Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung
an den Realschulen in Bayern

2009

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe A 1**

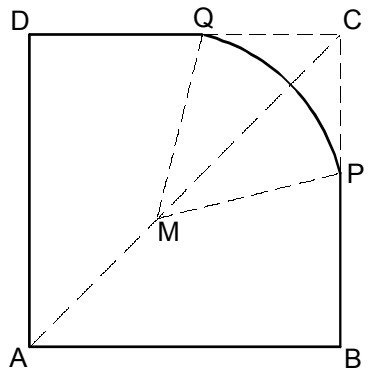
Name:_____ Vorname:_____

Klasse:_____ Platzziffer:_____ Punkte:_____

A 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Grundriss einer Duschwanne, welcher durch die Strecken [QD], [DA], [AB] und [BP] sowie den Kreisbogen $\overset{\frown}{PQ}$ begrenzt wird.

Das Viereck ABCD ist ein Quadrat. Der Punkt M liegt auf der Diagonalen [AC] des Vierecks ABCD und ist der Mittelpunkt eines Kreises, der die Strecke [BC] im Punkt P und die Strecke [CD] im Punkt Q schneidet.

Es gelten folgende Maße:
$\overline{AB} = 90{,}0\text{ cm}$; $\overline{BP} = \overline{QD} = 50{,}0\text{ cm}$;
$\overline{MP} = \overline{MQ} = 50{,}0\text{ cm}$.

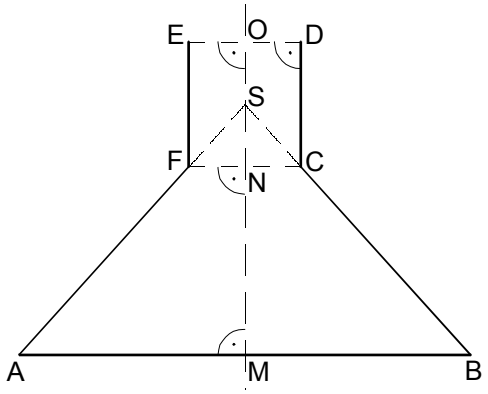


Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

A 1.1 Berechnen Sie das Maß des Winkels PMC. [Ergebnis: $\sphericalangle PMC = 34{,}4°$] 2 P

A 1.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Grundrisses der Duschwanne. 3 P

A 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt eines oben offenen Gefäßes.
OM ist die Symmetrieachse.
Es gilt: $\overline{OM} = 10,0\text{ cm}$; $\overline{ON} = 4,0\text{ cm}$;
$\overline{FN} = 1,8\text{ cm}$; $\sphericalangle MAF = 48°$.



Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

A 2.1 Berechnen Sie den Durchmesser des Gefäßbodens.
[Teilergebnisse: $\overline{SN} = 2,0\text{ cm}$; $\overline{AM} = 7,2\text{ cm}$] 3 P

A 2.2 Das waagrecht stehende Gefäß ist bis zu einer Höhe von 6 cm mit Wasser gefüllt.
Ermitteln Sie rechnerisch das Volumen des Wassers im Gefäß. 2 P

A 2.3 In das mit Wasser gefüllte Gefäß aus 2.2 wird eine massive Eisenkugel mit dem Radius $r = 1,7\ \text{cm}$ hineingelegt.
Berechnen Sie die Zunahme h der Höhe des Wasserstandes. 2 P

A 2.4 In das leere Gefäß aus 2.0 fließt gleichmäßig Wasser.
Geben Sie an, welches der Diagramme zeigt, wie sich die Höhe des Wasserstandes mit der Zeit ändert. Begründen Sie Ihre Wahl. 2 P

Diagramm A

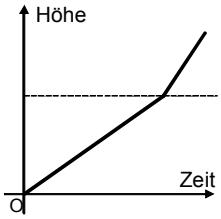


Diagramm B

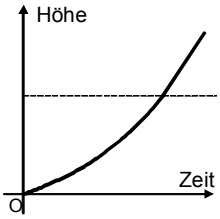
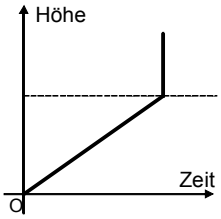
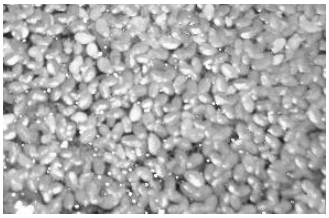


Diagramm C



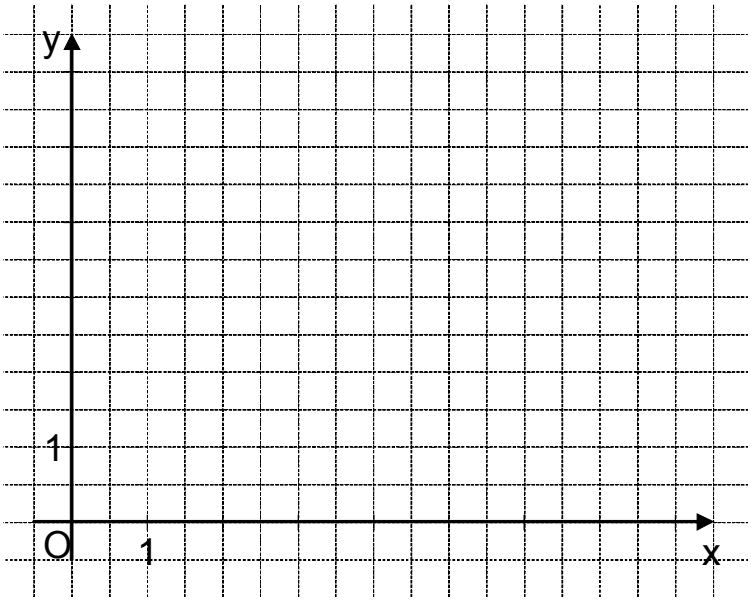
A 3.0 Wasserlinsen sind Pflanzen, die an der Wasseroberfläche von Teichen schwimmen und große Teile davon bedecken können (siehe Bild). Am 10. Juni, um 12 Uhr mittags, entdeckt Herr Grün eine 0,5 m^2 große Ansammlung von Wasserlinsen auf seinem 20 m^2 großen Gartenteich.



Für die weitere Entwicklung ist anzunehmen, dass sich der mit Wasserlinsen bedeckte Flächeninhalt täglich um 35% vergrößern wird.
Dabei sind x Tage nach der Entdeckung y m^2 Wasseroberfläche mit Wasserlinsen bedeckt.
Diese Entwicklung kann durch die Funktion f: $y = 0{,}5 \cdot 1{,}35^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ dargestellt werden.

A 3.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem. 2 P

x	0	2	4	6	8
$0{,}5 \cdot 1{,}35^x$					



A 3.2 Nach einer bestimmten Anzahl von Tagen seit der Entdeckung ist erstmals ein Fünftel der Wasseroberfläche des Gartenteiches mit Wasserlinsen bedeckt.
Geben Sie das zugehörige Datum mithilfe des Graphen zu f an. 2 P

A 3.3 Kreuzen Sie an, um wie viel Prozent sich der mit Wasserlinsen bedeckte Flächeninhalt ungefähr vergrößert hat, wenn 48 Stunden seit der Entdeckung vergangen sind. 1 P

☐ 35% ☐ 70% ☐ 82% ☐ 135% ☐ 170% ☐ 182%

B 1.0 Die Parabel p_1 mit der Gleichung $y = x^2 - 8x + 14$ hat den Scheitel $S_1(4\,|\,-2)$. Die Parabel p_2 besitzt den Scheitel $S_2(6\,|\,7)$ und verläuft durch den Punkt $P(9\,|\,4,75)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + c$ mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $b, c \in \mathbb{R}$. ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.)

B 1.1 Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung der Parabel p_2 in der Scheitelform und bringen Sie die Gleichung in die Form $y = ax^2 + bx + c$ mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $b, c \in \mathbb{R}$. Erstellen Sie sodann für die Parabel p_2 eine Wertetabelle für $x \in [0;10]$ mit $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie die Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \leqq x \leqq 11$; $-3 \leqq y \leqq 8$.

[Ergebnis: p_2: $y = -0,25x^2 + 3x - 2$] 5 P

B 1.2 Punkte $A_n(x\,|\,x^2 - 8x + 14)$ auf der Parabel p_1 und Punkte $B_n(x\,|\,-0,25x^2 + 3x - 2)$ auf der Parabel p_2 haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit Punkten C_n die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit der Basis $[A_nB_n]$, wobei gilt: $y_{A_n} < y_{B_n}$. Die x-Koordinate der Punkte C_n ist um 4 kleiner als die Abszisse x der Punkte A_n.

Zeichnen Sie die Dreiecke $A_1B_1C_1$ für $x = 3$ und $A_2B_2C_2$ für $x = 6,5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Ermitteln Sie durch Rechnung, für welche Belegungen von x es Dreiecke $A_nB_nC_n$ gibt. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P

B 1.4 Unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ besitzt das Dreieck $A_0B_0C_0$ den maximalen Flächeninhalt.

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $A_0B_0C_0$ und geben Sie die Koordinaten des Punktes C_0 an.

[Teilergebnis: $\overline{A_nB_n}(x) = (-1,25x^2 + 11x - 16)$ LE] 5 P

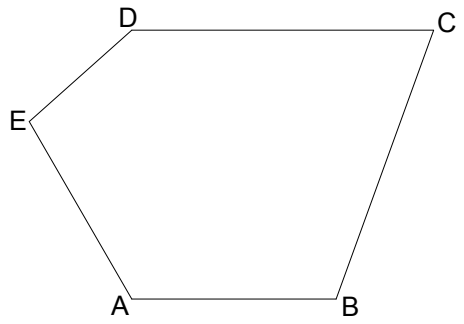
B 1.5 Für $x = 4$ ergibt sich das Dreieck $A_3B_3C_3$.

Zeichnen Sie das Dreieck $A_3B_3C_3$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein und begründen Sie, dass das Dreieck $A_3B_3C_3$ rechtwinklig ist. 3 P

B 2.0 Gegeben ist ein Fünfeck ABCDE mit
$\overline{AB} = 5\text{ cm}$; $\overline{BC} = 7\text{ cm}$; $\overline{EA} = 5\text{ cm}$;
$\sphericalangle CBA = 110°$; $\sphericalangle BAE = 120°$.

Es gilt: $AB \parallel DC$; $AD \perp AB$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Fünfeck ABCDE. 2 P

B 2.2 Bestimmen Sie durch Rechnung den Abstand d des Punktes B von der Geraden DC.
[Ergebnis: $d = 6{,}58\text{ cm}$] 2 P

B 2.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Fünfecks ABCDE.
[Ergebnis: $A_{\text{Fünfeck ABCDE}} = 49{,}00\text{ cm}^2$] 4 P

B 2.4 Ermitteln Sie rechnerisch die Länge der Strecke [DE] sowie das Maß ε des Winkels EDA.
[Ergebnisse: $\overline{DE} = 3{,}36\text{ cm}$; $\varepsilon = 48{,}08°$] 2 P

B 2.5 Der Punkt E ist der Mittelpunkt eines Kreises mit dem Radius $r = \overline{EA}$. Dieser Kreis schneidet die Seite [CD] des Fünfecks ABCDE im Punkt G.
Zeichnen Sie den Kreisbogen $\overset{\frown}{AG}$ und die Strecke [EG] in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie das Maß des Winkels AEG.
[Ergebnis: $\sphericalangle AEG = 86{,}68°$] 4 P

B 2.6 Die Figur GDEA wird durch die Strecken [GD], [DE] und [EA] sowie den Kreisbogen $\overset{\frown}{AG}$ begrenzt.
Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Flächeninhalts A der Figur GDEA am Flächeninhalt des Fünfecks ABCDE. 3 P