

Abschlussprüfung 2022
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II Lehrplan+ Nachtermin
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 02.05.2024

Aufgabe A1 – ohne Taschenrechner

$$p: y = -0,25(x + 1)^2 + 3$$

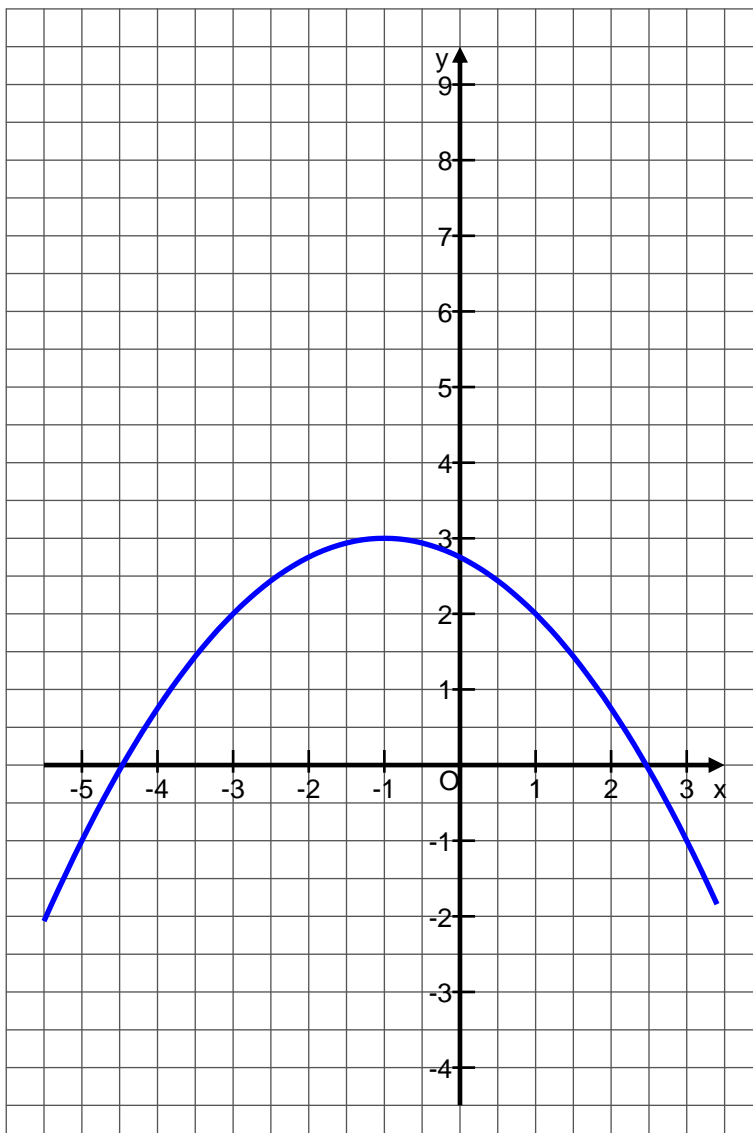
A 1.1

S einfach ablesen: S(-1|3)

A 1.2

Zeichnen ist schon anspruchsvoller. Ich würde für den angegebenen x-Bereich von -5 bis 3 alle Kopfrechenskills auspacken, eine Wertetabelle erstellen und dann „Freestyle“ zeichnen:

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-1,00	0,75	2,00	2,75	3,00	2,75	2,00	0,75	-1,00



Aufgabe A2 - ohne Taschenrechner

$$0,5x^2 + x - 4 = 0$$

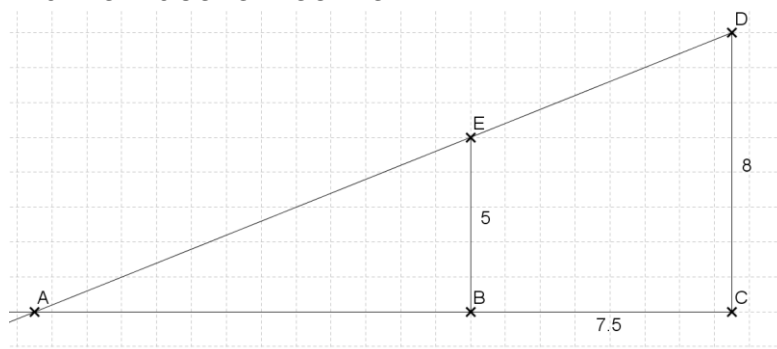
Klarer Fall für die Lösungsformel:

$$x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 0,5 \cdot (-4)}}{2 \cdot 0,5}$$

$$\Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{1}$$

$$\Rightarrow x_1 = 2 \wedge x_2 = -4 \quad L = \{-4; 2\}$$

Aufgabe A3 - ohne Taschenrechner



Klarer Fall für den Vierstreckensatz, und „oben links“ kommt das Gesuchte hin. Beachte: Da wir die Parallelen verwenden, müssen wir bei dem anderen Bruch jeweils im Zentrum **A** starten! Los geht's:

$$\text{MZG} \quad \frac{|\overline{AB}|}{|\overline{AC}|} = \frac{|\overline{BE}|}{|\overline{CD}|}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{AB}| = \frac{|\overline{BE}| \cdot |\overline{AC}|}{|\overline{CD}|}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{|\overline{BE}| \cdot |\overline{AC}|}{|\overline{CD}|}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5 \cdot (x + 7,5)}{8}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{8}x + \frac{37,5}{8}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{8}x = \frac{37,5}{8} \quad | \cdot 8$$

$$\Leftrightarrow 3x = 37,5 \quad | :3$$

$$\Leftrightarrow x = 12,5 \quad \text{Also: } |\overline{AB}| = 12,5 \text{ cm}$$

Aufgabe A4 - ohne Taschenrechner

A 4.1

Da 5 Tiere im Spiel sind, gibt es für „Kopf“, „Rumpf“ und „Beine“ jeweils 5 Möglichkeiten.

Also: $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 = 125$

A 4.2

Von den 125 Möglichkeiten sind genau 5 echte Tiere. Daher gibt es 120 Fantasieviecher, also: $p = \frac{120}{125} (= 96 \%)$

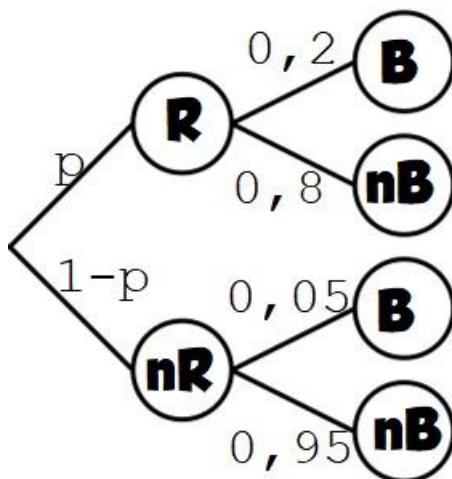
A 4.3

Löwe und Tiger sind Raubtiere. Die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen eines Raubtieres liegt also für jede Position bei $\frac{2}{5}$.

Also: $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$ Damit setzen wir das Kreuzerl bei Nr. 4.

Aufgabe B1 - mit Taschenrechner

B 1.1



B 1.2

Regional + biologisch: $6 \% = 0,06$

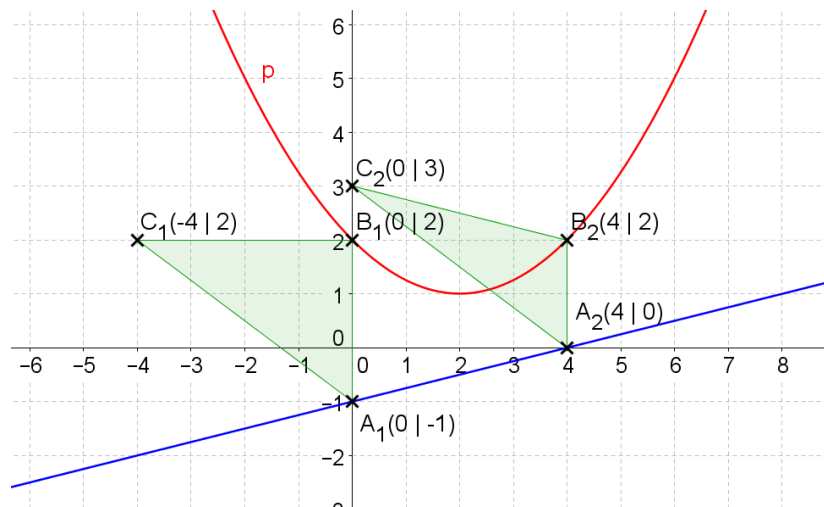
Also: $p(R) \cdot 0,2 = 0,06 \quad | :0,2$
 $\Leftrightarrow p(R) = 0,3 \text{ (30 \%)}$

B 1.3

$15000 \cdot 0,06 = 900$

Aufgabe B2 - mit Taschenrechner

B 2.1



$$p: y = 0,25x^2 - x + 2 \quad g: y = 0,25x - 1$$

B 2.2

$$|\overline{A_n B_n}|^2 = \sqrt{(x - x)^2 + (0,25x^2 - x + 2 - (0,25x - 1))^2} \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow |\overline{A_n B_n}|^2 = \sqrt{(0,25x^2 - x + 2 - 0,25x + 1)^2} \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow |\overline{A_n B_n}| = (0,25x^2 - 1,25x + 3) \text{ cm}$$

B 2.3

$$|\overline{A_n C_n}|^2 = \sqrt{(-4)^2 + (3)^2} \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow |\overline{A_n C_n}| = 5 \text{ cm}$$

Damit suchen wir jetzt die beiden Strecken aus B 2.2 mit genau dieser Länge:

$$0,25x^2 - 1,25x + 3 = 5$$

$$\Leftrightarrow 0,25x^2 - 1,25x - 2 = 0$$

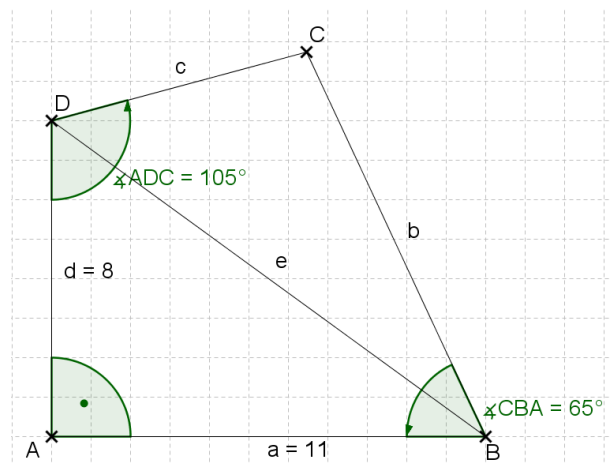
$$x_{1/2} = \frac{1,25 \pm \sqrt{(-1,25)^2 - 4 \cdot 0,25 \cdot (-2)}}{2 \cdot 0,25}$$

$$\Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{1,25 \pm \sqrt{3,5625}}{0,5}$$

$$\Rightarrow x_1 = 6,27 \wedge x_2 = -1,27 \quad L = \{-1,27; 6,27\}$$

Aufgabe B3 - mit Taschenrechner

B 3.1



$$\sphericalangle DCB = 360^\circ - 90^\circ - 65^\circ - 105^\circ = 100^\circ$$

Pythagoras im Dreieck ABD:

$$|\overline{BD}|^2 = |\overline{AB}|^2 + |\overline{AD}|^2$$

$$\Leftrightarrow |\overline{BD}|^2 = (11 \text{ cm})^2 + (8 \text{ cm})^2 = 185 \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow |\overline{BD}| = 13,60 \text{ cm}$$

B 3.2

Wir brauchen die Winkel des oberen Dreiecks bei B und D!

$$\tan \sphericalangle DBA = \frac{|\overline{AD}|}{|\overline{AB}|} = \frac{8 \text{ cm}}{11 \text{ cm}} = 0,73 \Rightarrow \sphericalangle DBA = 36,03^\circ$$

$$\text{Damit ist } \sphericalangle ADB = 180^\circ - 90^\circ - 36,03^\circ = 53,97^\circ$$

Und jetzt die Winkel oben, einfach mal beide „auf Vorrat“:

$$\sphericalangle CBD = 65^\circ - 36,03^\circ = 28,97^\circ \quad \sphericalangle BDC = 105^\circ - 53,97^\circ = 51,03^\circ$$

$$\sphericalangle DCB = 180^\circ - 28,97^\circ - 51,03^\circ = 100^\circ$$

Damit kennen wir im oberen Dreieck eine Strecke und alle Winkel. Zeit für den doppelten Sinus-Satz:

$$\frac{|\overline{CD}|}{\sin \sphericalangle CBD} = \frac{|\overline{BD}|}{\sin \sphericalangle DCB}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{CD}| = \frac{|\overline{BD}| \cdot \sin \sphericalangle CBD}{\sin \sphericalangle DCB} = \frac{13,60 \text{ cm} \cdot \sin 28,97^\circ}{\sin 100^\circ} = 6,69 \text{ cm}$$

$$\frac{|\overline{BC}|}{\sin \sphericalangle BDC} = \frac{|\overline{BD}|}{\sin \sphericalangle DCB}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{BC}| = \frac{|\overline{BD}| \cdot \sin \sphericalangle BDC}{\sin \sphericalangle DCB} = \frac{13,60 \text{ cm} \cdot \sin 51,03^\circ}{\sin 100^\circ} = 10,74 \text{ cm}$$

B 3.3

$$A_{ABD} = 0,5 \cdot |\overline{AB}| \cdot |\overline{AD}| = 0,5 \cdot 11 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 44 \text{ cm}^2$$

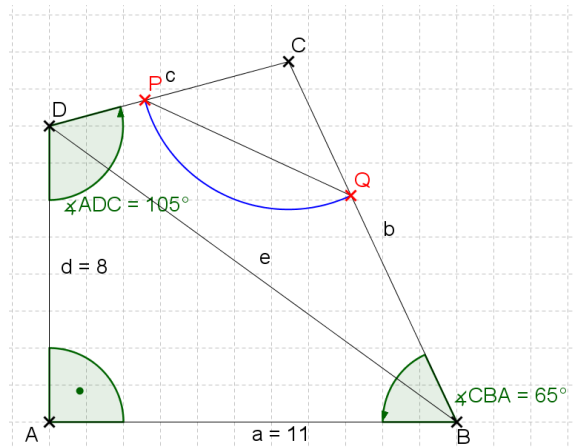
$$A_{BCD} = 0,5 \cdot \sin \sphericalangle DCB \cdot |\overline{CD}| \cdot |\overline{BC}|$$

$$\Leftrightarrow A_{BCD} = 0,5 \cdot \sin 100^\circ \cdot 6,69 \text{ cm} \cdot 10,74 \text{ cm} = 35,38 \text{ cm}^2$$

$$\text{Also: } A_{ABCD} = 44 \text{ cm}^2 + 35,38 \text{ cm}^2 = 79,38 \text{ cm}^2$$

[kleine Abweichung, Aufgabensteller hat das obere Dreieck mit anderen Strecken gerechnet]

B 3.4



B 3.5

$$b = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot \frac{\sphericalangle DCB}{360^\circ} = 2 \cdot 4 \text{ cm} \cdot \pi \cdot \frac{100^\circ}{360^\circ} = 6,98 \text{ cm}$$

Die fehlende Strecke gönnt uns der Kosinussatz:

$$|\overline{PQ}|^2 = r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot \cos \sphericalangle DCB$$

$$\Leftrightarrow |\overline{PQ}|^2 = (4 \text{ cm})^2 + (4 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot \cos 100^\circ$$

$$\Leftrightarrow |\overline{PQ}|^2 = 37,56 \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow |\overline{PQ}| = 6,13 \text{ cm}$$

Damit ist der gesuchte Umfang $u = 6,98 \text{ cm} + 6,13 \text{ cm} = 13,11 \text{ cm}$

B 3.6

$$A_{\text{Figur}} = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{\sphericalangle DCB}{360^\circ} - 0,5 \cdot \sin \sphericalangle DCB \cdot r \cdot r$$

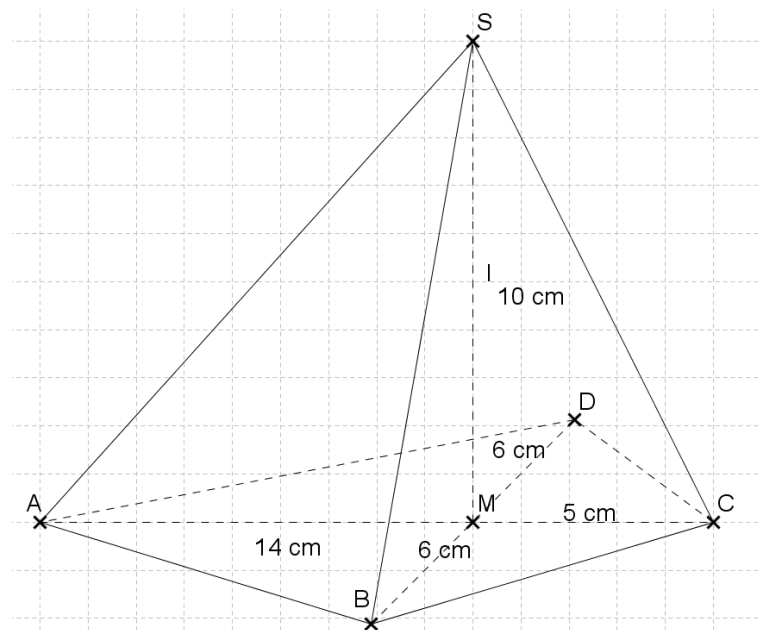
$$\Leftrightarrow A_{\text{Figur}} = (4 \text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot \frac{100^\circ}{360^\circ} - 0,5 \cdot \sin 100^\circ \cdot 4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow A_{\text{Figur}} = 6,08 \text{ cm}^2$$

$$\frac{6,08 \text{ cm}^2 \cdot 100 \%}{79,37 \text{ cm}^2} = 7,66 \%$$

Aufgabe B4 - mit Taschenrechner

B 4.1



Pythagoras im Dreieck MCS:

$$|\overline{CS}|^2 = |\overline{MC}|^2 + |\overline{MS}|^2$$

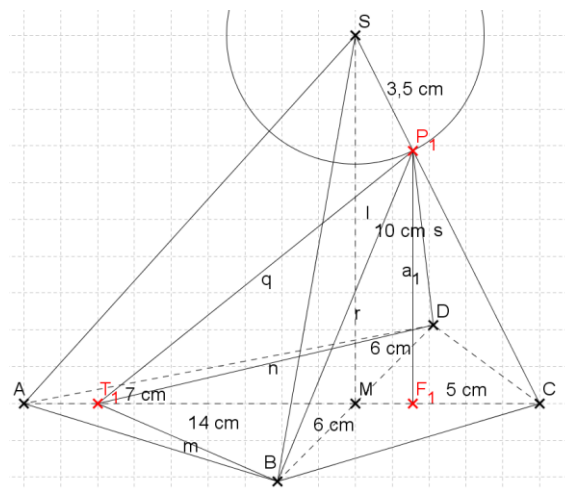
$$\Leftrightarrow |\overline{CS}|^2 = (5 \text{ cm})^2 + (10 \text{ cm})^2 = 125 \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow |\overline{CS}| = 11,18 \text{ cm}$$

Wir bleiben im gleichen Dreieck:

$$\tan \sphericalangle SCA = \frac{|\overline{MS}|}{|\overline{MC}|} = \frac{10 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = 2 \Rightarrow \sphericalangle SCA = 63,43^\circ$$

B 4.2



$$|\overline{CP_1}| = 11,18 \text{ cm} - 3,5 \text{ cm} = 7,68 \text{ cm} \quad |\overline{CT_1}| = 5 \text{ cm} + 7 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$

$$\sphericalangle SCA = 63,43^\circ$$

Wir kennen also im Dreieck T_1CP_1 zwei Seiten und ihren eingeschlossenen Winkel. Klarer Fall für den Kosinussatz:

$$|\overline{P_1T_1}|^2 = |\overline{CT_1}|^2 + |\overline{CP_1}|^2 - 2 \cdot |\overline{CT_1}| \cdot |\overline{CP_1}| \cdot \cos \sphericalangle SCA$$

$$\Leftrightarrow |\overline{P_1T_1}|^2 = (12 \text{ cm})^2 + (7,68 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 12 \text{ cm} \cdot 7,68 \text{ cm} \cdot \cos \sphericalangle 63,43^\circ$$

$$\Leftrightarrow |\overline{P_1T_1}|^2 = 120,54 \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow |\overline{P_1T_1}| = 10,98 \text{ cm}$$

B 4.3

$$V_{\text{alles}} = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$$

$$\Leftrightarrow V_{\text{alles}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot |\overline{AC}| \cdot |\overline{BD}| \cdot |\overline{MS}|$$

$$\Leftrightarrow V_{\text{alles}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 14 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 280 \text{ cm}^3$$

$$\sin \sphericalangle SCA = \frac{|\overline{F_1P_1}|}{|\overline{CP_1}|}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{F_1P_1}| = \sin 63,43^\circ \cdot 7,68 \text{ cm} = 6,87 \text{ cm}$$

$$V_{\text{klein}} = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$$

$$\Leftrightarrow V_{\text{klein}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot |\overline{CT_1}| \cdot |\overline{BD}| \cdot |\overline{F_1P_1}|$$

$$\Leftrightarrow V_{\text{klein}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} \cdot 6,87 \text{ cm} = 164,88 \text{ cm}^3$$

Achtung: Die Frage ist „um wie viel kleiner“!

$$\frac{164,88 \text{ cm}^3 \cdot 100 \%}{280 \text{ cm}^3} = 58,89 \% \quad \text{Also: } 100 \% - 58,89 \% = 41,11 \%$$

B 4.4

Schreiben wir mal die beiden Strecken, die im Spiel sind, allgemein auf:

$$|\overline{CP_n}| = 11,18 \text{ cm} - 0,5x \quad |\overline{CT_n}| = 5 \text{ cm} + x$$

Und die müssen jetzt gleich lang sein...

$$\text{Also: } 11,18 \text{ cm} - 0,5x = 5 + x$$

$$\Leftrightarrow 6,18 = 1,5x$$

$$\Leftrightarrow x = 4,12$$

B 4.5

Gehen wir ins Dreieck BDT_3 :

Wenn der Winkel bei T_3 das Maß 90° haben soll, dann haben beide Winkel bei B und D jeweils 45° . Also sind wir nur noch einen Tangens vom Ende der AP entfernt! Gehen wir ins Dreieck BMT_3 , das bei M einen rechten Winkel hat:

$$\tan \sphericalangle DBT_3 = \frac{|\overline{MT_3}|}{|\overline{BM}|}$$

$$\Leftrightarrow |\overline{MT_3}| = \tan \sphericalangle DBT_3 \cdot |\overline{BM}| = \tan 45^\circ \cdot 6 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

Damit ist das gesuchte $x = 6$.