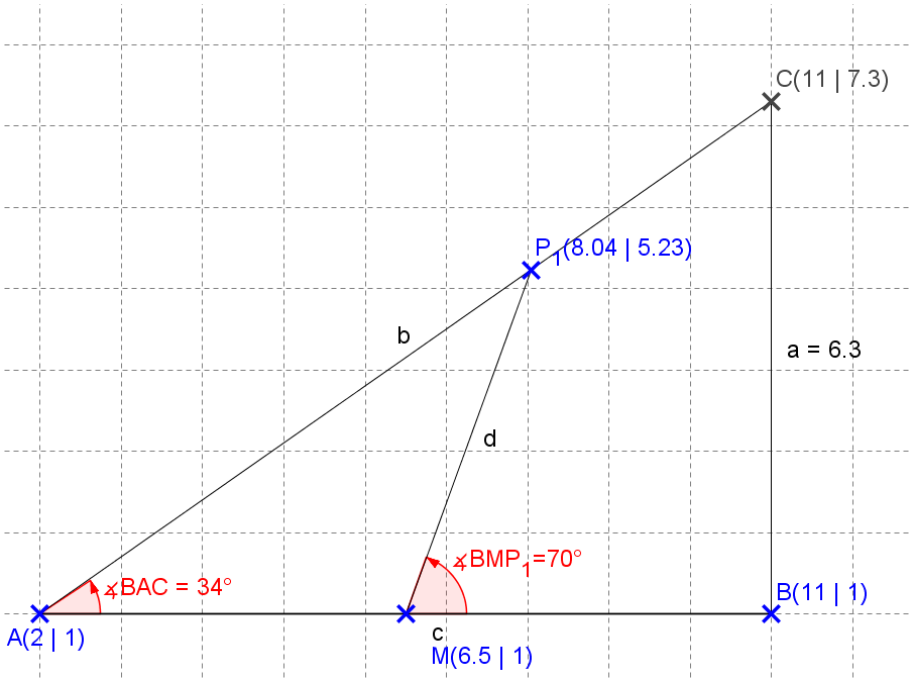
Abschlussprüfung 2020
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II Nachtermin
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 27.02.2023

Aufgabe A1
A 1.1



$$\cos \sphericalangle BAC = \frac{c}{b}$$

$$\Leftrightarrow \; b = \frac{c}{\cos \sphericalangle BAC} = \frac{9 \text{ cm}}{\cos 34°} = 10{,}86 \text{ cm}$$

Dreieck AMP_1:
$\sphericalangle AP_1M = 180° - 34° - (180° - 70°) = 36°$

Sinus-Satz:

$$\frac{\overline{AP_1}}{\sin \sphericalangle AMP_1} = \frac{\overline{AM}}{\sin \sphericalangle AP_1M}$$

$$\Leftrightarrow \; \overline{AP_1} = \frac{\overline{AM} \cdot \sin \sphericalangle AMP_1}{\sin \sphericalangle AP_1M} = \frac{4{,}5 \text{ cm} \cdot \sin 110°}{\sin 36°} = 7{,}19 \text{ cm}$$

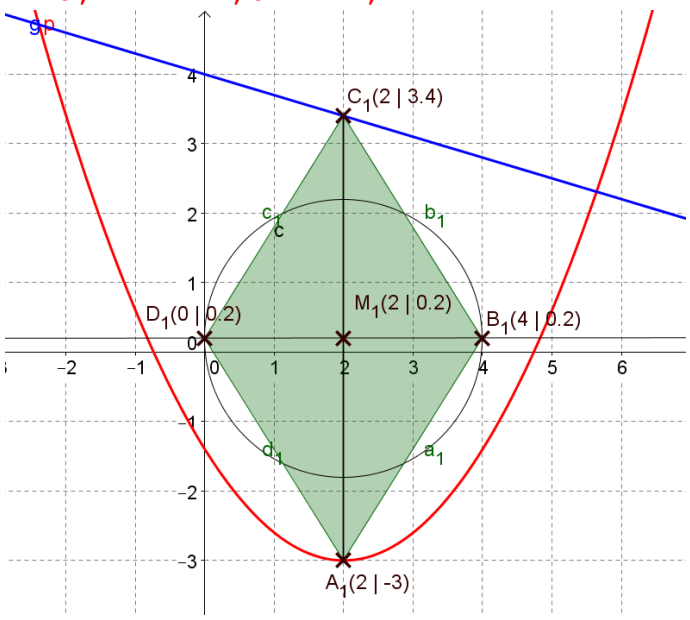
A 1.2
Die Winkel bei B und C sind im Viereck $MBCP_n$ immer gleich groß.
Daher gilt für die Summe der Winkel aus der Angabe:
$\sphericalangle BMP_n + \sphericalangle MP_nC = 360° - \sphericalangle CBA - \sphericalangle ACB$

$\sphericalangle ACB = 180° - 90° - 34° = 56°$
Also: $\sphericalangle BMP_n + \sphericalangle MP_nC = 360° - 90° - 56° = 214°$

Aufgabe A2
A 2.1 und 2.2
$y = 0{,}4x^2 + bx + c$ mit $S(2|-3)$

$$y = 0{,}4(x-2)^2 - 3$$
$$\Leftrightarrow\ y = 0{,}4(x^2 - 4x + 4) - 3$$
$$\Leftrightarrow\ y = 0{,}4x^2 - 1{,}6x + 1{,}6 - 3$$
$$\Leftrightarrow\ y = 0{,}4x^2 - 1{,}6x - 1{,}4$$

Damit ist **p: $y = 0{,}4x^2 - 1{,}6x - 1{,}4$**



A 2.3
Immer gleich: Diagonale $\overline{B_nD_n} = 4$ LE

Es fehlt also nur $\overline{A_nC_n}$

$$\overline{A_nC_n}(x) = \sqrt{(x-x)^2 + (-0{,}3x + 4 - (0{,}4x^2 - 1{,}6x - 1{,}4))^2}\ \text{LE}$$
$$\Leftrightarrow\ \overline{A_nC_n}(x) = \sqrt{(-0{,}3x + 4 - 0{,}4x^2 + 1{,}6x + 1{,}4)^2}\ \text{LE}$$
$$\Leftrightarrow\ \overline{A_nC_n}(x) = (-0{,}4x^2 + 1{,}3x + 5{,}4)\ \text{LE}$$

$$A(x) = 0{,}5 \cdot \overline{B_nD_n} \cdot \overline{A_nC_n}$$
$$\Leftrightarrow\ A(x) = 0{,}5 \cdot 4\ \text{LE} \cdot (-0{,}4x^2 + 1{,}3x + 5{,}4)\ \text{LE}$$
$$\Leftrightarrow\ A(x) = (-0{,}8x^2 + 2{,}6x + 10{,}8)\ \text{FE}$$

Zu zeigen: Es gibt keine Raute mit 15 FE. Zwei Möglichkeiten:
- Lösungsformel, Diskriminante kleiner 0
- A(max) berechnen, und das sollte kleiner als 15 FE sein

$$(-0{,}8x^2 + 2{,}6x + 10{,}8)\ \text{FE} = 15\ \text{FE}$$
$$\Leftrightarrow\ -0{,}8x^2 + 2{,}6x - 4{,}2 = 0$$
$$x_{1/2} = \frac{-2{,}6 \pm \sqrt{2{,}6^2 - 4 \cdot (-0{,}8) \cdot (-4{,}2)}}{2 \cdot (-0{,}8)} = \frac{-2{,}6 \pm \sqrt{-6{,}68}}{-1{,}6}$$
$\Rightarrow$ $D < 0$ und damit keine Lösung!

A 2.4
Ein Quadrat entsteht genau dann, wenn beide Diagonalen die gleiche Länge haben, also 4 LE.

Also schon wieder die Lösungsformel:

$$(-0{,}4x^2 + 1{,}3x + 5{,}4)\ \text{LE} = 4\ \text{LE}$$
$$\Leftrightarrow\ -0{,}4x^2 + 1{,}3x + 1{,}4 = 0$$
$$x_{1/2} = \frac{-1{,}3 \pm \sqrt{1{,}3^2 - 4 \cdot (-0{,}4) \cdot 1{,}4}}{2 \cdot (-0{,}4)} = \frac{-1{,}3 \pm \sqrt{3{,}93}}{-0{,}8}$$

$\Rightarrow x_1 = -0{,}85$ und $x_2 = 4{,}10$ $\quad \mathbb{L} = \{-0{,}85;\ 4{,}10\}$

Und damit ist die x-Koordinate von
B_2: $-0{,}85 + 2 = 1{,}15$ und B_3: $4{,}10 + 2 = 6{,}10$

Aufgabe A3
A 3.1

$$V_{KegelADE} = \frac{1}{3} \cdot \overline{ED}^2 \cdot \overline{AE} \cdot \pi$$
$$\Leftrightarrow\ 134\ \text{cm}^3 = \frac{1}{3} \cdot (4\ \text{cm})^2 \cdot \overline{AE} \cdot \pi$$
$$\Leftrightarrow\ \overline{AE} = \frac{134\ \text{cm}^3}{\frac{1}{3} \cdot (4\ \text{cm})^2 \cdot \pi} = 8{,}00\ \text{cm}$$

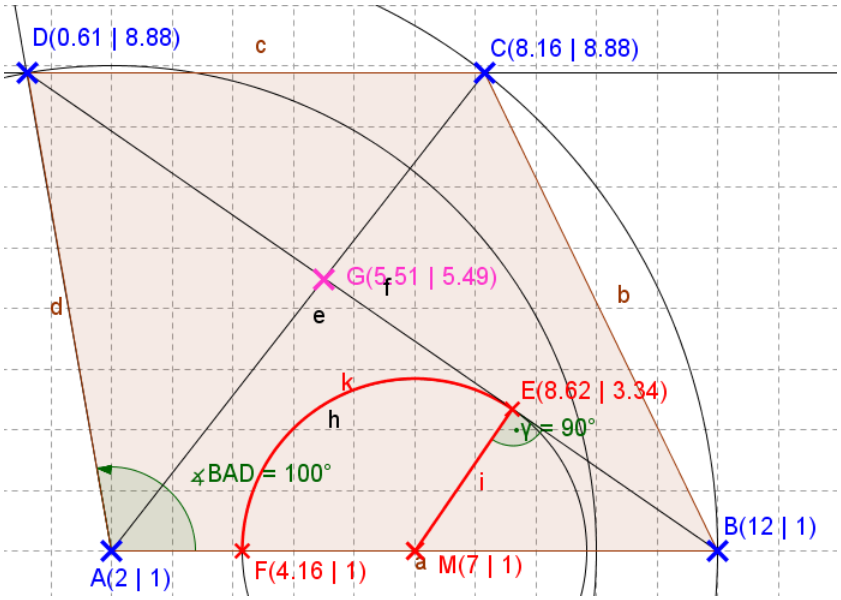
A 3.2
$\overline{AF} = 0{,}75 \cdot \overline{AE} = 0{,}75 \cdot 8\ \text{cm} = 6\ \text{cm}$

Vierstreckensatz:
$$\frac{\overline{FC}}{\overline{ED}} = \frac{\overline{AF}}{\overline{AE}}$$
$$\Leftrightarrow\ \overline{FC} = \frac{\overline{AF} \cdot \overline{ED}}{\overline{AE}}$$
$$\Leftrightarrow\ \overline{FC} = \frac{6\ \text{cm} \cdot 4\ \text{cm}}{8\ \text{cm}} = 3{,}00\ \text{cm}$$

$$V_{alles} = V_{KegelABF} + V_{KegelstumpfFCDE}$$
$$\Leftrightarrow\ V = \frac{1}{3} \cdot \overline{BF}^2 \cdot \overline{AF} \cdot \pi + V_{ADE} - V_{ACF}$$
$$\Leftrightarrow\ V = \frac{1}{3} \cdot \overline{BF}^2 \cdot \overline{AF} \cdot \pi + 134\ \text{cm}^3 - \frac{1}{3} \cdot \overline{FC}^2 \cdot \overline{AF} \cdot \pi$$
$$\Leftrightarrow\ V = \left(\frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 6 \cdot \pi + 134\ \text{cm}^3 - \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 6 \cdot \pi\right)\ \text{cm}^3$$
$$\Leftrightarrow\ V = 479{,}58\ \text{cm}^3$$

Aufgabe B1

B 1.1



Kosinus-Satz im Dreieck ABD:

$$\overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AD} \cdot \cos \sphericalangle BAD$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD}^2 = (10\ \text{cm})^2 + (8\ \text{cm})^2 - 2 \cdot 10\ \text{cm} \cdot 8\ \text{cm} \cdot \cos 100°$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 191{,}78\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD} = 13{,}85\ \text{cm}$$

Sinus-Satz im Dreieck ABD:

$$\frac{\sin \sphericalangle DBA}{\overline{AD}} = \frac{\sin \sphericalangle BAD}{\overline{BD}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle DBA = \frac{\overline{AD} \cdot \sin \sphericalangle BAD}{\overline{BD}} = \frac{8\ \text{cm} \cdot \sin 100°}{13{,}85\ \text{cm}} = 0{,}57$$

$$\Rightarrow \sphericalangle DBA = 34{,}67° \qquad \mathbb{L} = \{34{,}67°\}$$

B 1.2

$\sphericalangle ADC = 180° - 100° = 80°$ (Z-Winkel)

Sinus-Satz im Dreieck ABD:

$$\frac{\sin \sphericalangle DCA}{\overline{AD}} = \frac{\sin \sphericalangle ADC}{\overline{AC}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle DCA = \frac{\overline{AD} \cdot \sin \sphericalangle ADC}{\overline{AC}} = \frac{8\ cm \cdot \sin 80°}{10\ cm} = 0{,}79$$

$\Rightarrow \sphericalangle DCA = 51{,}98°$ $\qquad \mathbb{L} = \{51{,}98°\}$

$\sphericalangle DCA = \sphericalangle BAC$ da wie oben Z-Winkel

B 1.3

$\sphericalangle CAD = 100° - 51{,}98° = 48{,}02°$

$A = A_{ABC} + A_{ACD}$

$A = 0{,}5 \cdot \sin \sphericalangle BAC \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} + 0{,}5 \cdot \sin \sphericalangle CAD \cdot \overline{AD} \cdot \overline{AC}$

$A = 0{,}5 \cdot \sin 51{,}98° \cdot 10\ cm \cdot 10\ cm + 0{,}5 \cdot \sin 48{,}02° \cdot 8\ cm \cdot 10\ cm$

$A = 69{,}12\ cm^2$

B 1.4 und B 1.5

Dreieck MBE:

$$\sin \sphericalangle DBA = \frac{\overline{ME}}{\overline{MB}}$$

$\overline{ME} = \sin \sphericalangle DBA \cdot \overline{MB} = \sin 34{,}67° \cdot 5\ cm = 2{,}84\ cm$

$\sphericalangle BME = 180° - 34{,}67° - 90° = 55{,}33°$

$\sphericalangle EMA = 180° - 55{,}33° = 124{,}67°$

$A = A_{Sektor} + A_{MBE}$

$$A = \overline{ME}^2 \cdot \pi \cdot \frac{124{,}67°}{360°} + 0{,}5 \cdot \sin \sphericalangle BME \cdot \overline{MB} \cdot \overline{ME}$$

$$A = (2{,}84\ cm)^2 \cdot \pi \cdot \frac{124{,}67°}{360°} + 0{,}5 \cdot \sin 55{,}33° \cdot 5\ cm \cdot 2{,}84\ cm$$

$A = 14{,}61\ cm^2$

$$\frac{14{,}61\ cm^2 \cdot 100\ \%}{69{,}12\ cm^2} = 21{,}14\ \%$$

B 1.6

$\sphericalangle CGD = \sphericalangle AGB$

Dreieck ABG:

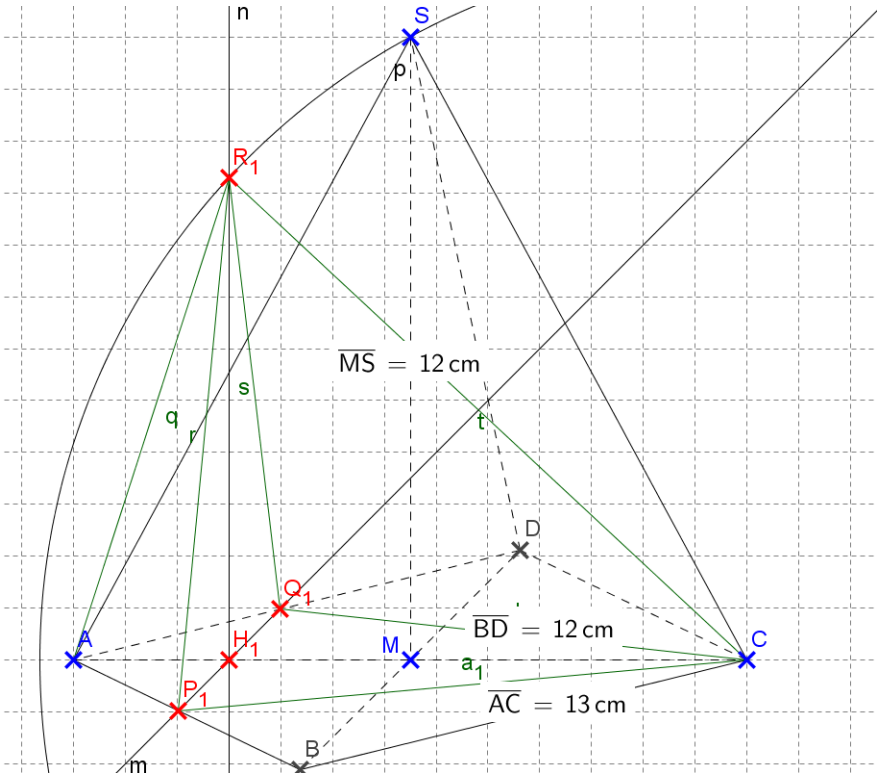
$\sphericalangle AGB = 180° - 51{,}98° - 34{,}67° = 93{,}35°$

Damit ist $\sphericalangle CGD = 93{,}35°$

Der Abstand ist immer der kürzeste Weg. Da $\sphericalangle CGD > 90°$ muss auch die entsprechende Strecke länger sein als der Abstand.

Aufgabe B2

B 2.1 und B 2.2



Pythagoras im Dreieck MCS:

$$\overline{CS}^2 = \overline{MC}^2 + \overline{MS}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CS}^2 = (6{,}5\ \text{cm})^2 + (12\ \text{cm})^2 = 186{,}25\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CS} = 13{,}65\ \text{cm}$$

$$\tan \sphericalangle SCA = \frac{\overline{MS}}{\overline{MC}} = \frac{12\ \text{cm}}{6{,}5\ \text{cm}} = 1{,}85$$

$$\Rightarrow \sphericalangle SCA = 61{,}56°$$

B 2.3

Vierstreckensatz im Bereich ABD:

$$\frac{\overline{P_1Q_1}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{AH_1}}{\overline{AM}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{P_1Q_1} = \frac{\overline{AH_1} \cdot \overline{BD}}{\overline{AM}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{P_1Q_1} = \frac{3\ \text{cm} \cdot 12\ \text{cm}}{6{,}5\ \text{cm}} = 5{,}54\ \text{cm}$$

Pythagoras im Dreieck H_1CR_1:

$$\overline{CR_1}^2 = \overline{CH_1}^2 + \overline{H_1R_1}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{H_1R_1}^2 = (13{,}65\text{ cm})^2 - (10\text{ cm})^2 = 86{,}32\text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{H_1R_1} = 9{,}29\text{ cm}$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{P_1Q_1} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{H_1R_1}$$

$$\Leftrightarrow V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5{,}54\text{ cm} \cdot 13\text{ cm} \cdot 9{,}29\text{ cm} = 111{,}51\text{ cm}^3$$

$$V_{ABCDS} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{MS}$$

$$\Leftrightarrow V_{ABCDS} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 13\text{ cm} \cdot 12\text{ cm} \cdot 12\text{ cm} = 312\text{ cm}^3$$

$$\frac{111{,}51\text{ cm}^2 \cdot 100\ \%}{312\text{ cm}^2} = 35{,}74\ \%$$

B 2.4

Pythagoras im Dreieck CR_2Q_2:

$$\overline{CR_2}^2 = \overline{CH_2}^2 + \overline{H_2R_2}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CH_2}^2 = \overline{CR_2}^2 - \overline{H_2R_2}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CH_2}^2 = (13{,}65\text{ cm})^2 - (6\text{ cm})^2 = 150{,}3225\text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CH_2} = 12{,}26\text{ cm}$$

Damit ist $x = \overline{AC} - \overline{CH_2} = 13\text{ cm} - 12{,}26\text{ cm} = 0{,}74\text{ (cm)}$

B 2.5

Im Prinzip das Gleiche nochmal, nur nach der Höhe auflösen.

Pythagoras im Dreieck CR_nQ_n:

MZG

$$\overline{CR_n}^2 = \overline{CH_n}^2 + \overline{H_nR_n}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{H_nR_n}^2 = \overline{CR_n}^2 - \overline{CH_n}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{H_nR_n}^2 = 13{,}65^2 - (13 - x)^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{H_nR_n}^2 = 186{,}32 - (169 - 26x + x^2)$$

$$\Leftrightarrow \overline{H_nR_n}^2 = 186{,}32 - 169 + 26x - x^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{H_nR_n}^2 = -x^2 + 26x + 17{,}32$$

$$\Leftrightarrow \overline{H_nR_n} = \sqrt{-x^2 + 26x + 17{,}32}$$

Also: $\overline{H_nR_n}(x) = \sqrt{-x^2 + 26x + 17{,}32}\text{ cm}$

B 2.6
Wir nehmen mal an, dass es den Winkel gibt und berechnen dann den entsprechenden Wert für x und schauen mal, was passiert ;-)

$$\cos \sphericalangle R_3CA = \frac{\overline{CH_3}}{\overline{CR_3}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CH_3} = \cos \sphericalangle R_3CA \cdot \overline{CR_3} = \cos 15° \cdot 13{,}65 \text{ cm} = 13{,}18 \text{ cm}$$

Und damit sind wir schon am Ende, da $\overline{AC}$ = 13 cm und somit für $\overline{CR_3}$ = 13,18 cm gar kein Platz ist ;-)