Abschlussprüfung 2012
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II Nachtermin
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 28.06.2019

Aufgabe A1

Dreieck ABC:

$\sphericalangle BAC = 0{,}5 \cdot \sphericalangle BAD = 0{,}5 \cdot 50° = 25°$

$\sphericalangle ACB = 180° - \sphericalangle CBA - \sphericalangle BAC = 180° - 100° - 25° = 55°$

Sinus-Satz im Dreieck ABC:

$$\frac{\overline{BC}}{\sin \sphericalangle BAC} = \frac{\overline{AB}}{\sin \sphericalangle ACB}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = \frac{\overline{AB} \cdot \sin \sphericalangle BAC}{\sin \sphericalangle ACB} \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = \frac{8 \text{ cm} \cdot \sin 25°}{\sin 55°} = 4{,}13 \text{ cm}$$

Sinus-Satz im Dreieck ABC:

$$\frac{\overline{AC}}{\sin \sphericalangle CBA} = \frac{\overline{AB}}{\sin \sphericalangle ACB}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{\overline{AB} \cdot \sin \sphericalangle CBA}{\sin \sphericalangle ACB} \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{8 \text{ cm} \cdot \sin 100°}{\sin 55°} \text{ cm} = 9{,}62 \text{ cm}$$

Damit ergeben sich ein paar weitere Strecken:

$\overline{GC} = \overline{BC} = 4{,}13 \text{ cm}$

$\overline{AG} = \overline{AC} - \overline{GC} = 9{,}62 \text{ cm} - 4{,}13 \text{ cm} = 5{,}49 \text{ cm}$

$\overline{AE} = \overline{AG} = 5{,}49 \text{ cm}$

$\overline{EB} = \overline{AB} - \overline{AE} = 8 \text{ cm} - 5{,}49 \text{ cm} = 2{,}51 \text{ cm}$

Nun noch die beiden Kreisbögen:

$$\overset{\frown}{BG} = 2 \cdot \frac{\sphericalangle ACB}{360°} \cdot \overline{GC} \cdot \pi$$

$$\Leftrightarrow \overset{\frown}{BG} = 2 \cdot \frac{55°}{360°} \cdot 4{,}13 \cdot \pi = 3{,}96 \text{ cm}$$

$$\overset{\frown}{EG} = 2 \cdot \frac{\sphericalangle BAC}{360°} \cdot \overline{AG} \cdot \pi$$

$$\Leftrightarrow \overset{\frown}{EG} = 2 \cdot \frac{25°}{360°} \cdot 5{,}49 \cdot \pi = 2{,}40 \text{ cm}$$

Damit ist $u = \overline{EB} + \overset{\frown}{BG} + \overset{\frown}{EG}$

$\Leftrightarrow u = 2{,}51 \text{ cm} + 3{,}96 \text{ cm} + 2{,}40 \text{ cm} = 8{,}87 \text{ cm}$

Aufgabe A2

2.1

Dreieck DEF:

$\overline{EK} = \sqrt{\overline{DE}^2 - \overline{DK}^2}$ cm $= \sqrt{6^2 - 3^2}$ cm $= \sqrt{27}$ cm $= 5{,}2$ cm

$\overline{EL} = \overline{EK} - \overline{KL} = 5{,}2$ cm $- 2$ cm $= 3{,}2$ cm

Vierstreckensatz im Bereich DEF:

$$\frac{\overline{GH}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{EL}}{\overline{EK}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{GH} = \frac{\overline{EL} \cdot \overline{DF}}{\overline{EK}} \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{GH} = \frac{3{,}2 \cdot 6}{5{,}2} \text{ cm} = 3{,}7 \text{ cm}$$

$$V = A_G \cdot h$$

$$\Leftrightarrow \quad V = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot (\overline{DF} + \overline{GH}) \cdot \overline{KL} \cdot \overline{AD}$$

$$\Leftrightarrow \quad V = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot (6 + 3{,}7) \cdot 2 \cdot 6 \text{ cm}^3 = 19{,}4 \text{ cm}^3$$

2.2

Dreieck BEL:

$$\tan \sphericalangle EBL = \frac{\overline{LE}}{\overline{EB}} = \frac{\sqrt{27} - 2}{6} = 0{,}53 \Leftrightarrow \sphericalangle EBL = 28{,}0°$$

Dreieck BEK:

$$\tan \sphericalangle EBK = \frac{\overline{KE}}{\overline{EB}} = \frac{\sqrt{27}}{6} = 0{,}87 \Leftrightarrow \sphericalangle EBK = 40{,}9°$$

Damit ist $\sphericalangle LBK = 40{,}9° - 28{,}0° = 12{,}9°$

2.3

Da auch das Teildreieck GEH gleichseitig ist, gilt:

$\overline{EG} = \overline{GH} = 3{,}7$ cm

Dreieck LBE:

$\overline{LB} = \sqrt{\overline{LE}^2 + \overline{EB}^2}$ cm $= \sqrt{3{,}2^2 + 6^2}$ cm $= \sqrt{46{,}24}$ cm

$A_{BEG} = 0{,}5 \cdot \overline{EG} \cdot \overline{EB} = 0{,}5 \cdot 3{,}7 \cdot 6 \text{ cm}^2 = 11{,}1 \text{ cm}^2$

$A_{GEH} = 0{,}5 \cdot \overline{GH} \cdot \overline{EL} = 0{,}5 \cdot 3{,}7 \cdot 3{,}2 \text{ cm}^2 = 5{,}92 \text{ cm}^2$

$A_{GBH} = 0{,}5 \cdot \overline{GH} \cdot \overline{LB} = 0{,}5 \cdot 3{,}7 \cdot \sqrt{46{,}24} \text{ cm}^2 = 12{,}58 \text{ cm}^2$

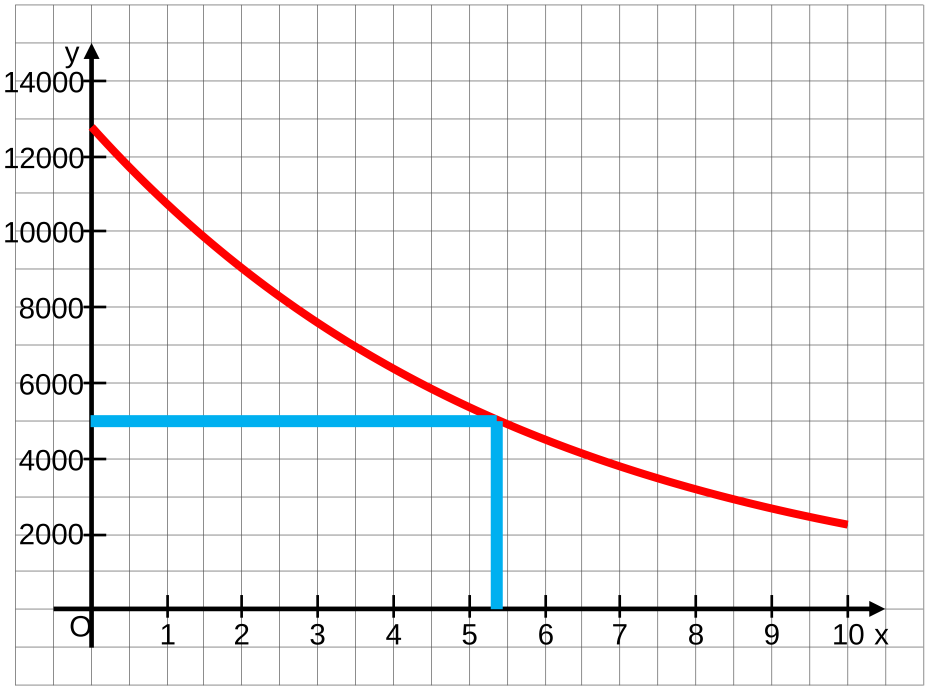
$O = 11{,}1 \text{ cm}^2 + 11{,}1 \text{ cm}^2 + 5{,}92 \text{ cm}^2 + 12{,}58 \text{ cm}^2 = 40{,}7 \text{ cm}^2$

Aufgabe A3

3.1

f: $y = 12750 \cdot 0{,}84^x$

x	0	2	4	6	8	10
y	12750	8996	6348	4479	3160	2230



3.2

Knapp 5,4 Jahre.

[Rechnerisch nur Zweig I: $5000 = 12750 \cdot 0{,}84^x$

$\Leftrightarrow \frac{5000}{12750} = 0{,}84^x \Leftrightarrow x = \log_{0{,}84}\frac{5000}{12750} = 5{,}37 \quad \mathbb{L} = \{5{,}37\}$]

3.3

$y = 12750 \cdot 0{,}84^{-2} \approx 18070 \quad \mathbb{L} = \{18070\}$ Neupreis: 18070 €

Wer auf die „hoch minus 2“ nicht kommt, kann die Aufgabe auch Schritt für Schritt lösen:

Vor 1 Jahr:

$y \cdot 0{,}84 = 12750 \Leftrightarrow y = 15178{,}57$ (im TR lassen)

Vor 2 Jahren:

$y \cdot 0{,}84 = 15178{,}57 \Leftrightarrow y \approx 18070$

Aufgabe B1

B 1.1 $P(-2 \mid -3)$ $Q(3 \mid 4{,}5)$ $y = ax^2 + bx + 3$

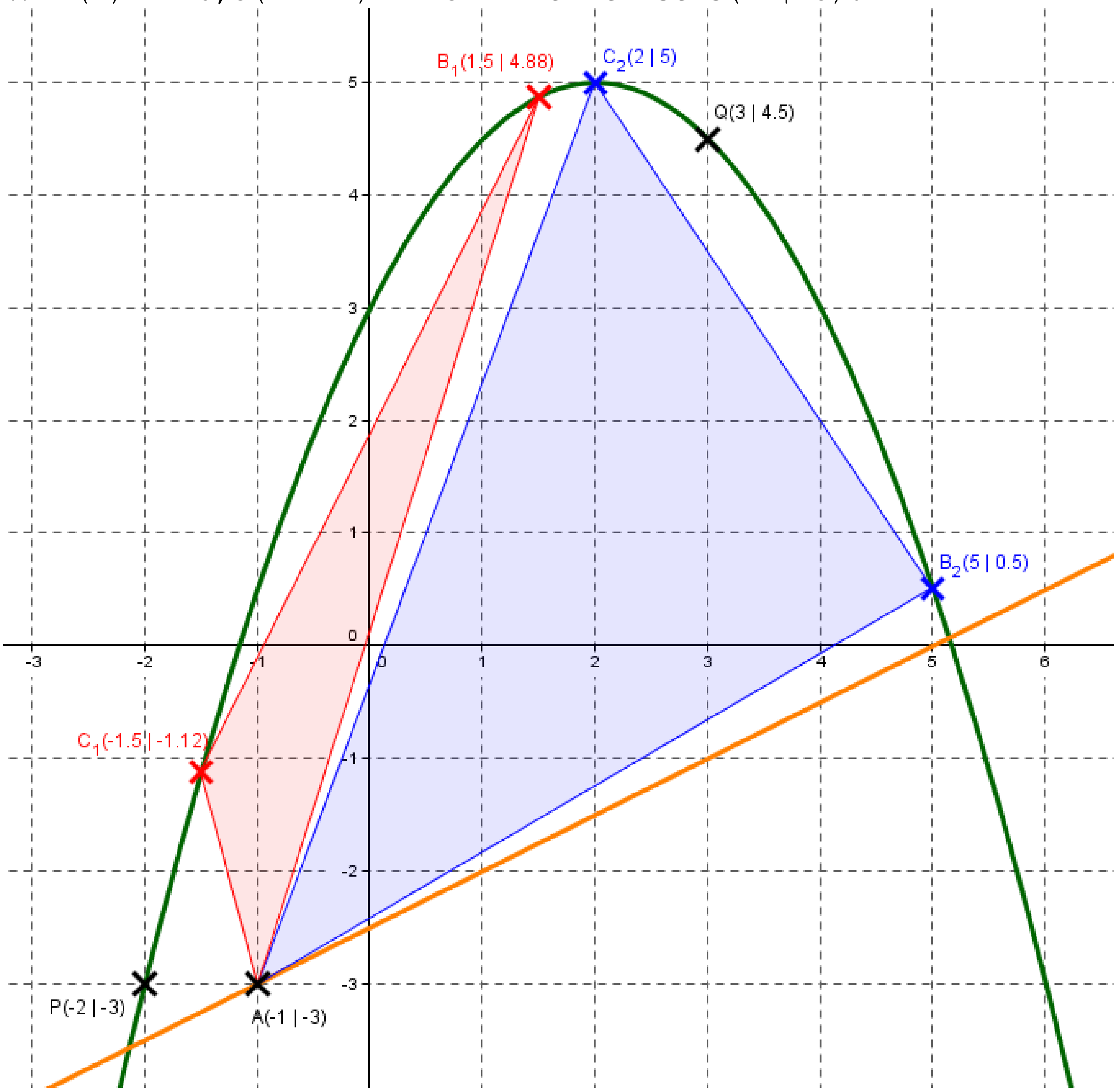
$$\begin{aligned}
&\text{I} && -3 = a\cdot(-2)^2 - 2\cdot b + 3\\
&\text{II} && 4{,}5 = a\cdot 3^2 + 3\cdot b + 3\\
\Leftrightarrow\ &\text{I} && 2b = 4a + 6\\
&\text{II} && 3b = -9a + 1{,}5\\
\Leftrightarrow\ &\text{I} && b = 2a + 3\\
&\text{II} && b = -3a + 0{,}5\\
\text{I} = \text{II}\ & && 2a + 3 = -3a + 0{,}5\\
\Leftrightarrow\ & && 5a = -2{,}5\\
\Leftrightarrow\ & && a = -0{,}5 \quad \text{in I}\\
& && b = 2\cdot(-0{,}5) + 3 = 2
\end{aligned}$$

Damit ist **p: $y = -0{,}5x^2 + 2x + 3$**

Scheitelpunkt:

$$\begin{aligned}
& T(x) = -0{,}5x^2 + 2x + 3\\
\Leftrightarrow\ & T(x) = -0{,}5(x^2 - 4x) + 3\\
\Leftrightarrow\ & T(x) = -0{,}5(x^2 - 4x + 2^2 - 2^2) + 3\\
\Leftrightarrow\ & T(x) = -0{,}5(x - 2)^2 + 5
\end{aligned}$$

Damit ist $S(2 \mid 5)$.



B 1.2 $A(-1 \mid -3)$ $D(12 \mid 3{,}5)$

$$m = \frac{y}{x} = \frac{3{,}5 - (-3)}{12 - (-1)} = \frac{6{,}5}{13} = 0{,}5$$

Punkt-Steigungs-Form:

$$y = 0{,}5(x + 1) - 3$$

$\Leftrightarrow$ $y = 0{,}5x - 2{,}5$ Damit ist **$g: y = 0{,}5x - 2{,}5$**

B 1.3

$$\mathbf{-0{,}5x^2 + 2x + 3} = \mathbf{0{,}5x - 2{,}5}$$

$\Leftrightarrow$ $-0{,}5x^2 + 1{,}5x + 5{,}5 = 0$

$D = 1{,}5^2 - 4\cdot(-0{,}5)\cdot 5{,}5 = 13{,}25 > 0 \Rightarrow$ 2 Lösungen

B 1.4

x-Koordinate: **$x - 3$**

y-Koordinate: **$-0{,}5(x - 3)^2 + 2(x - 3) + 3$**

$$= -0{,}5(x^2 - 6x + 9) + 2x - 6 + 3$$
$$= -0{,}5x^2 + 3x - 4{,}5 + 2x - 6 + 3$$
$$= -0{,}5x^2 + 5x - 7{,}5$$

Damit ist $C_n(x - 3 \mid -0{,}5x^2 + 5x - 7{,}5)$

B 1.5

$B_1(1{,}5 \mid 4{,}875)$ **$C_1(-1{,}5 \mid -1{,}125)$**

$$\overrightarrow{AB_1} = \begin{pmatrix} 1{,}5 + 1 \\ 4{,}875 + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 7{,}875 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC_1} = \begin{pmatrix} -1{,}5 + 1 \\ -1{,}125 + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0{,}5 \\ 1{,}875 \end{pmatrix}$$

$$A_1 = 0{,}5\cdot\begin{vmatrix} 2{,}5 & -0{,}5 \\ 7{,}875 & 1{,}875 \end{vmatrix} \text{ FE}$$

$\Leftrightarrow$ $A_1 = 0{,}5\cdot(4{,}6875 + 3{,}9375)\,\text{FE}$

$\Leftrightarrow$ $A_1 = 0{,}5\cdot 8{,}25 \text{ FE} = 4{,}3125 \text{ FE}$

B 1.6

$B_2(5 \mid 0{,}5)$ **$C_2(2 \mid 5)$**

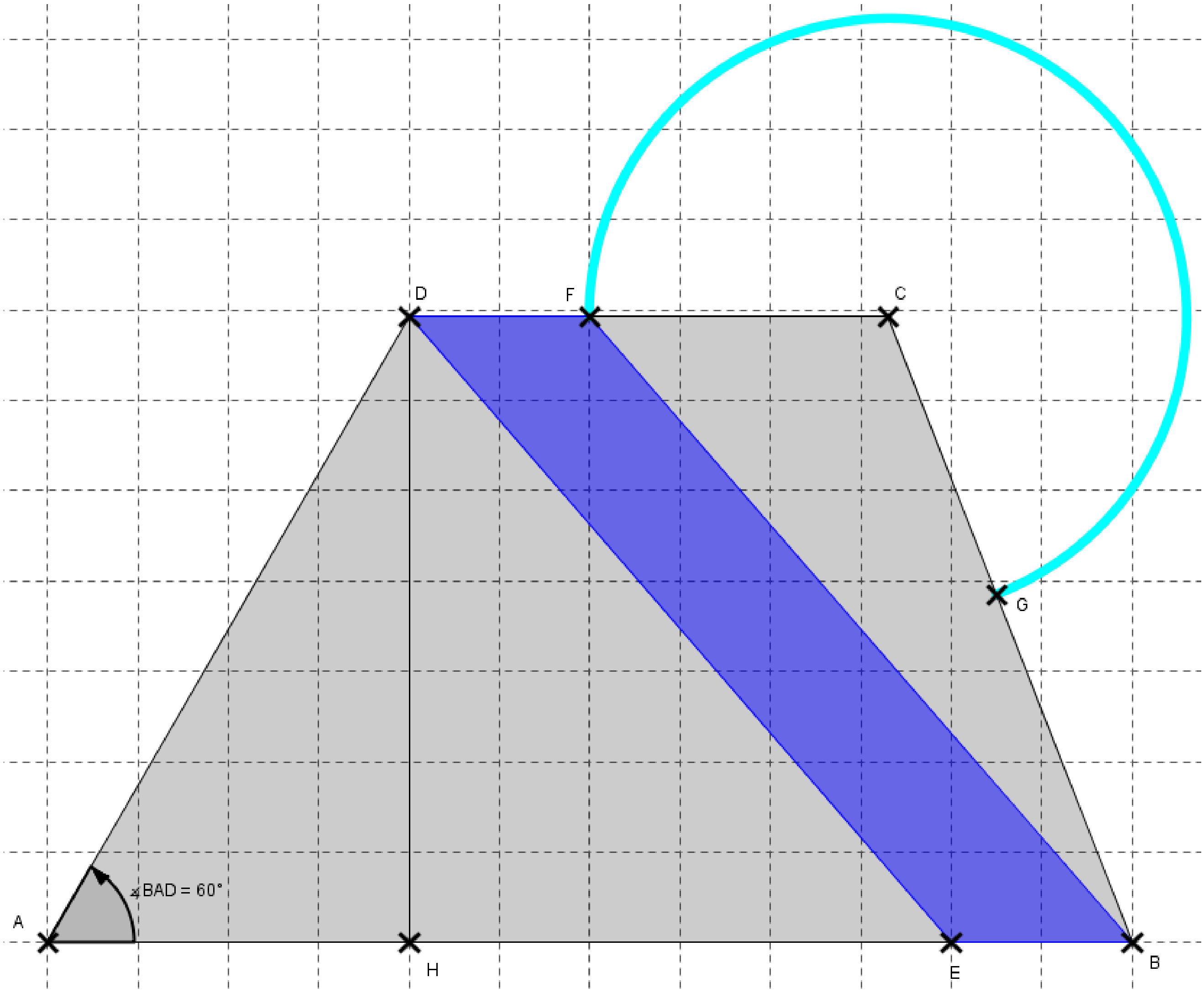
$$m_{AB2} = \frac{0{,}5 + 3}{5 + 1} = \frac{3{,}5}{6} \qquad m_{AC2} = \frac{5 + 3}{2 + 1} = \frac{8}{3}$$

$$\tan \alpha_{AB2} = \frac{3{,}5}{6} \Leftrightarrow \alpha_{AB2} = 30{,}26°$$

$$\tan \alpha_{AC2} = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \alpha_{AB2} = 69{,}44°$$

$$\alpha = 69{,}44° - 30{,}26° = 39{,}18°$$

Aufgabe B2
B 2.1



Dreieck ACD:

$\sphericalangle ADC = 180° - \sphericalangle BAD = 180° - 60° = 120°$

Sinus-Satz im Dreieck ACD:

$$\frac{\overline{AC}}{\sin \sphericalangle ADC} = \frac{\overline{AD}}{\sin \sphericalangle DCA}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle DCA = \frac{\sin \sphericalangle ADC \cdot \overline{AD}}{\overline{AC}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle DCA = \frac{\sin 120° \cdot 40\ \text{m}}{58\ \text{m}} = 0{,}60$$

$\Leftrightarrow \sphericalangle DCA = 36{,}67°$

Dreieck AHD:

$$\sin \sphericalangle BAD = \frac{\overline{HD}}{\overline{AD}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{HD} = \sin \sphericalangle BAD \cdot \overline{AD} = \sin 60° \cdot 40\ \text{m} = 34{,}64\ \text{m}$$

Damit ist d([AB];[CD]) = 34,64 m

B 2.2

Kosinus-Satz im Dreieck AED:

$$\overline{ED}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \cdot \overline{AE} \cdot \overline{AD} \cdot \cos \sphericalangle BAD$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{ED}^2 = [(60 - 10)^2 + 40^2 - 2 \cdot (60 - 10) \cdot 40 \cdot \cos 60°]\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{ED}^2 = 2100\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{ED} = 45{,}83\ m$$

B 2.3

$$A_{blau} = \overline{EB} \cdot \overline{HD} = 10\ m \cdot 34{,}64\ m = 346{,}40\ m^2$$

B 2.4

$\sphericalangle BAC = \sphericalangle DCA = 36{,}67°$

Kosinus-Satz im Dreieck ABC:

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \cos \sphericalangle BAC$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{BC}^2 = [60^2 + 58^2 - 2 \cdot 60 \cdot 58 \cdot \cos 36{,}67°]\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{BC}^2 = 1381{,}46\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{BC} = 37{,}17\ m$$

Sinus-Satz im Dreieck ABC:

$$\frac{\overline{BC}}{\sin \sphericalangle BAC} = \frac{\overline{AB}}{\sin \sphericalangle ACB}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle ACB = \frac{\sin \sphericalangle BAC \cdot \overline{AB}}{\overline{BC}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle ACB = \frac{\sin 36{,}67° \cdot 60}{37{,}17} = 0{,}96$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle ACB = 74{,}58°$$

B 2.5

$\sphericalangle CAD = 180° - \sphericalangle ADC - \sphericalangle DCA = 180° - 120° - 36{,}67° = 23{,}33°$

Sinus-Satz im Dreieck ACD:

$$\frac{\overline{DC}}{\sin \sphericalangle CAD} = \frac{\overline{AC}}{\sin \sphericalangle ADC}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{DC} = \frac{\overline{AC} \cdot \sin \sphericalangle CAD}{\sin \sphericalangle ADC}\ m$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{DC} = \frac{58 \cdot \sin 23{,}33°}{\sin 120°}\ m = 26{,}52\ m$$

$$\overline{CF} = \overline{DC} - \overline{EB} = 26{,}52\ m - 10\ m = 16{,}52\ m$$

$$A_{Sektor} = \overline{CF}^2 \cdot \pi \cdot \frac{360° - (\sphericalangle ACB + \sphericalangle DCA)}{360°}\ m^2$$

$$\Leftrightarrow A_{Sektor} = 16{,}52^2 \cdot \pi \cdot \frac{360° - 74{,}58° - 36{,}67°}{360°}\ m^2 = 592{,}42\ m^2$$

B 2.6

$A_{blau} = 346{,}40\ m^2$

$$A_{Trapez} = 0{,}5 \cdot (\overline{DC} + \overline{AB}) \cdot \overline{HD}$$

$$\Leftrightarrow A_{Trapez} = 0{,}5 \cdot (26{,}52 + 60) \cdot 34{,}64\ m^2 = 1498{,}53\ m^2$$

$A_{alles} = 1498{,}53\ m^2 + 592{,}42\ m^2 = 2090{,}95\ m^2$

$(592{,}42 + 346{,}40) : 2090{,}95 = 0{,}4490 \Rightarrow 44{,}90\ \%$