

Abschlussprüfung 2015 an den Realschulen in Bayern

Aufgabe A1

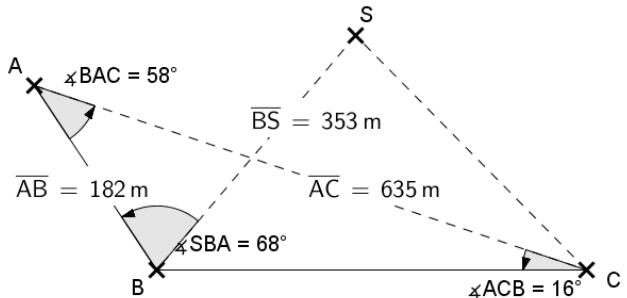
A 1.1

Sinus-Satz im Dreieck ABC:

$$\frac{\overline{BC}}{\sin \angle BAC} = \frac{\overline{AB}}{\sin \angle ACB}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\overline{BC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AB} \cdot \sin \angle BAC}{\sin \angle ACB}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\overline{BC}}{\overline{BC}} = \frac{182 \text{ m} \cdot \sin 58^\circ}{\sin 16^\circ} = 560 \text{ m}$$



A 1 . 2

Dreieck ABC:

$$\angle CBA = 180^\circ - 58^\circ - 16^\circ = 106^\circ \quad \angle CBS = 106^\circ - 68^\circ = 38^\circ *$$

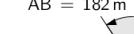
Kosinus-Satz im Dreieck BCS:

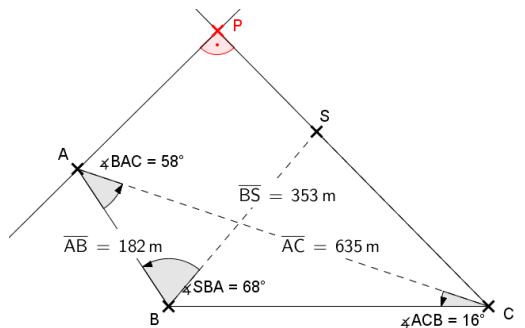
$$\begin{aligned} \overline{SC}^2 &= \overline{BC}^2 + \overline{BS}^2 - 2 \cdot \overline{BC} \cdot \overline{BS} \cdot \cos \angle CBS \\ \Leftrightarrow \overline{SC}^2 &= (560^2 + 353^2 - 2 \cdot 560 \cdot 353 \cdot \cos 38^\circ) \text{ m}^2 = 126661 \text{ m}^2 \\ \Leftrightarrow \overline{SC} &= 356 \text{ m} \end{aligned}$$

A 1.3

Durch die kleinste Entfernung (= Abstand) entsteht bei P ein rechter Winkel, so dass $\sin / \cos / \tan$ gelten müssen:

Sinus-Satz im Dreieck BCS:

$$\Leftrightarrow \sin \angle SCB = \frac{\sin \angle CBS \cdot \overline{BS}}{\overline{SC}} = \frac{\sin 38^\circ \cdot 353 \text{ m}}{356 \text{ m}} = 0,61$$




$\Leftrightarrow \text{SCB} = 37, 62^\circ$

$180^\circ - 37,62^\circ = 142,38^\circ$ nicht möglich wegen Innenwinkelsumme*

$$\text{ASCA} \equiv 37.62^\circ = 16^\circ \equiv 21.62^\circ$$

Dreieck ACP

$$\sin \alpha_{SCA} = \frac{\overline{AP}}{\overline{AC}}$$

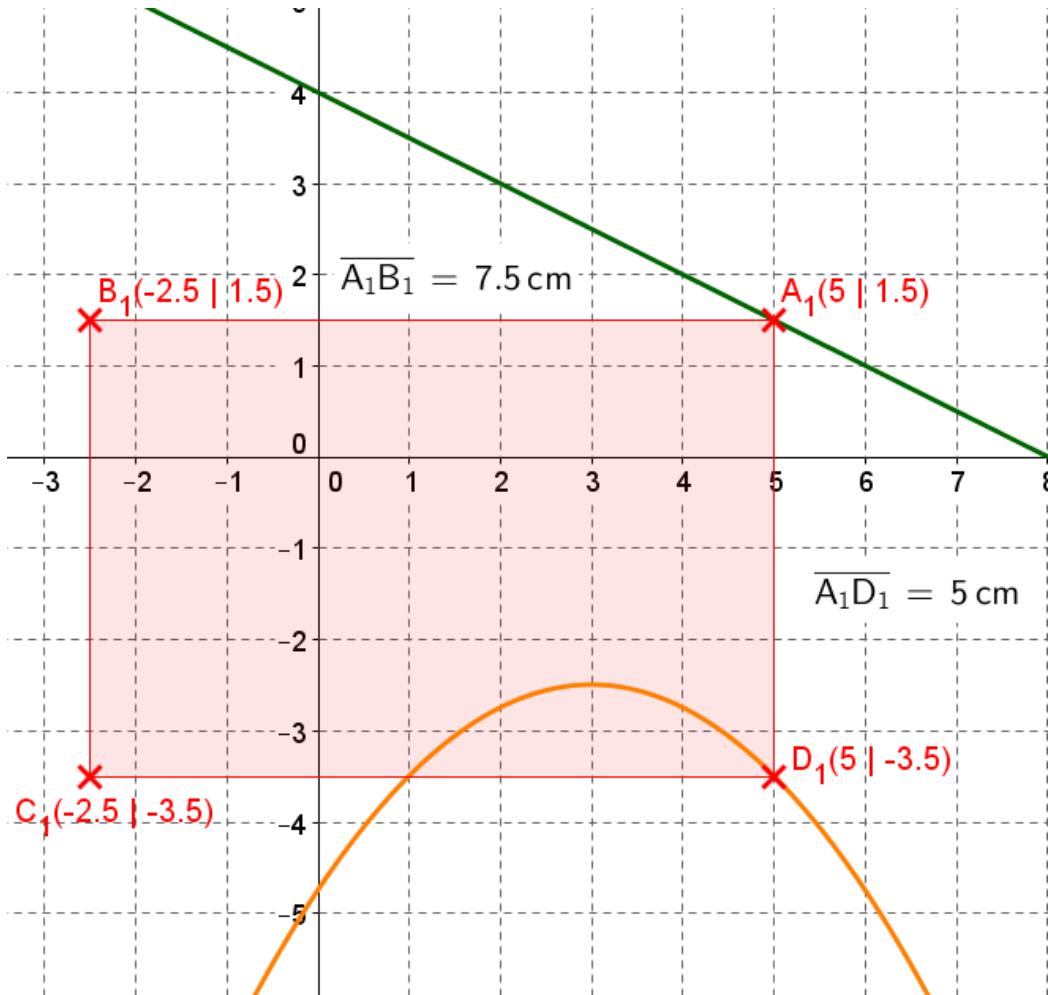
$$\Leftrightarrow \overline{AP} \equiv \sin \angle SCA : \overline{AC} \equiv \sin 21.62^\circ : 635 \text{ m} \equiv 234 \text{ m}$$

Aufgabe A2

A 2.1 und A 2.2

$$\begin{aligned} y &= -0,25(x - 3)^2 - 2,5 \\ \Leftrightarrow y &= -0,25(x^2 - 6x + 9) - 2,5 \\ \Leftrightarrow y &= -0,25x^2 + 1,5x - 4,75 \end{aligned}$$

$$g: y = -0,5x + 4$$



A 2.3

$$\begin{aligned} \overline{A_n D_n}(x) &= \sqrt{(x - 5)^2 + (-0,5x + 4 - (-0,25x^2 + 1,5x - 4,75))^2} \text{ LE} \\ \Leftrightarrow \overline{A_n D_n}(x) &= (-0,5x + 4 + 0,25x^2 - 1,5x + 4,75) \text{ LE} \\ \Leftrightarrow \overline{A_n D_n}(x) &= (0,25x^2 - 2x + 8,75) \text{ LE} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u(x) &= 2 \cdot (\overline{A_n D_n}(x) + \overline{A_n B_n}(x)) \text{ LE} \\ \Leftrightarrow u(x) &= 2 \cdot (\overline{A_n D_n}(x) + 1,5 \cdot \overline{A_n D_n}(x)) \text{ LE} \\ \Leftrightarrow u(x) &= 2 \cdot (0,25x^2 - 2x + 8,75 + 1,5 \cdot (0,25x^2 - 2x + 8,75)) \text{ LE} \\ \Leftrightarrow u(x) &= 2 \cdot (0,25x^2 - 2x + 8,75 + 0,375x^2 - 3x + 13,125) \text{ LE} \\ \Leftrightarrow u(x) &= (0,5x^2 - 4x + 17,5 + 0,75x^2 - 6x + 26,25) \text{ LE} \\ \Leftrightarrow u(x) &= (1,25x^2 - 10x + 43,75) \text{ LE} \end{aligned}$$

A 2.4

$$28,75 \text{ LE} = (1,25x^2 - 10x + 43,75) \text{ LE}$$

$$\Leftrightarrow 1,25x^2 - 10x + 15 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1,25 \cdot 15}}{2 \cdot 1,25} = \frac{10 \pm \sqrt{25}}{2,5}$$

$$x_1 = 6 \vee x_2 = 2 \quad L = \{2; 6\}$$

A 2.5

$$\overline{A_n D_n} = x \Rightarrow A = x \cdot 1,5x = 1,5x^2$$

$$\overline{A_n D_n} = 2x \Rightarrow A = 2x \cdot 1,5 \cdot 2x = 6x^2$$

Zunahme: $6 - 1,5 = 4,5$

$$\frac{4,5 \cdot 100 \%}{1,5} = 300 \%$$

Aufgabe A3

A 3.1

$$V_{\text{Zylinder}} = r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$\Leftrightarrow V_{\text{Zylinder}} = (0,5 \cdot \overline{AB})^2 \cdot \pi \cdot \overline{BC}$$

$$\Leftrightarrow V_{\text{Zylinder}} = (22,5^2 \cdot \pi \cdot 2) \text{ cm}^3 = 3180,86 \text{ cm}^3$$

A 3.2

$$\overline{NE} = 4,5 \text{ cm} \text{ (Radius)}$$

$$\overline{FE} = \overline{ME} - \overline{MF} = 13,5 \text{ cm} - 12 \text{ cm} = 1,5 \text{ cm}$$

$$\overline{FE} = \overline{NE} - \overline{NF}$$

$$\Leftrightarrow \overline{NF} = \overline{NE} - \overline{FE} = 4,5 \text{ cm} - 1,5 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

Pythagoras im Dreieck KMF:

$$\overline{KF}^2 = \overline{KM}^2 + \overline{MF}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{KF} = (18^2 + 12^2) \text{ cm}^2 = 468 \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{KF} = 21,63 \text{ cm}$$

Pythagoras im Dreieck GNF:

$$\overline{GF}^2 = \overline{GN}^2 + \overline{NF}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{GF} = (4,5^2 + 3^2) \text{ cm}^2 = 29,25 \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{GF} = 5,41 \text{ cm}$$

$$M_{\text{Schirm}} = M_{\text{ganzerKegel}} - M_{\text{fehlenderKegel}} + O_{\text{Halbkugel}}$$

$$\Leftrightarrow M_{\text{Schirm}} = \overline{KM} \cdot \pi \cdot \overline{KF} - \overline{GN} \cdot \pi \cdot \overline{GF} + 2 \cdot \pi \cdot \overline{GN}^2$$

$$\Leftrightarrow M_{\text{Schirm}} = (18 \cdot \pi \cdot 21,63 - 4,5 \cdot \pi \cdot 5,41 + 2 \cdot \pi \cdot 4,5^2) \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow M_{\text{Schirm}} = 1273,90 \text{ cm}^2$$

Aufgabe B1

B 1.1

Dreieck ABC:

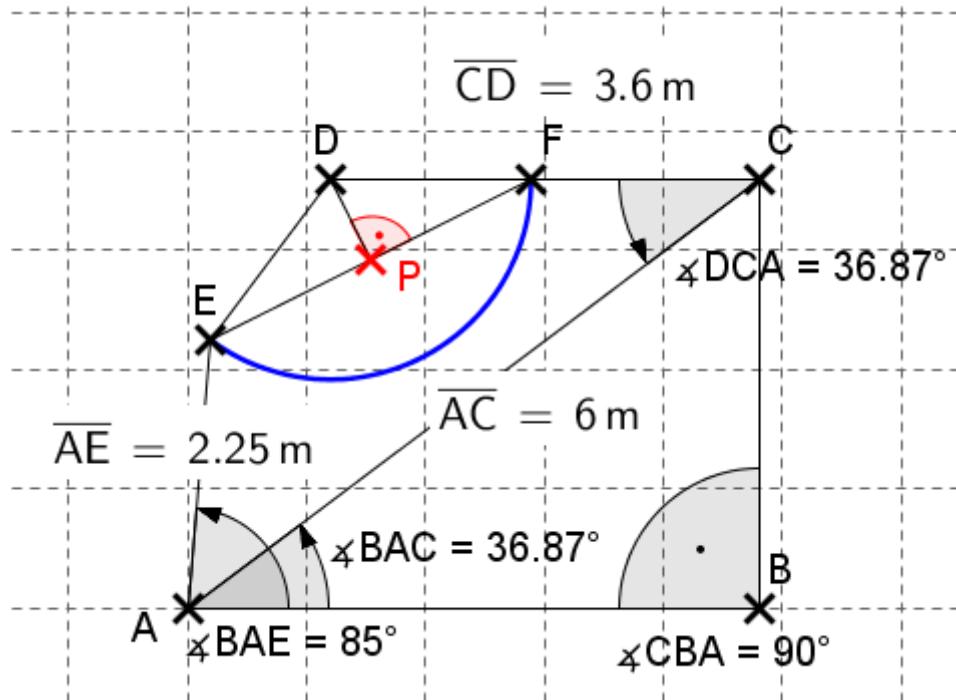
$$\cos \angle BAC = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \cos \angle BAC \cdot \overline{AC} = \cos 36,87^\circ \cdot 6 \text{ m} = 4,80 \text{ m}$$

$$\sin \angle BAC = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = \sin \angle BAC \cdot \overline{AC} = \sin 36,87^\circ \cdot 6 \text{ m} = 3,60 \text{ m}$$

B 1.2



$$\angle ACB = 180^\circ - 36,87^\circ - 90^\circ = 53,13^\circ$$

$$\angle DCB = 53,13^\circ + 36,87^\circ = 90^\circ$$

Rechte Winkel bei B und C \Rightarrow parallel!

B 1.3

Kosinus-Satz im Dreieck ACE:

$$\overline{EC}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \cdot \overline{AE} \cdot \overline{AC} \cdot \cos \angle CAE$$

$$\Leftrightarrow \overline{EC}^2 = (2,25^2 + 6^2 - 2 \cdot 2,25 \cdot 6 \cdot \cos (85^\circ - 36,87^\circ)) \text{ m}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{EC}^2 = 23,04 \text{ m}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{EC} = 4,80 \text{ m}$$

Sinus-Satz im gleichen Dreieck:

$$\frac{\sin \angle ECA}{\overline{AE}} = \frac{\sin \angle CAE}{\overline{EC}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \angle ECA = \frac{\sin \angle CAE \cdot \overline{AE}}{\overline{EC}} = \frac{\sin (85^\circ - 36,87^\circ) \cdot 2,25 \text{ m}}{4,80 \text{ m}} = 0,35$$

$$\Leftrightarrow \angle ECA = 20,43^\circ$$

$180^\circ - 20,43^\circ = 159,57^\circ$ nicht möglich da der ganze Winkel bei C bereits 90° hat.

$$\angle DCE = 36,87^\circ - 20,43^\circ = 16,44^\circ$$

Kosinus-Satz im Dreieck ECD:

$$\overline{ED}^2 = \overline{EC}^2 + \overline{DC}^2 - 2 \cdot \overline{EC} \cdot \overline{DC} \cdot \cos \angle DCE$$

$$\Leftrightarrow \overline{ED}^2 = (4,80^2 + 3,60^2 - 2 \cdot 4,80 \cdot 3,60 \cdot \cos 16,44^\circ) \text{ m}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{ED}^2 = 2,85 \text{ m}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{ED} = 1,69 \text{ m}$$

B 1.4

Sinus-Satz im Dreieck ECD:

$$\frac{\sin \angle EDC}{\overline{EC}} = \frac{\sin \angle DCE}{\overline{ED}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \angle EDC = \frac{\sin \angle DCE \cdot \overline{EC}}{\overline{ED}} = \frac{\sin 16,44^\circ \cdot 4,80 \text{ m}}{1,69 \text{ m}} = 0,80$$

$$\Leftrightarrow \angle EDC = 53,50^\circ$$

$$\text{und } \Leftrightarrow \angle EDF = \angle EDC = 180^\circ - 53,50^\circ = 126,50^\circ$$

Lösung aus Angabe über den Kosinus-Satz im gleichen Dreieck:

$$\overline{EC}^2 = \overline{ED}^2 + \overline{DC}^2 - 2 \cdot \overline{ED} \cdot \overline{DC} \cdot \cos \angle EDF$$

$$\Leftrightarrow \cos \angle EDF = \frac{\overline{EC}^2 - \overline{ED}^2 - \overline{DC}^2}{-2 \cdot \overline{ED} \cdot \overline{DC}}$$

$$\Leftrightarrow \cos \angle EDF = \frac{4,80^2 - 1,69^2 - 3,60^2}{-2 \cdot 1,69 \cdot 3,60} = -0,60$$

$$\Leftrightarrow \angle EDF = 126,42^\circ$$

B 1.5

$$A_{ABC} = 0,5 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} = 0,5 \cdot 4,80 \text{ m} \cdot 3,60 \text{ m} = 8,64 \text{ m}^2$$

$$A_{ACE} = 0,5 \cdot \sin \angle CAE \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AE}$$

$$\Leftrightarrow A_{ACE} = 0,5 \cdot \sin (85^\circ - 36,87^\circ) \cdot 6 \text{ m} \cdot 2,25 \text{ m} = 5,03 \text{ m}^2$$

$$A_{ECD} = 0,5 \cdot \sin \angle DCE \cdot \overline{DC} \cdot \overline{EC}$$

$$\Leftrightarrow A_{ECD} = 0,5 \cdot \sin 16,44^\circ \cdot 3,60 \text{ m} \cdot 4,80 \text{ m} = 2,45 \text{ m}^2$$

$$A_{Dusche} = \overline{ED}^2 \cdot \pi \cdot \frac{\angle EDF}{360^\circ} = (1,69 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot \frac{126,42^\circ}{360^\circ} = 3,15 \text{ m}^2$$

$$A_{Fliesen} = 8,64 \text{ m}^2 + 5,03 \text{ m}^2 + 2,45 \text{ m}^2 - 3,15 \text{ m}^2 = 12,97 \text{ m}^2$$

B 1.6

Minimaler Abstand bedeutet, dass bei P ein rechter Winkel entsteht und damit sin / cos / tan gelten müssen.

Das Dreieck DEF ist gleichschenklig (da durch den Kreisbogen bestimmt), so dass für die Winkel bei E und F gilt:

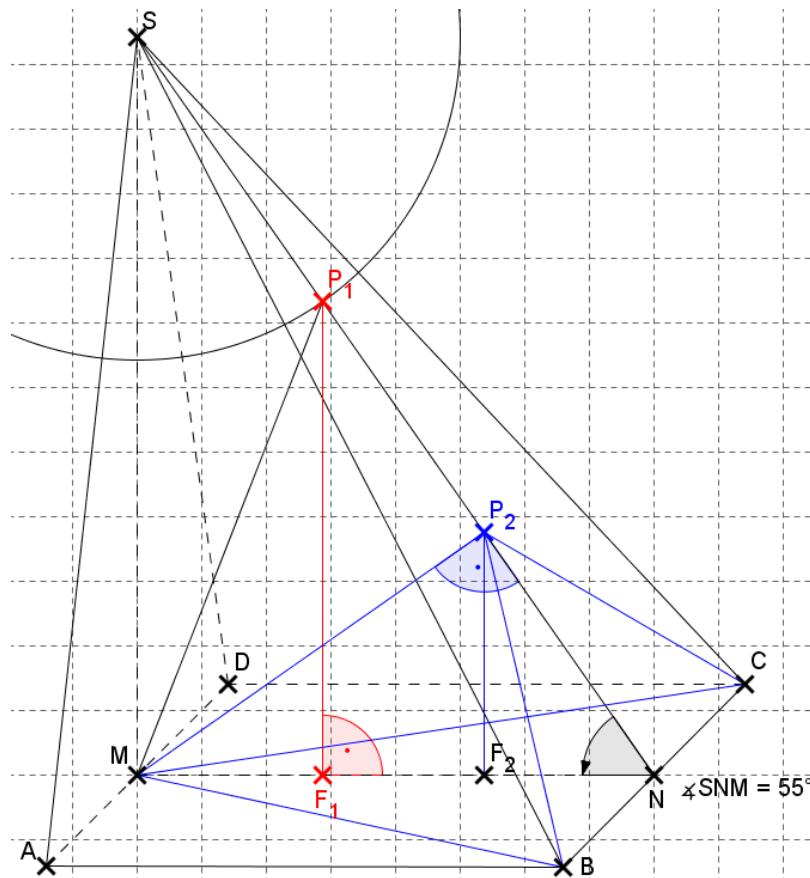
$$\angle Basis = (180^\circ - 126,42^\circ) : 2 = 26,79^\circ$$

$$\sin \angle Basis = \frac{\overline{PD}}{\overline{DE}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{PD} = \sin \angle Basis \cdot \overline{DE} = \sin 26,79^\circ \cdot 1,69 \text{ m} = 0,76 \text{ m}$$

Aufgabe B2

B 2.1



Dreieck MNS:

$$\tan \angle SNM = \frac{\overline{MS}}{\overline{MN}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{MS} = \tan \angle SNM \cdot \overline{MN} = \tan 55^\circ \cdot 8 \text{ cm} = 11,43 \text{ cm}$$

$$\cos \angle SNM = \frac{\overline{MN}}{\overline{SN}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{SN} = \frac{\overline{MN}}{\cos \angle SNM} = \frac{8 \text{ cm}}{\cos 55^\circ} = 13,95 \text{ cm}$$

B 2.2

$$\overline{NP_1} = \overline{SN} - \overline{SP_1} = 13,95 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 8,95 \text{ cm}$$

Kosinus-Satz im Dreieck MNP₁:

$$\overline{MP_1}^2 = \overline{MN}^2 + \overline{NP_1}^2 - 2 \cdot \overline{MN} \cdot \overline{NP_1} \cdot \cos \angle CAE$$

$$\Leftrightarrow \overline{MP_1}^2 = (8^2 + 8,95^2 - 2 \cdot 8 \cdot 8,95 \cdot \cos 55^\circ) \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{MP_1}^2 = 61,97 \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{MP_1} = 7,87 \text{ cm} \quad [\text{Angabe: } 7,88 \text{ cm}]$$

Kosinus-Satz im Dreieck MP_1S :

$$\begin{aligned} \overline{MS}^2 &= \overline{MP_1}^2 + \overline{SP_1}^2 - 2 \cdot \overline{MP_1} \cdot \overline{SP_1} \cdot \cos \angle SP_1M \\ \Leftrightarrow \cos \angle SP_1M &= \frac{\overline{MS}^2 - \overline{MP_1}^2 - \overline{SP_1}^2}{-2 \cdot \overline{MP_1} \cdot \overline{SP_1}} \\ \Leftrightarrow \cos \angle SP_1M &= \frac{11,43^2 - 7,88^2 - 5^2}{-2 \cdot 7,88 \cdot 5} = -0,55 \\ \Leftrightarrow \angle SP_1M &= 123,55^\circ \end{aligned}$$

B 2.3

$$\overline{NP_n} = \overline{SN} - \overline{SP_n}$$

Sinus im Dreieck F_nNP_n :

$$\begin{aligned} \sin 55^\circ &= \frac{\overline{F_nP_n}(x)}{\overline{NP_n}(x)} \\ \Leftrightarrow \overline{F_nP_n}(x) &= \sin 55^\circ \cdot \overline{NP_n}(x) \\ \Leftrightarrow \overline{F_nP_n}(x) &= \sin 55^\circ \cdot (13,95 - x) \text{ cm}^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(x) &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{NM} \cdot \overline{F_nP_n}(x) \\ \Leftrightarrow V(x) &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 \cdot \sin 55^\circ \cdot (13,95 - x) \text{ cm}^3 \\ \Leftrightarrow V(x) &= \frac{64 \cdot \sin 55^\circ}{6} \cdot (13,95 - x) \text{ cm}^3 \\ \Leftrightarrow V(x) &= (-8,74x + 121,89) \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

*Aufgabensteller rundet an dieser Stelle und bekommt daher $V(x) = (-8,75x + 121,92) \text{ cm}^3$ als Ergebnis.

B 2.4

$$\begin{aligned} V_{\text{Pyramide}} &= \frac{1}{3} \cdot \overline{BC}^2 \cdot \overline{MS} \\ \Leftrightarrow V_{\text{Pyramide}} &= \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 11,43 \text{ cm}^3 = 243,84 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,34 \cdot 243,84 \text{ cm}^3 &< (-8,75x + 121,92) \text{ cm}^3 \\ \Leftrightarrow 8,75x &< 121,92 - 0,34 \cdot 243,84 \\ \Leftrightarrow x &< \frac{121,92 - 0,34 \cdot 243,84}{8,75} \\ \Leftrightarrow x &< 4,46 \quad \mathbb{L} = \{x \mid x < 4,46\} \end{aligned}$$

Also gilt: $0 < x < 4,46$

B 2.5

Gleiche Denkaufgabe wie bei A 1.3 und B 1.6 ... Minimaler Abstand bedeutet, dass bei P_2 ein rechter Winkel entsteht und damit sin / cos / tan gelten müssen.

Dreieck MNP_2 :

$$\sin 55^\circ = \frac{\overline{MP_2}}{\overline{MN}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{MP_2} = \sin 55^\circ \cdot \overline{MN} = \sin 55^\circ \cdot 8 \text{ cm} = 6,55 \text{ cm}$$

Und zum großen Finale der Pythagoras im Dreieck MP_2S :

$$\overline{SP_2}^2 = \overline{MS}^2 - \overline{MP_2}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{SP_2}^2 = (11,43^2 - 6,55^2) \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{SP_2}^2 = 87,74 \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{SP_2} = 9,37 \text{ cm}$$