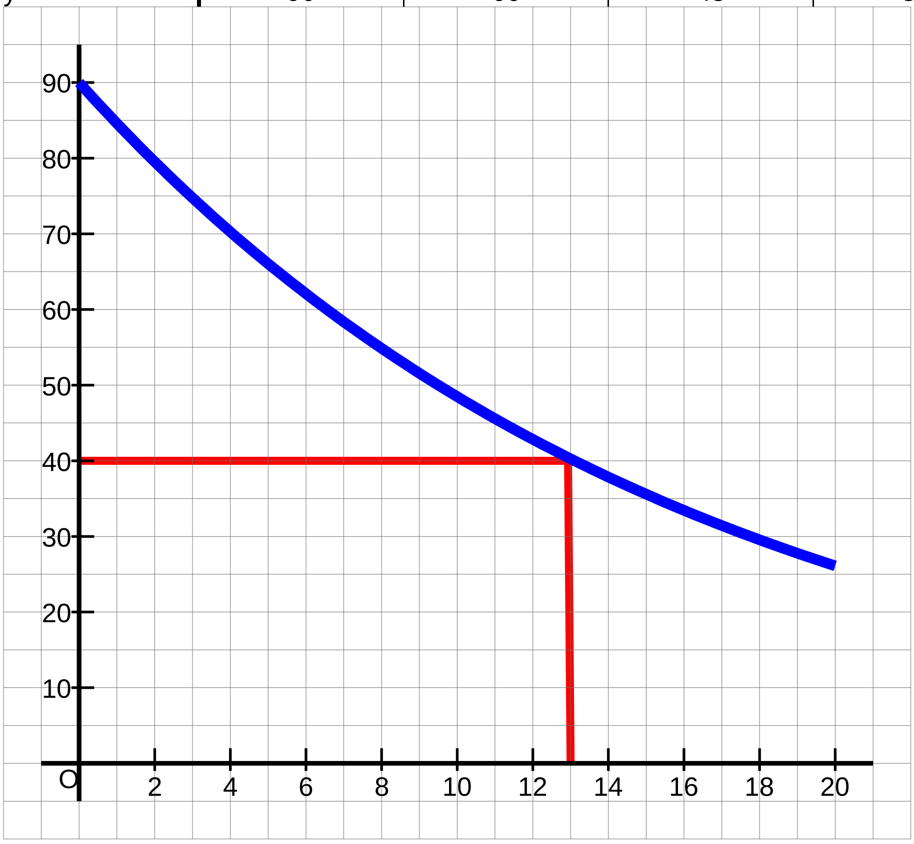
Abschlussprüfung 2017
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II Haupttermin
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 09.11.2023

Aufgabe A1

A 1.1

x	0	5	10	15	20
y	90	66	48	36	26



A 1.2

1,00 – 0,94 = 0,06 Also um 6 %.

A 1.3

Nach 13 Minuten.

Zweig I:

$$40 = 90 \cdot 0{,}94^x$$

$$\Leftrightarrow \frac{40}{90} = 0{,}94^x$$

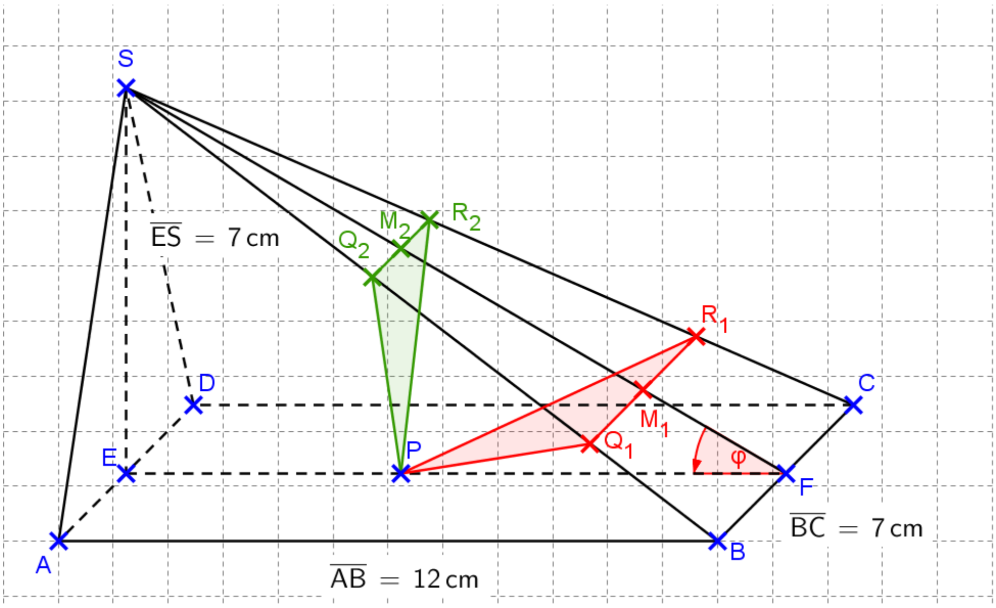
$$\Leftrightarrow x = \log_{0{,}94}\frac{40}{90} = 13{,}11 \quad \mathbb{L}=\{13{,}11\}$$

A 1.4

$0{,}94^6 = 0{,}69$

1,00 – 0,69 = 0,31 Also um 31 %.

Aufgabe A2



A 2.1 und 2.2

$$\tan \varphi = \frac{\overline{ES}}{\overline{EF}} = \frac{7\ cm}{12\ cm} \Rightarrow \varphi = 30{,}26°$$

$$\overline{SF}^2 = \overline{ES}^2 + \overline{EF}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{SF}^2 = (7\ cm)^2 + (12\ cm)^2 = 193\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{SF} = 13{,}89\ cm$$

A 2.3
Im Dreieck PFM_2 entsteht bei P ein rechter Winkel.
Somit gilt in diesem Dreieck:

$$\cos \varphi = \frac{\overline{PF}}{\overline{FM_2}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{FM_2} = \frac{\overline{PF}}{\cos \varphi} = \frac{7\ cm}{\cos 30{,}26°} = 8{,}10\ cm \text{ und damit } x = 8{,}10\ cm$$

Vierstreckensatz im Dreieck SBC:

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{R_2Q_2}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{SM_2}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{R_2Q_2} = \frac{\overline{BC} \cdot \overline{SM_2}}{\overline{FS}} = \frac{7\ cm \cdot (13{,}89\ cm - 8{,}10\ cm)}{13{,}89\ cm} = 2{,}92\ cm$$

A 2.4

$$V_{alles} = \frac{1}{3} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{ES}$$

$$\Leftrightarrow V_{alles} = \frac{1}{3} \cdot 12\text{ cm} \cdot 7\text{ cm} \cdot 7\text{ cm} = 196\text{ cm}^3$$

Dreieck PFM_2:

$$\tan\varphi = \frac{\overline{PM_2}}{\overline{PF}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{PM_2} = \tan\varphi \cdot \overline{PF} = \tan 30{,}26° \cdot 7\text{ cm} = 4{,}08\text{ cm}$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{R_2Q_2} \cdot \overline{PM_2} \cdot \overline{PF}$$

$$\Leftrightarrow V_{alles} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2{,}92\text{ cm} \cdot 4{,}08\text{ cm} \cdot 7\text{ cm} = 13{,}90\text{ cm}^3$$

$$\frac{13{,}90\text{ cm}^3 \cdot 100\ \%}{196\text{ cm}^3} = 7{,}09\ \%$$

Aufgabe A3

A 3.1

Aus der Angabe gilt: $\overline{BC} = \overline{BD} = 60\text{ cm}$

Sinus-Satz im Dreieck ABD:

$$\frac{\sin\sphericalangle ADB}{\overline{AB}} = \frac{\sin\sphericalangle BAD}{\overline{BD}}$$

$$\Leftrightarrow \sin\sphericalangle ADB = \frac{\sin\sphericalangle BAD \cdot \overline{AB}}{\overline{BD}} = \frac{\sin 120° \cdot 50\text{ cm}}{60\text{ cm}} = 0{,}72$$

$$\Rightarrow \sphericalangle ADB = 46{,}19°$$

Damit ist $\sphericalangle DBA = 180° - 46{,}19° - 120° = 13{,}8°$

Kosinus-Satz im gleichen Dreieck:

$$\overline{DA}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BD}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BD} \cdot \cos\sphericalangle DBA$$

$$\Leftrightarrow \overline{DA}^2 = (50\text{ cm})^2 + (60\text{ cm})^2 - 2 \cdot (50\text{ cm}) \cdot (60\text{ cm}) \cdot \cos 13{,}8°$$

$$\Leftrightarrow \overline{DA}^2 = 273{,}19\text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{DA} = 16{,}5\text{ cm}$$

A 3.2

$\sphericalangle CBD = 90° - 13{,}8° = 76{,}2°$

$$b = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\sphericalangle CBD}{360°} = 2 \cdot \pi \cdot 60\text{ cm} \cdot \frac{76{,}2°}{360°} = 79{,}8\text{ cm}$$

79,8 cm + 16,5 cm = 96,3 cm

96,3 cm : 30 cm/s = 3,21 s Damit braucht er 3,2 Sekunden.

Aufgabe B1

B 1.1 und 1.2 P(-3|0) Q(5|0)

I $0 = a \cdot (-3)^2 + 0,5 \cdot (-3) + c$

$0 = 9a - 1,5 + c$

$c = -9a + 1,5$

II $0 = a \cdot 5^2 + 0,5 \cdot 5 + c$

$0 = 25a + 2,5 + c$

$c = -25a - 2,5$

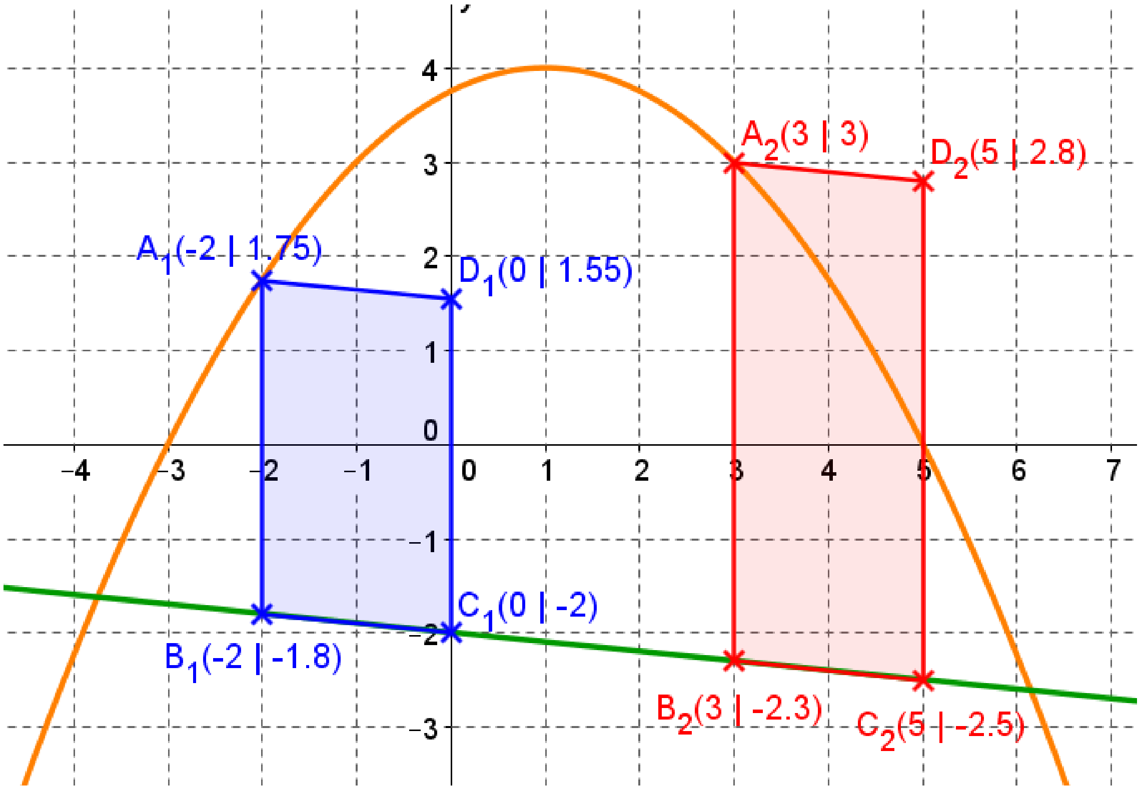
I = II $-9a + 1,5 = -25a - 2,5$

$16a = -4$

$a = -0,25$

a in I $c = -9 \cdot (-0,25) + 1,5 = 3,75$

Damit ist **p: $y = -0,25x^2 + 0,5x + 3,75$** (und **g: $y = -0,1x - 2$**)



B 1.3

$\overline{A_nB_n}(x) = \sqrt{(x - x)^2 + (-0,25x^2 + 0,5x + 3,75 - (-0,1x - 2))^2}$ LE

$\Leftrightarrow \overline{A_nB_n}(x) = \sqrt{(-0,25x^2 + 0,5x + 3,75 + 0,1x + 2)^2}$ LE

$\Leftrightarrow \overline{A_nB_n}(x) = (-0,25x^2 + 0,6x + 5,75)$ LE

B 1.4

Die Höhe „links nach rechts" beträgt nach Angabe immer 2 LE.
Damit muss $\overline{A_nB_n} = 6,5$ LE sein.

Also: $(-0{,}25x^2 + 0{,}6x + 5{,}75)$ LE = 6,5 LE

$\Leftrightarrow \quad -0{,}25x^2 + 0{,}6x - 0{,}75 = 0$

$D = 0{,}6^2 - 4 \cdot (-0{,}25) \cdot (-0{,}75)$

$\Leftrightarrow D = 0{,}36 - 0{,}75 = -0{,}39 \qquad \mathbb{L} = \emptyset$

Somit gibt es keine Lösung und damit kein Parallelogramm mit A = 13 FE, da D < 0.

B 1.5

$\overline{B_1C_1} = \sqrt{(0 - (-2))^2 + (-2 - (-1{,}8))^2}$ LE

$\Leftrightarrow \quad \overline{B_1C_1} = \sqrt{4 + 0{,}04}$ LE = 2,01 LE

Da die Gerade konstant fällt, gilt ebenso $\overline{B_nC_n} = 2{,}01$ LE

Um jetzt Rauten zu basteln, muss $\overline{A_nB_n}(x) = 2{,}01$ LE gelten.

$(-0{,}25x^2 + 0{,}6x + 5{,}75)$ LE = 2,01 LE

$\Leftrightarrow \quad -0{,}25x^2 + 0{,}6x + 3{,}74 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-0{,}6 \pm \sqrt{0{,}6^2 - 4 \cdot (-0{,}25) \cdot 3{,}74}}{2 \cdot (-0{,}25)} = \frac{-0{,}6 \pm \sqrt{4{,}1}}{-0{,}5}$$

$\Rightarrow x_1 = -2{,}85$ und $x_2 = 5{,}25 \qquad \mathbb{L} = \{-2{,}85; 5{,}25\}$

Damit ist $A_3(-2{,}85 \mid 0{,}29)$ und $A_4(5{,}25 \mid -0{,}52)$

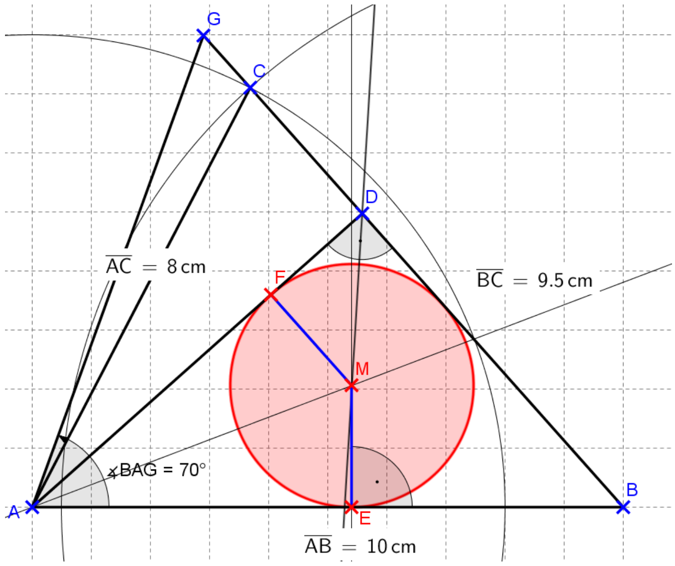
B 1.6

Alle Strecken $[A_nB_n]$ verlaufen senkrecht zur x-Achse bzw. parallel zur y-Achse. Da allerdings alle Strecken $[B_nC_n]$ auf einer fallenden Gerade liegen, kann bei B_n niemals ein rechter Winkel entstehen. Somit sind keine Rechtecke möglich.

Aufgabe B2

Bei dieser Aufgabe muss man sehr genau arbeiten!

B 2.1



B 2.2

Kosinus-Satz im Dreieck ABC:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BD}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BD} \cdot \cos \beta$$

$$\Leftrightarrow \cos \beta = \frac{\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2 - \overline{BD}^2}{-2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BD}}$$

$$\Leftrightarrow \cos \beta = \frac{(8\ \text{cm})^2 - (10\ \text{cm})^2 - (9{,}5\ \text{cm})^2}{-2 \cdot 10\ \text{cm} \cdot 9{,}5\ \text{cm}} = 0{,}66$$

$$\Rightarrow \beta = 48{,}36°$$

Dreieck ABD:

$$\varepsilon = 180° - 90° - 48{,}36° = 41{,}64°$$

$$\sin \beta = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AD} = \sin \beta \cdot \overline{AB} = \sin 48{,}36° \cdot 10\ \text{cm} = 7{,}47\ \text{cm}$$

B 2.3

Dreieck ABG:

$$\sphericalangle AGB = 180° - 70° - 48{,}36° = 61{,}64°$$

Sinus-Satz im Dreieck ABG:

$$\frac{\overline{BG}}{\sin \sphericalangle BAG} = \frac{\overline{AB}}{\sin \sphericalangle AGB}$$

$$\overline{BG} = \frac{\overline{AB} \cdot \sin \sphericalangle BAG}{\sin \sphericalangle AGB} = \frac{10\ \text{cm} \cdot \sin 70°}{\sin 61{,}64°} = 10{,}68\ \text{cm}$$

Damit ist $\overline{CG} = \overline{BG} - \overline{BC} = 10{,}68\ \text{cm} - 9{,}5\ \text{cm} = 1{,}18\ \text{cm}$

B 2.4
Siehe Zeichnung. Der Inkreismittelpunkt ist der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden.

B 2.5
[AM] und [BM] verlaufen jeweils auf der Winkelhalbierenden. Somit werden die Winkel bei A und B jeweils halbiert und es gilt mit den Werten aus B 2.2:

$\varphi = 180° - 41{,}64°° : 2 - 48{,}36 : 2 = 135°$

Dreieck ABM:

Sinus-Satz um $\overline{AM}$ zu berechnen, um dann im rechtwinkligen Dreieck AEM rechnen zu können:

$$\frac{\overline{AM}}{\sin \sphericalangle MBA} = \frac{\overline{AB}}{\sin \sphericalangle AMB}$$

$$\overline{AM} = \frac{\overline{AB} \cdot \sin \sphericalangle MBA}{\sin \sphericalangle AMB} = \frac{10\text{ cm} \cdot \sin(48{,}36° : 2)}{\sin 135°} = 5{,}79\text{ cm}$$

$$\sin \sphericalangle EAM = \frac{\overline{EM}}{\overline{AM}}$$

$$\Leftrightarrow r = \overline{EM} = \sin \sphericalangle EAM \cdot \overline{AM} = \sin(41{,}64° : 2) \cdot 5{,}79\text{ cm} = 2{,}06\text{ cm}$$

B 2.6
Dreieck AEM:

$$\tan \sphericalangle EAM = \frac{\overline{EM}}{\overline{AE}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AE} = \frac{\overline{EM}}{\tan \sphericalangle EAM} = \frac{2{,}06\text{ cm}}{\tan(41{,}64° : 2)} = 5{,}42\text{ cm}$$

$A_{AEM} = 0{,}5 \cdot 5{,}42\text{ cm} \cdot 2{,}06\text{ cm} = 5{,}58\text{ cm}^2$

Damit gilt für das Drachenviereck AEMF:
$A_{AEMF} = 2 \cdot 5{,}58\text{ cm}^2 = 11{,}16\text{ cm}^2$

Wir bleiben in dem Drachen:

$\sphericalangle FME = 360° - 90° - 90° - 41{,}64° = 138{,}36°$

$$A_{FEM} = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\sphericalangle FME}{360°} = \pi \cdot (2{,}06\text{ cm})^2 \cdot \frac{138{,}36°}{360°} = 5{,}12\text{ cm}^2$$

Damit gilt für $A_{AEF} = 11{,}16\text{ cm}^2 - 5{,}12\text{ cm}^2 = 6{,}04\text{ cm}^2$