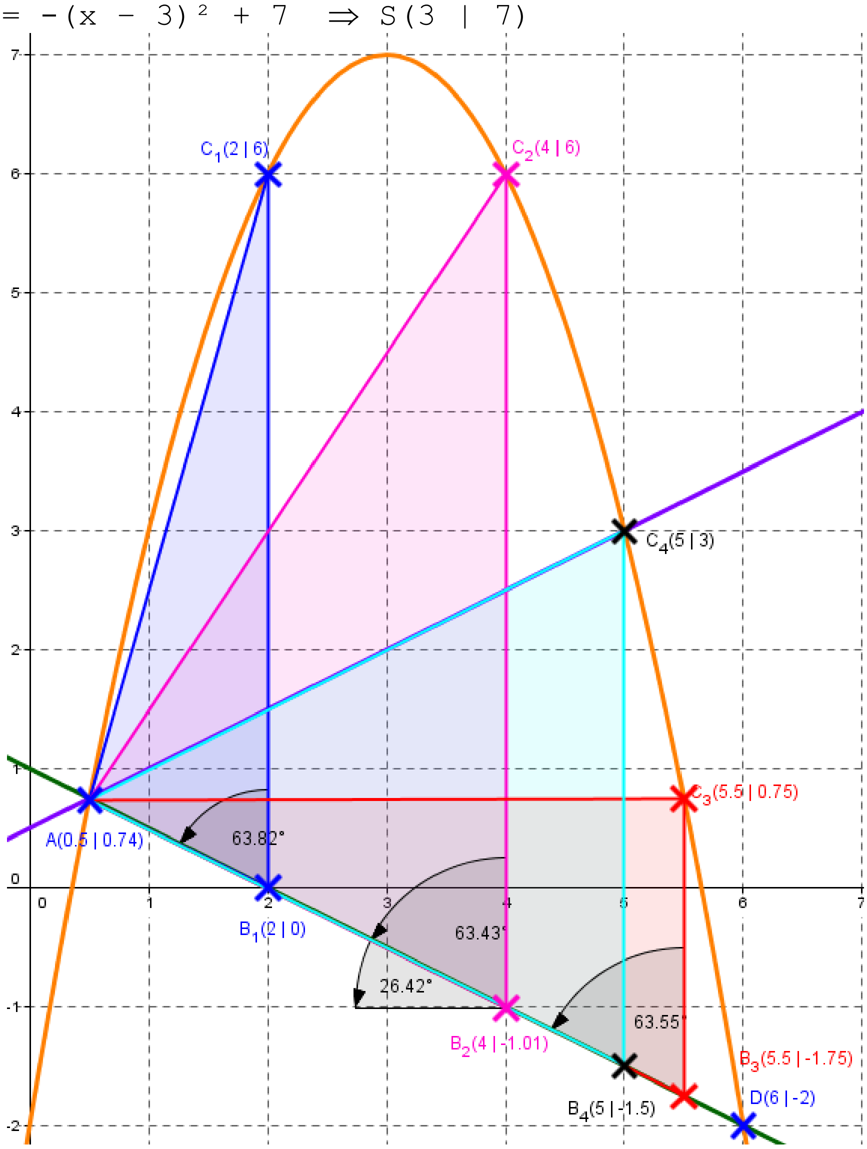
$\Leftrightarrow$ $-33 = -5{,}5b$ $\Leftrightarrow$ $b = 6$

b in I $c = 1 - 0{,}5 \cdot 6 = -2$

Also: **p: $y = -x^2 + 6x - 2$**

$y = -(x^2 - 6x + 3^2 - 3^2) - 2$

$\Leftrightarrow$ $y = -(x - 3)^2 + 7$ $\Rightarrow$ $S(3 \mid 7)$



A 1.2

$B_1(2|0)$, $C_1(2|6)$ $B_2(4|-1)$, $C_2(4|6)$

A 1.3

$$y = -x^2 + 6x - 2$$
$$\Leftrightarrow\ 0{,}75 = -x^2 + 6x - 2$$
$$\Leftrightarrow\ -x^2 + 6x - 2{,}75 = 0$$
$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4\cdot(-1)\cdot(-2{,}75)}}{-2}$$
$$= \frac{-6 \pm \sqrt{25}}{-2} \Rightarrow x_1 = -0{,}5 \text{ und } x_2 = 5{,}5\ \mathbb{L}=\{5{,}5\} \text{ da } 0{,}5 < x < 6$$

$B_3(5{,}5|0{,}75)$ $C_3(5{,}5|\ -1{,}75)$

A 1.4

B_n und C_n haben die gleiche Abszisse x; daher verlaufen $[B_nC_n]$ in einem 90°-Winkel zur x-Achse.

$\tan \sphericalangle m_g = -0{,}5 \Leftrightarrow \sphericalangle m_g = -26{,}57$

Daher ist $\sphericalangle C_nB_nA = 90° - 26{,}57° = 63{,}43°$ [siehe Zeichung]

A 1.5

Das gleichschenklige Dreieck AB_4C_4 hat an der Basis jeweils den gleichen Winkel 63,43°.

Daher ist $\sphericalangle B_4AC_4 = 180° - 63{,}43° - 63{,}43° = 53{,}14°$

$\tan(53{,}14° - 26{,}57°) = 0{,}5$

Der Punkt C_4 liegt auf dem Schnittpunkt von p und einer Geraden h durch A mit der Steigung 0,5.

$h\colon y = 0{,}5(x - x_p) + y_p \Leftrightarrow y = 0{,}5(x - 0{,}5) + 0{,}75$

$\Leftrightarrow$ **$y = 0{,}5x + 0{,}5$**

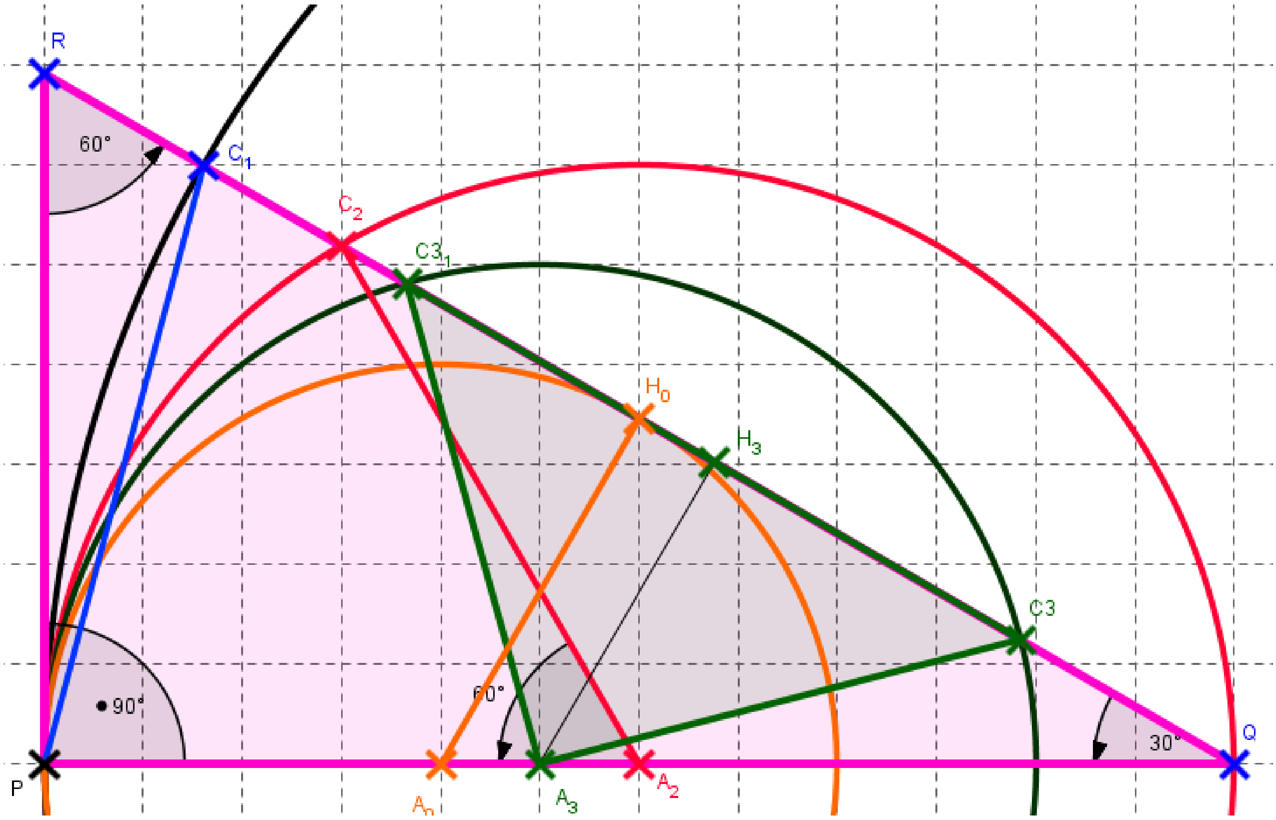
Gleichsetzen:

$$\mathbf{-x^2 + 6x - 2} = \mathbf{0{,}5x + 0{,}5} \Leftrightarrow -x^2 + 5{,}5x - 2{,}5 = 0$$
$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5{,}5 \pm \sqrt{5{,}5^2 - 4\cdot(-1)\cdot(-2{,}5)}}{-2}$$
$$= \frac{-5{,}5 \pm \sqrt{20{,}25}}{-2} \Rightarrow x_1 = -0{,}5 \text{ und } x_2 = 5\ \mathbb{L}=\{5\} \text{ da } 0{,}5 < x < 6$$

$B_4(5|-1{,}5)$ $C_5(5|\ 3)$

Aufgabe A2

A 2.1



$$\overline{PC_1}^2 = \overline{PQ}^2 + \overline{QC_1}^2 - 2 \cdot \overline{PQ} \cdot \overline{QC_1} \cdot \cos \sphericalangle RQP$$

$$\Leftrightarrow \overline{PC_1}^2 = [12^2 + 12^2 - 2 \cdot 12 \cdot 12 \cdot \cos 30°]\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{PC_1}^2 = 38{,}58\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{PC_1} = 6{,}21\ cm$$

A 2.2

$$\tan \sphericalangle RQP = \frac{\overline{PR}}{\overline{PQ}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{PR} = \tan 30° \cdot \overline{PQ} = \tan 30° \cdot 12\ cm = 6{,}93\ cm$$

$$A_{PQR} = 0{,}5 \cdot \overline{PQ} \cdot \overline{PR} = 0{,}5 \cdot 12\ cm \cdot 6{,}93\ cm = 41{,}58\ cm^2$$

Dreieck A_2QC_2:

$$\frac{\overline{A_2C_2}}{\sin \sphericalangle RQP} = \frac{\overline{A_2Q}}{\sin \sphericalangle A_2C_2Q} \Leftrightarrow \sin \sphericalangle A_2C_2Q = \frac{\overline{A_2Q} \cdot \sin \sphericalangle RPQ}{\overline{A_2C_2}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle A_2C_2Q = \frac{6\ cm \cdot \sin 30°}{6\ cm} \Leftrightarrow \sphericalangle A_2C_2Q = 30°$$

$$\sphericalangle QA_2C_2 = 180° - 30° - 30° = 120°$$

$$\sphericalangle C_2A_2P = 180° - 120° = 60°$$

$$A_{A2QC2} = 0{,}5 \cdot \overline{A_2Q} \cdot \overline{A_2C_2} \cdot \sin \sphericalangle QA_2C_2$$

$$\Leftrightarrow A_{A2QC2} = 0{,}5 \cdot 6\ cm \cdot 6\ cm \cdot \sin 120° = 15{,}59\ cm^2$$

$A_{Kreissektor} = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{60°}{360°} = 36\ cm^2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{6} = 18{,}85\ cm^2$

$A_{konkaveFläche} = 41{,}58\ cm^2 - 15{,}59\ cm^2 - 18{,}85\ cm^2 = 7{,}14\ cm^2$

A 2.3

$\sin \sphericalangle RQP = \frac{\overline{A_3H_3}}{\overline{A_3Q}} \Leftrightarrow \overline{A_3H_3} = \sin \sphericalangle RQP \cdot \overline{A_3Q}$

$\Leftrightarrow \overline{A_3H_3} = \sin 30° \cdot 7\ cm = 3{,}5\ cm$

$\overline{A_3C_3}^2 = \overline{C_3H_3}^2 + \overline{A_3H_3}^2 \Leftrightarrow \overline{A_3H_3}^2 = \overline{A_3C_3}^2 - \overline{A_3H_3}^2$

$\Leftrightarrow \overline{A_3H_3}^2 = (5\ cm)^2 - (3{,}5\ cm)^2 = 12{,}75\ cm^2$

$\Leftrightarrow \overline{A_3H_3} = 3{,}57\ cm \quad \Rightarrow \overline{C_3C_{3*}} = 2\,\overline{C_3H_3} = 7{,}14\ cm$

A 2.4

$\overline{A_0H_0}$ muss die gleiche Länge x wie $\overline{PA_0}$ haben.

$\overline{A_0Q} = (12 - x)\ cm$

$\sin \sphericalangle RQP = \frac{\overline{A_0H_0}}{\overline{A_0Q}} \Leftrightarrow \overline{A_0H_0} = \sin \sphericalangle RQP \cdot \overline{A_0Q}$

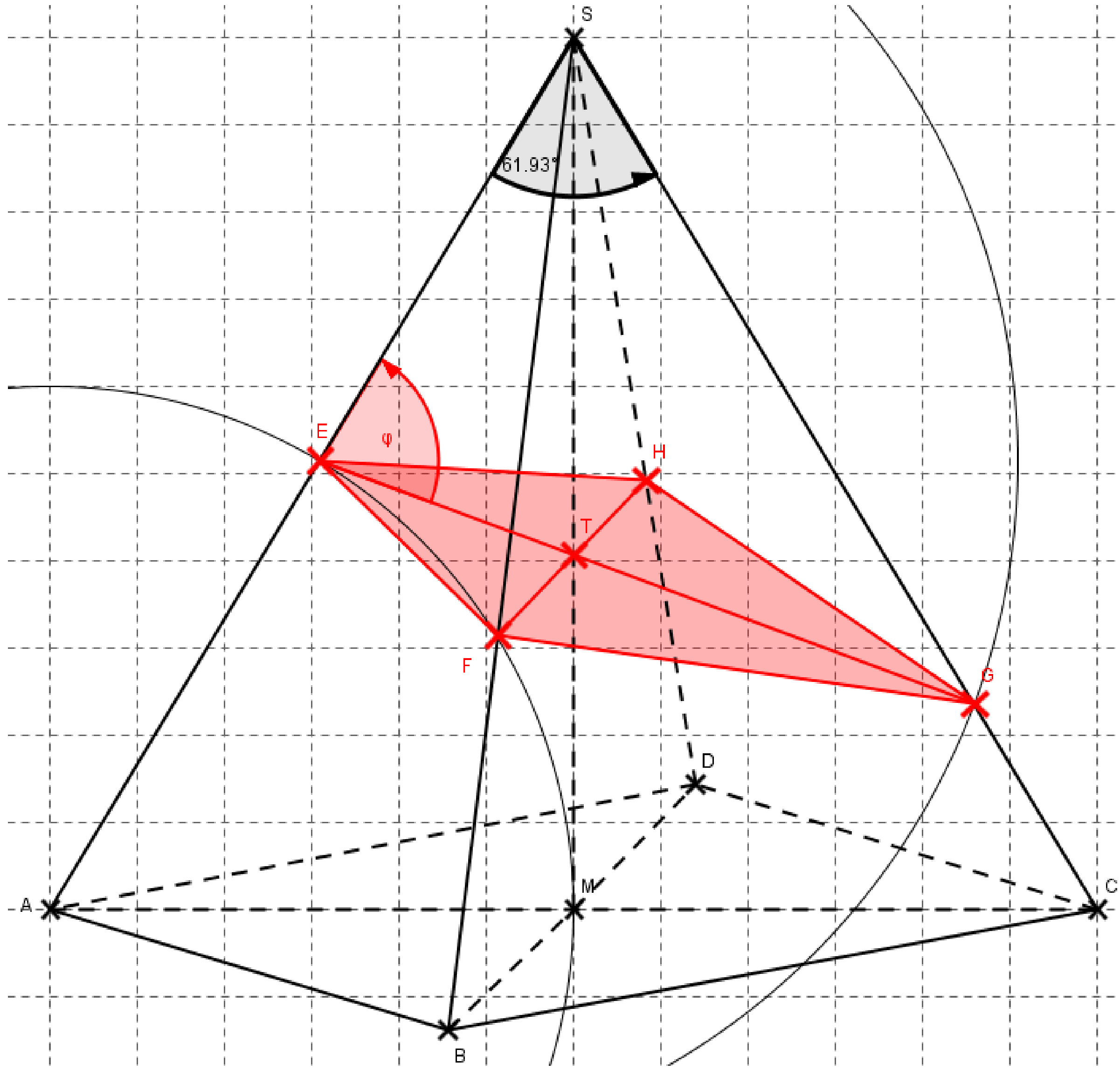
$\Leftrightarrow x = \sin 30° \cdot (12 - x)$

$\Leftrightarrow x = 6 - 0{,}5x$

$\Leftrightarrow 1{,}5x = 6 \Leftrightarrow x = 4$

Aufgabe A2

A 3.1 und A 3.2



$\overline{AS}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{MS}^2$

$\Leftrightarrow \overline{AS}^2 = (6\text{ cm})^2 + (10\text{ cm})^2 = 136\text{ cm}^2$

$\Leftrightarrow \overline{AS} = 11{,}66\text{ cm}$

$\tan 0{,}5 \cdot \sphericalangle ASC = \dfrac{\overline{AM}}{\overline{MS}} = \dfrac{6\text{ cm}}{10\text{ cm}} = 0{,}6 \quad \Leftrightarrow \sphericalangle ASC = 61{,}93°$

A 3.3 und A 3.4

$\overline{GE} = 8\text{ cm}$

$\dfrac{\overline{ES}}{\sin \sphericalangle SGE} = \dfrac{\overline{GE}}{\sin \sphericalangle ASC} \quad \Leftrightarrow \sin \sphericalangle SGE = \dfrac{\overline{ES} \cdot \sin \sphericalangle ASC}{\overline{GE}}$

$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle SGE = \dfrac{(11{,}66\text{ cm} - 6\text{ cm}) \cdot \sin 61{,}93°}{8\text{ cm}} = 0{,}62$

$\Leftrightarrow \sphericalangle SGE = 38{,}63°$ (141,37° nicht möglich wegen $\sphericalangle ASC$)

$\sphericalangle GES = 180° - 38{,}63° - 61{,}93° = 79{,}44°$

$0{,}5 \cdot \sphericalangle ASC = 30{,}96°$ $\sphericalangle STE = 180° - 30{,}96° - 79{,}44° = 69{,}6°$

$$\frac{\overline{ST}}{\sin \sphericalangle GES} = \frac{\overline{SE}}{\sin \sphericalangle STE} \Leftrightarrow \overline{ST} = \frac{\overline{SE} \cdot \sin \sphericalangle GES}{\sin \sphericalangle STE}$$

$$\Leftrightarrow \overline{ST} = \frac{5{,}66\ \text{cm} \cdot \sin 79{,}44°}{\sin 69{,}6°} = 5{,}94\ \text{cm}$$

A 3.5

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{FH}} = \frac{\overline{SM}}{\overline{ST}} \Leftrightarrow \overline{FH} = \frac{\overline{BD} \cdot \overline{ST}}{\overline{SM}} = \frac{8\ \text{cm} \cdot 5{,}94\ \text{cm}}{10\ \text{cm}} = 4{,}75\ \text{cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{FH} \cdot \overline{GE} \cdot \overline{ST} = \frac{1}{6} \cdot 4{,}75\ \text{cm} \cdot 8\ \text{cm} \cdot 5{,}94\ \text{cm}$$

$$\Leftrightarrow V = 37{,}62\ \text{cm}^3$$