Abschlussprüfung 2008
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II Nachtermin
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 09.06.2017

Aufgabe D1

D 1.1 $S(4 \mid -3)$

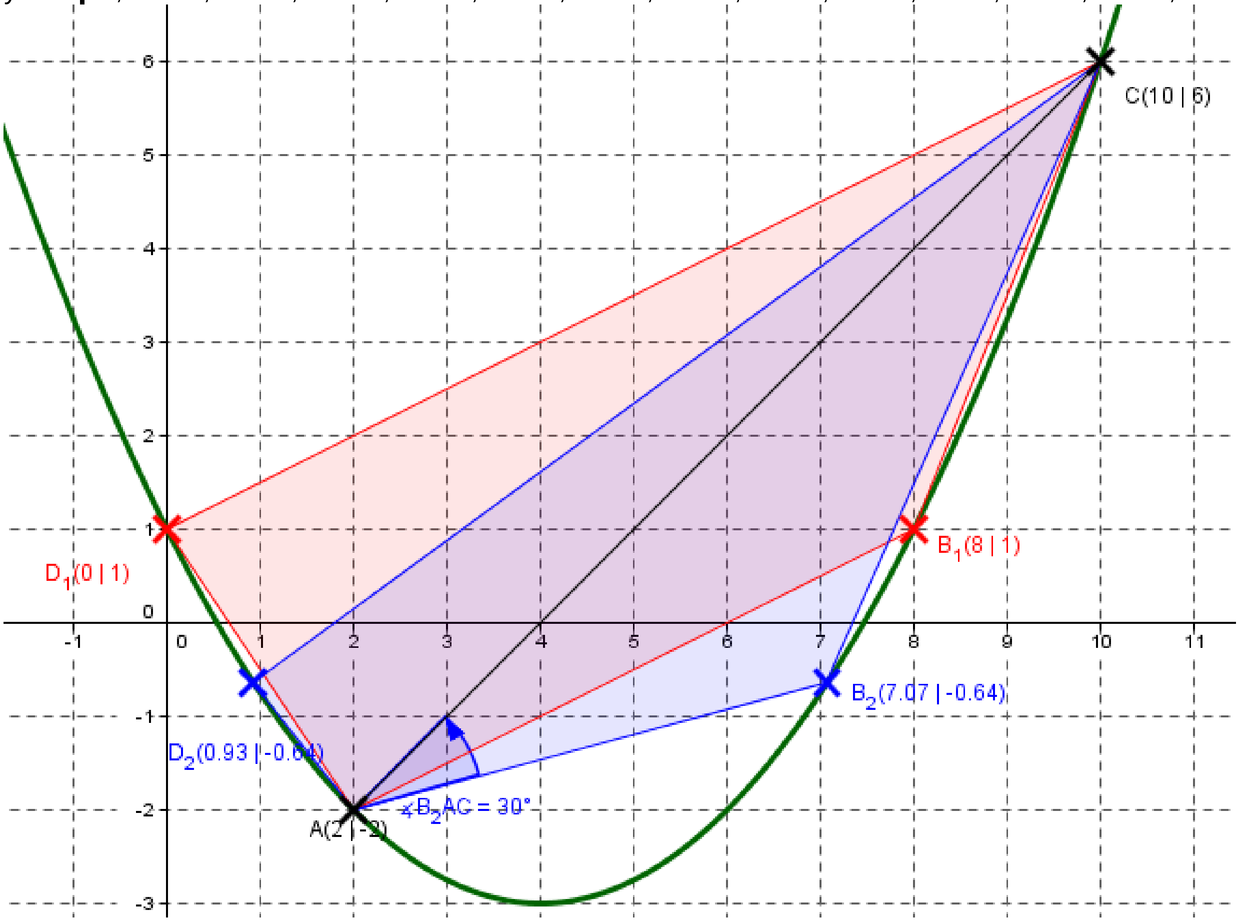
$y = 0{,}25(x - 4)^2 - 3$

$\Leftrightarrow y = 0{,}25(x^2 - 8x + 16) - 3$

$\Leftrightarrow y = 0{,}25x^2 - 2x + 4 - 3$

$\Leftrightarrow y = 0{,}25x^2 - 2x + 1$ Damit ist **p: $y = 0{,}25x^2 - 2x + 1$**

x	-2,00	-1,00	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00
y	6,00	3,25	1,00	-0,75	-2,00	-2,75	-3,00	-2,75	-2,00	-0,75	1,00	3,25	6,00



D 1.2 $A(2 \mid -2)$ $C(10 \mid 6)$

$B_1(8 \mid 1)$

$\Leftrightarrow 1 = 0{,}25x^2 - 2x + 1$

$\Leftrightarrow 0{,}25x^2 - 2x = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 0{,}25 \cdot 0}}{2 \cdot 0{,}25}$$

$= \dfrac{2 \pm 2}{0{,}5} \Rightarrow x_1 = 8$ und $x_2 = 0$ $\mathbb{L} = \{0;\ 8\}$ Also **$D_1(0 \mid 1)$**

Wenn ein Trapez vorliegt, müssen AB_1 und D_1C die gleiche Steigung haben, damit diese Seiten parallel verlaufen:

$m_{AB1} = \frac{1 - (-2)}{8 - 2} = 0{,}5 \qquad m_{D1C} = \frac{6 - 1}{10 - 0} = 0{,}5$

Also: Es liegt ein Trapez vor wegen $m_{AB1} = m_{D1C}$.

D 1.3

S(4 | -3) Nun drücken wir die x-Koordinate von S als Mittelpunkt von D_n und B_n aus:

$\frac{x_D + x_B}{2} = 4 \Leftrightarrow x_D + x_B = 8 \Leftrightarrow x_D = 8 - x_B$

D 1.4

$\overrightarrow{AB_n} = \begin{pmatrix} x - 2 \\ \mathbf{0{,}25x^2 - 2x + 1} - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 2 \\ 0{,}25x^2 - 2x + 3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AD_n} = \begin{pmatrix} 8 - x - 2 \\ 0{,}25x^2 - 2x + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 - x \\ 0{,}25x^2 - 2x + 3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 10 - 2 \\ 6 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix}$

$A(x) = A_{ABnC} + A_{ACDn}$

$\Leftrightarrow A(x) = (0{,}5\begin{vmatrix} x - 2 & 8 \\ 0{,}25x^2 - 2x + 3 & 8 \end{vmatrix} + 0{,}5\begin{vmatrix} 8 & 6 - x \\ 8 & 0{,}25x^2 - 2x + 3 \end{vmatrix})\text{ FE}$

$\Leftrightarrow A(x) = [0{,}5(8x-16-4x^2+16x-24)+0{,}5(4x^2-16x+24-48+8x)]\text{ FE}$

$\Leftrightarrow A(x) = [4x-8-2x^2+8x-12+2x^2-8x+12-24+4x)]\text{ FE}$

$\Leftrightarrow A(x) = [8x - 32]\text{ FE}$

D 1.5

Basteln wir uns seine Gerade AB_2, die wir dann mit der Parabel schneiden.

$m_{AC} = 1$ aus $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix}$

$\tan \varepsilon = 1 \Leftrightarrow \varepsilon = 45°$

$45° - 30° = 15° \qquad \tan 15° = 0{,}27$

Punkt-Steigungs-Form:

$y = 0{,}27(x - 2) - 2$

$\Leftrightarrow y = 0{,}27x - 2{,}54$

$0{,}27x - 2{,}54 = \mathbf{0{,}25x^2 - 2x + 1}$

$\Leftrightarrow 0{,}25x^2 - 2{,}27x + 3{,}54 = 0$

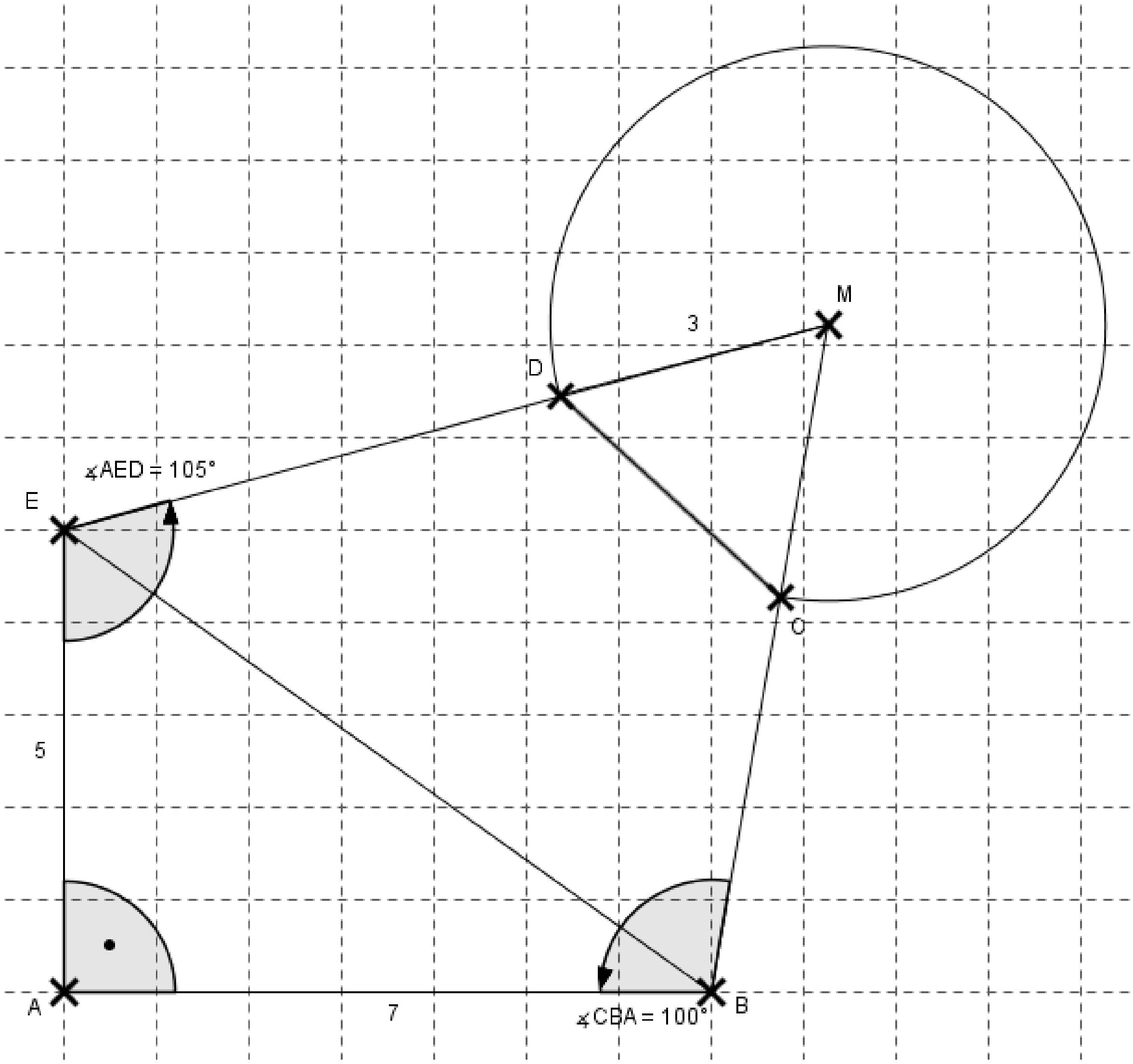
$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2{,}27 \pm \sqrt{(-2{,}27)^2 - 4 \cdot 0{,}25 \cdot 3{,}54}}{2 \cdot 0{,}25}$

$= \frac{2{,}27 \pm \sqrt{1{,}6129}}{0{,}5} \Rightarrow x_1 = 7{,}08$ und $x_2 = 2 \quad \mathbb{L} = \{2;\ 7{,}08\}$

Also **$B_2(7{,}08 \mid -0{,}63)$**.

Aufgabe D2

D 2.1



D 2.2

Dreieck ABE:

$\overline{EB} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AE}^2}\ m = \sqrt{7^2 + 5^2}\ m = \sqrt{74}\ m = 8{,}60\ m$

$\tan \sphericalangle EBA = \frac{\overline{AE}}{\overline{AB}} = \frac{5}{7} = 0{,}71 \Leftrightarrow \sphericalangle EBA = 35{,}54°$

D 2.3

Dreieck ABE:

$\sphericalangle AEB = 180° - \sphericalangle EBA - \sphericalangle BAE = 180° - 35{,}54° - 90° = 54{,}46°$

$\sphericalangle BEM = \sphericalangle AEM - \sphericalangle AEB = 105° - 54{,}46° = 50{,}54°$

$\sphericalangle MBE = \sphericalangle MBA - \sphericalangle EBA = 100° - 35{,}54° = 64{,}46°$

Dreieck BME:

$\sphericalangle EMB = 180° - \sphericalangle MBE - \sphericalangle BEM = 180° - 50{,}54° - 64{,}46° = 65°$

Sinus-Satz im Dreieck BME:

$$\frac{\overline{BM}}{\sin \sphericalangle BEM} = \frac{\overline{BE}}{\sin \sphericalangle EMB}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BM} = \frac{\overline{BE} \cdot \sin \sphericalangle BEM}{\sin \sphericalangle EMB} \text{ m}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BM} = \frac{8{,}60 \cdot \sin 50{,}54°}{\sin 65°} \text{ m} = 7{,}33 \text{ m}$$

Damit ist $\overline{BC} = \overline{BM} - \overline{MC} = 7{,}33 \text{ m} - 3 \text{ m} = 4{,}33 \text{ m}$

Sinus-Satz im Dreieck BME:

$$\frac{\overline{EM}}{\sin \sphericalangle MBE} = \frac{\overline{BE}}{\sin \sphericalangle EMB}$$

$$\Leftrightarrow \overline{EM} = \frac{\overline{BE} \cdot \sin \sphericalangle MBE}{\sin \sphericalangle EMB} \text{ m}$$

$$\Leftrightarrow \overline{EM} = \frac{8{,}60 \cdot \sin 64{,}46°}{\sin 65°} \text{ m} = 8{,}56 \text{ m}$$

Damit ist $\overline{ED} = \overline{EM} - \overline{DM} = 8{,}56 \text{ m} - 3 \text{ m} = 5{,}56 \text{ m}$

D 2.4

Aus D 2.3: $\sphericalangle EMB = 65°$ Also ist $\sphericalangle CMD = 360° - 65° = 295°$

$$b = \overline{DM} \cdot \pi \cdot \frac{295°}{180°} = 3 \cdot \pi \cdot \frac{295°}{180°} \text{ m} = 15{,}45 \text{ m}$$

D 2.5

Kosinus-Satz im Dreieck DCM:

$$\overline{DC}^2 = \overline{MC}^2 + \overline{DM}^2 - 2 \cdot \overline{MC} \cdot \overline{DM} \cdot \cos \sphericalangle CMD$$

$$\Leftrightarrow \overline{DC}^2 = (3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos 295°) \text{ m}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{DC}^2 = 10{,}39 \text{ m}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{DC} = 3{,}22 \text{ m}$$

D 2.6

$$A_{Sektor} = \overline{DM}^2 \cdot \pi \cdot \frac{295°}{360°} = 3^2 \cdot \pi \cdot \frac{295°}{360°} \text{ m}^2 = 23{,}17 \text{ m}^2$$

$$A_{DCM} = 0{,}5 \cdot \sin 65° \cdot \overline{MC} \cdot \overline{DM} = 0{,}5 \cdot \sin 65° \cdot 3 \cdot 3 \text{ m}^2 = 4{,}08 \text{ m}^2$$

$$A_{ABE} = 0{,}5 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AE} \cdot = 0{,}5 \cdot 7 \cdot 5 \text{ m}^2 = 17{,}5 \text{ m}^2$$

$$A_{BME} = 0{,}5 \cdot \sin 65° \cdot \overline{EM} \cdot \overline{BM} = 0{,}5 \cdot \sin 65° \cdot 8{,}56 \cdot 7{,}33 \text{ m}^2 = 28{,}43 \text{ m}^2$$

$$A_{gesamt} = A_{ABE} + A_{BME} + A_{Sektor} = (17{,}5 + 28{,}43 + 23{,}17) \text{m}^2 = 69{,}1 \text{ m}^2$$

$$A_{CDDCBereich} = A_{Sektor} + A_{DCM} = 23{,}17 \text{ m}^2 + 4{,}08 \text{ m}^2 = 27{,}25 \text{ m}^2$$

$27{,}25 : 69{,}1 = 0{,}3944 \Rightarrow 39{,}44\ \%$

Aufgabe P1
Eine gaaaaanz typische Aufgabe… einfach mal schauen, was man gegeben hat, und dann nach und nach die unbekannten Strecken und Winkel berechnen ☺

Kosinus-Satz im Dreieck ABC:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos \sphericalangle CBA$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC}^2 = (9^2 + 5^2 - 2 \cdot 9 \cdot 5 \cdot \cos 70°)\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 75{,}22\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = 8{,}7\ cm$$

Sinus-Satz im Dreieck ABC:

$$\frac{\sin \sphericalangle BAC}{\overline{BC}} = \frac{\sin \sphericalangle CBA}{\overline{AC}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle BAC = \frac{\sin \sphericalangle CBA \cdot \overline{BC}}{\overline{AC}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle BAC = \frac{\sin 70° \cdot 5\ cm}{8{,}7\ cm} = 0{,}54$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle BAC = 32{,}7°$$

Holen wir uns noch ein paar Winkel:
$\sphericalangle BAD = \sphericalangle BAC + \sphericalangle CAD = 32{,}7° + 20° = 52{,}7°$
$\sphericalangle DCB = 180° - 70° = 110°$
$\sphericalangle ADC = 360° - 70° - 110° - 52{,}7° = 127{,}3°$
$\sphericalangle DCA = 180° - \sphericalangle CAD - \sphericalangle ADC = 180° - 20° - 127{,}3° = 32{,}7°$

Sinus-Satz im Dreieck ACD:

$$\frac{\overline{AD}}{\sin \sphericalangle DCA} = \frac{\overline{AC}}{\sin \sphericalangle ADC}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AD} = \frac{\overline{AC} \cdot \sin \sphericalangle DCA}{\sin \sphericalangle ADC}\ cm$$

$$\Leftrightarrow \overline{AD} = \frac{8{,}7 \cdot \sin 32{,}7°}{\sin 127{,}3°}\ cm = 5{,}9\ cm$$

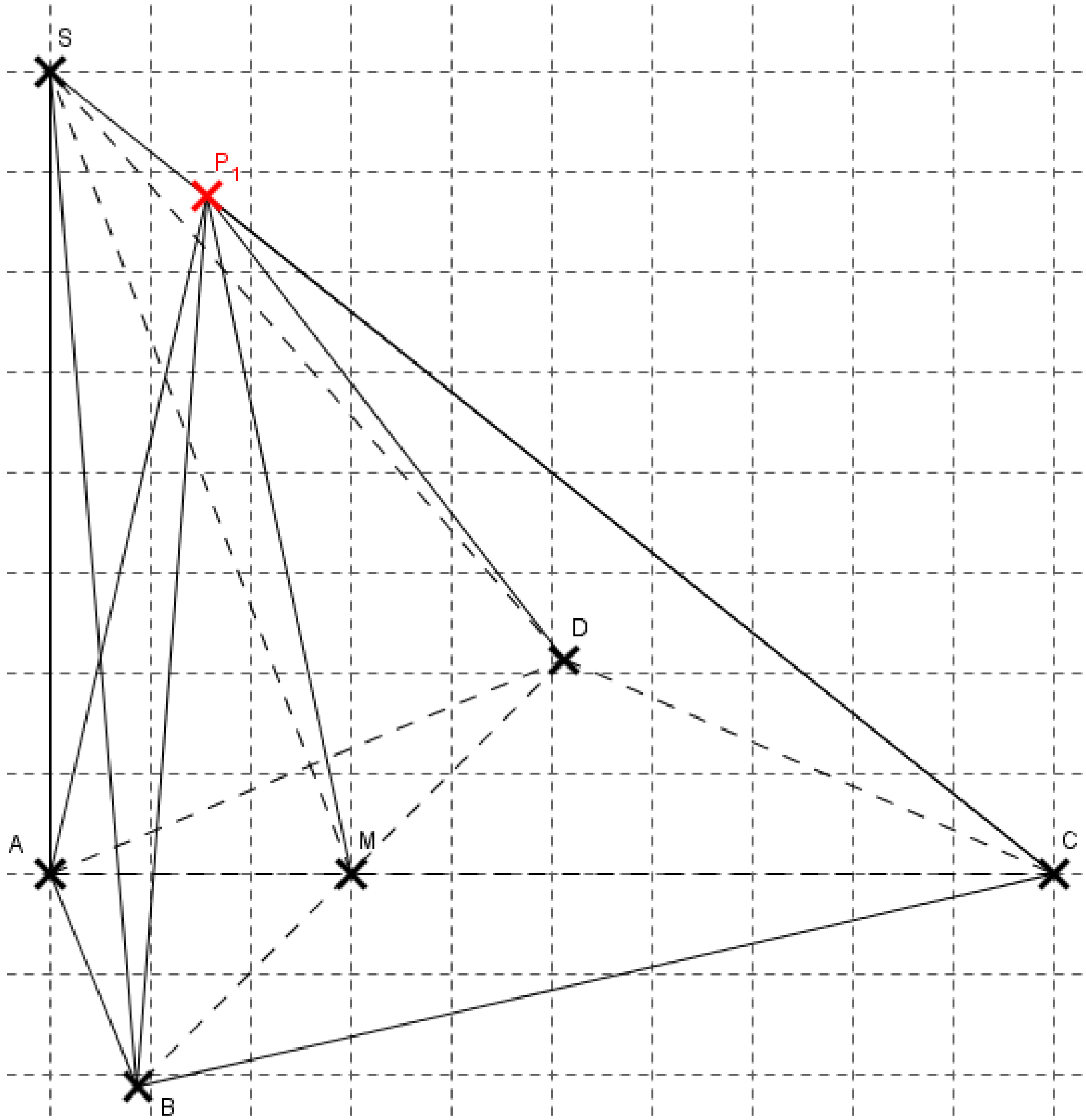
Und nun haben wir alles beinander:

$$A_{ACD} = 0{,}5 \cdot \sin \sphericalangle CAD \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AD}$$

$$\Leftrightarrow A_{ACD} = 0{,}5 \cdot \sin 20° \cdot 8{,}7 \cdot 5{,}9\ cm^2 = 8{,}8\ cm^2$$

Aufgabe P2

P 2.1



$$\tan \varepsilon = \frac{\overline{AS}}{\overline{AC}} = \frac{8}{10} = 0{,}8 \Leftrightarrow \varepsilon = 38{,}66°$$

$$\overline{SC} = \sqrt{\overline{AS}^2 + \overline{AC}^2}\ \text{cm} = \sqrt{8^2 + 10^2}\ \text{cm} = \sqrt{164}\ \text{cm} = 12{,}81\ \text{cm}$$

P 2.2

Kosinus-Satz im Dreieck MCP_1:

$$\overline{MP_1}^2 = \overline{MC}^2 + \overline{CP_1}^2 - 2 \cdot \overline{MC} \cdot \overline{CP_1} \cdot \cos \varepsilon$$

$$\Leftrightarrow \overline{MP_1}^2 = (7^2 + 10{,}81^2 - 2 \cdot 7 \cdot 10{,}81 \cdot \cos 38{,}66°)\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{MP_1}^2 = 47{,}68\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{MP_1} = 6{,}91\ \text{cm}$$

$$A_{BDP1} = 0{,}5 \cdot \overline{BD} \cdot \overline{MP_1} = 0{,}5 \cdot 12 \cdot 6{,}91\ \text{cm}^2 = 41{,}46\ \text{cm}^2$$

P 2.3

Kosinus-Satz im Dreieck MCP_n:

$$\overline{MP_n}^2(x) = \overline{MC}^2 + \overline{CP_n}^2 - 2 \cdot \overline{MC} \cdot \overline{CP_n} \cdot \cos \varepsilon$$

$$\Leftrightarrow \overline{MP_n}^2(x) = (7^2 + (12{,}81-x)^2 - 2 \cdot 7 \cdot (12{,}81-x) \cdot \cos 38{,}66°)\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{MP_n}^2(x) = (49 + 164{,}0961 - 25{,}62x + x^2 - 140{,}04 + 10{,}93x)cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{MP_n}^2(x) = (x^2 - 14{,}69x + 73{,}06)cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{MP_n}(x) = \sqrt{x^2 - 14{,}69x + 73{,}06}\ cm$$

$$T_{min} = x^2 - 14{,}69x + 7{,}345^2 - 7{,}345^2 + 73{,}06$$

$$\Leftrightarrow T_{min} = (x - 7{,}345)^2 + 19{,}11$$

$$\overline{MP_0}(7{,}35) = \sqrt{7{,}35^2 - 14{,}69 \cdot 7{,}35 + 73{,}06}\ cm = 4{,}37\ cm$$

Damit ist $\overline{MP_0}$ minimal für x = 7,35 und hat dabei die Länge 4,37 cm.

Aufgabe P3

P 3.1

$y = 1436725 \cdot 1{,}0294^{12} = 2034153$

P 3.2

Nach ca. 26 Jahren.

P 3.3

Es kann sich nur um Kandidat A handeln, da nur hier ein konstanter Anstieg (jedes Jahr 1800 Einwohner mehr) dargestellt wird.

Bei Kandidat B haben wir ein exponentielles Wachstum, während bei Kandidat C sogar ein Rückgang dargestellt wird.