Abschlussprüfung 2007
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II Haupttermin
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 28.06.2019

Aufgabe A1

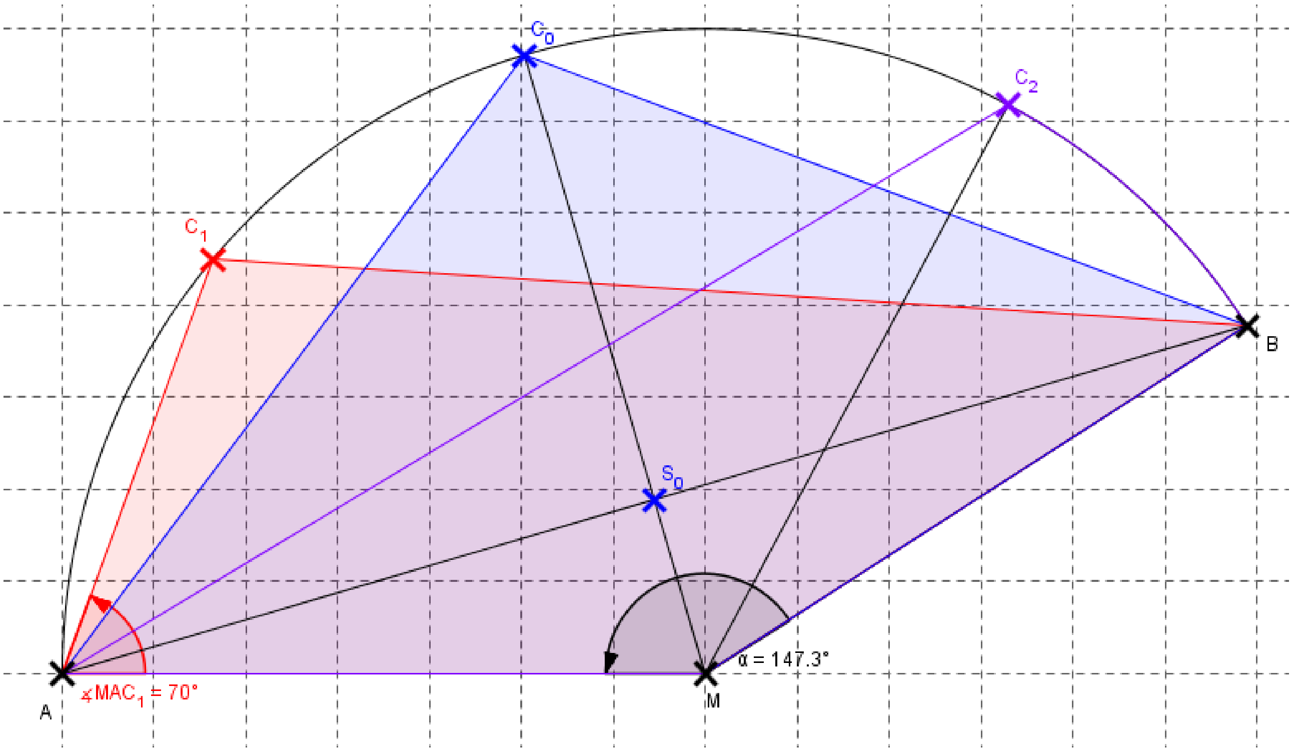
A 1.1

$$b = r \cdot \pi \cdot \frac{\sphericalangle BMA}{180°}$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle BMA = \frac{b \cdot 180°}{r \cdot \pi}$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle BMA = \frac{18 \cdot 180°}{7 \cdot \pi}$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \sphericalangle BMA = 147{,}3°$$



A 1.2

Kosinus-Satz im Dreieck AMB:

$$\overline{AB}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 - 2 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{BM} \cdot \cos \sphericalangle ADC$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB}^2 = (7^2 + 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \cos 147{,}3°)\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 180{,}5\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = 13{,}4\ cm$$

Damit gilt: $0 < x < 13{,}4$

A 1.3
Dreieck AMC_1:
Dieses Dreieck ist gleichschenklig mit der Basis $[AC_1]$. Damit ist $\sphericalangle AC_1M = \sphericalangle MAC_1 = 70°$ und $\sphericalangle C_1MA = 180° - 2 \cdot 70° = 40°$

$$A_{AMC1} = 0{,}5 \cdot \sin \sphericalangle C_1MA \cdot \overline{MC_1} \cdot \overline{MA}$$

$\Leftrightarrow$ $A_{AMC1} = 0{,}5 \cdot \sin 40° \cdot 7 \cdot 7 \text{ cm}^2 = 15{,}7 \text{ cm}^2$

Dreieck MBC_1:
$\sphericalangle BMC_1 = 147{,}3° - 40° = 107{,}3°$
Dieses Dreieck ist gleichschenklig mit der Basis $[BC_1]$. Damit ist $\sphericalangle MC_1B = \sphericalangle C_1BM = (180° - 107{,}3°) : 2 = 36{,}4°$

$$A_{AMC1} = 0{,}5 \cdot \sin \sphericalangle C_1MA \cdot \overline{MC_1} \cdot \overline{MB}$$

$\Leftrightarrow$ $A_{AMC1} = 0{,}5 \cdot \sin 107{,}3° \cdot 7 \cdot 7 \text{ cm}^2 = 23{,}4 \text{ cm}^2$
$A_{gesamt} = 15{,}7 \text{ cm}^2 + 23{,}4 \text{ cm}^2 = 39{,}1 \text{ cm}^2$
$15{,}7 : 39{,}1 = 0{,}4015 \quad \Rightarrow 40{,}15 \%$

A 1.4

$$A_{AMBC0} = 0{,}5 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{MC_0}$$

$\Leftrightarrow$ $A_{AMBC0} = 0{,}5 \cdot 13{,}4 \cdot 7 \text{ cm}^2 = 46{,}9 \text{ cm}^2$

A 1.5
Dreieck AMS_0: $\quad \sphericalangle S_0MA = 147{,}3° : 2 = 73{,}7°$

$$\cos 73{,}7° = \frac{\overline{MS_0}}{\overline{AM}}$$

$\Leftrightarrow$ $\overline{MS_0} = \cos 73{,}7° \cdot \overline{AM} = \cos 73{,}7° \cdot 7 \text{ cm} = 2{,}0 \text{ cm}$

Damit ist $\overline{C_0S_0} = 7 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$

Das Dreieck AMB ist immer gleich groß. Die Dreiecke ABC_n hängen von der Höhe $[C_nS_n]$ ab, und diese ist in dem gegebenen Fall am größten, da sie senkrecht auf der Mittelsenkrechten der anderen Diagonalen [AB] steht.

A 1.6
Kosinus-Satz im Dreieck AMC_2:

$$\overline{AC_2}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{MC_2}^2 - 2 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{MC_2} \cdot \cos \sphericalangle C_2MA$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle C_2MA = \frac{\overline{AC_2}^2 - \overline{AM}^2 - \overline{MC_2}^2}{-2 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{MC_2}}$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle C_2MA = \frac{12^2 - 7^2 - 7^2}{-2 \cdot 7 \cdot 7} = -0{,}47$$

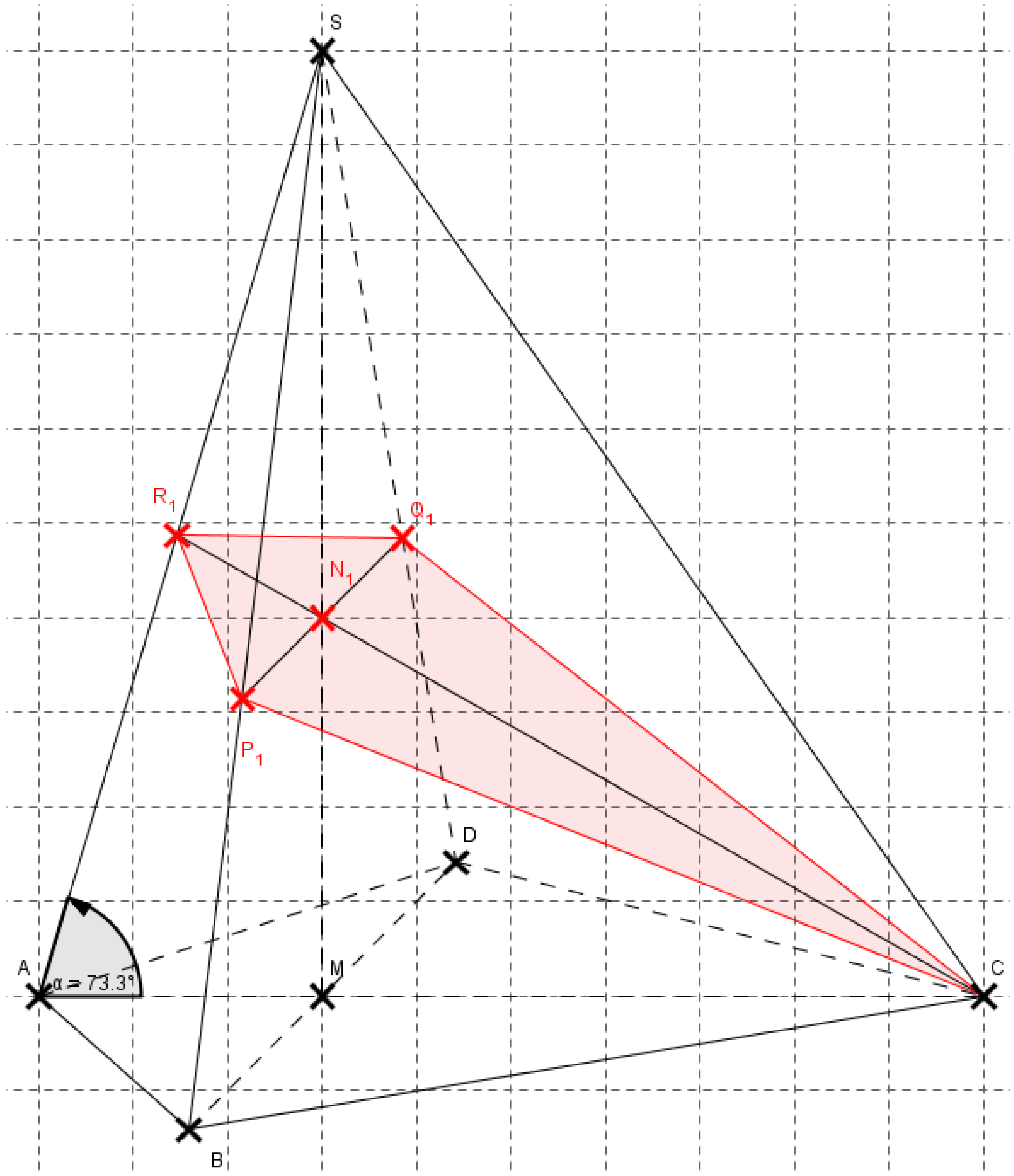
$\Leftrightarrow$ $\sphericalangle C_2MA = 118°$
$\sphericalangle BMC_2 = 147{,}3° - 118° = 29{,}3°$

$$\overset{\frown}{BC_2} = \overline{MB} \cdot \pi \cdot \frac{\sphericalangle BMC_2}{180°} = 7 \cdot \pi \cdot \frac{29{,}3°}{180°} \text{ cm} = 3{,}6 \text{ cm}$$

$u = 3{,}6 \text{ cm} + 7 \text{ cm} + 7 \text{ cm} + 12 \text{ cm} = 29{,}6 \text{ cm}$

Aufgabe A2

A 2.1



Dreieck AMS:

$$\tan\alpha = \frac{\overline{MS}}{\overline{AM}} = \frac{10}{3} = 3{,}33 \Leftrightarrow \alpha = 73{,}3°$$

Dreieck BMS:

$$\tan 0{,}5\varphi = \frac{\overline{BM}}{\overline{MS}} = \frac{4}{10} = 0{,}4 \Leftrightarrow 0{,}5\varphi = 21{,}8° \Leftrightarrow \varphi = 43{,}6°$$

A 2.2

Dreieck MCN_1:

$$\tan \sphericalangle N_1CM = \frac{\overline{MN_1}}{\overline{MC}} = \frac{4}{7} = 0,57 \Leftrightarrow \sphericalangle N_1CM = 29,7°$$

Dreieck ACR_1:

$$\sphericalangle AR_1C = 180° - 73,3° - 29,7° = 77°$$

Sinus-Satz im Dreieck ACR_1:

$$\frac{\overline{R_1C}}{\sin 73,3°} = \frac{\overline{AC}}{\sin 77°}$$

$$\Leftrightarrow \overline{R_1C} = \frac{\overline{AC} \cdot \sin 73,3°}{\sin 77°} \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{R_1C} = \frac{10 \cdot \sin 73,3°}{\sin 77°} \text{ cm} = 9,8 \text{ cm}$$

Vierstrecken-Satz im Bereich SBD:

$$\frac{\overline{P_1Q_1}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{SN_1}}{\overline{SM}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{P_1Q_1} = \frac{\overline{SN_1} \cdot \overline{BD}}{\overline{SM}} \text{ cm} = \frac{6 \cdot 8}{10} \text{ cm} = 4,8 \text{ cm}$$

$$A_{CQ1R1P1} = 0,5 \cdot \overline{R_1C} \cdot \overline{P_1Q_1} \text{ cm}^2 = 0,5 \cdot 9,8 \cdot 4,8 \text{ cm}^2 = 23,5 \text{ cm}^2$$

A 2.3

Vierstrecken-Satz im Bereich SBD:

$$\frac{\overline{P_nQ_n}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{SN_n}}{\overline{SM}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{P_nQ_n} = \frac{\overline{SN_n} \cdot \overline{BD}}{\overline{SM}} \text{ cm} = \frac{(10 - x) \cdot 8}{10} \text{ cm} = (8 - 0,8x) \text{ cm}$$

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot 0,5 \cdot (\overline{BD} + \overline{P_nQ_n}) \cdot \overline{MN_n} \cdot \overline{MC} \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = \frac{1}{3} \cdot 0,5 \cdot (8 + 8 - 0,8x) \cdot x \cdot 7 \text{ cm}^3$$

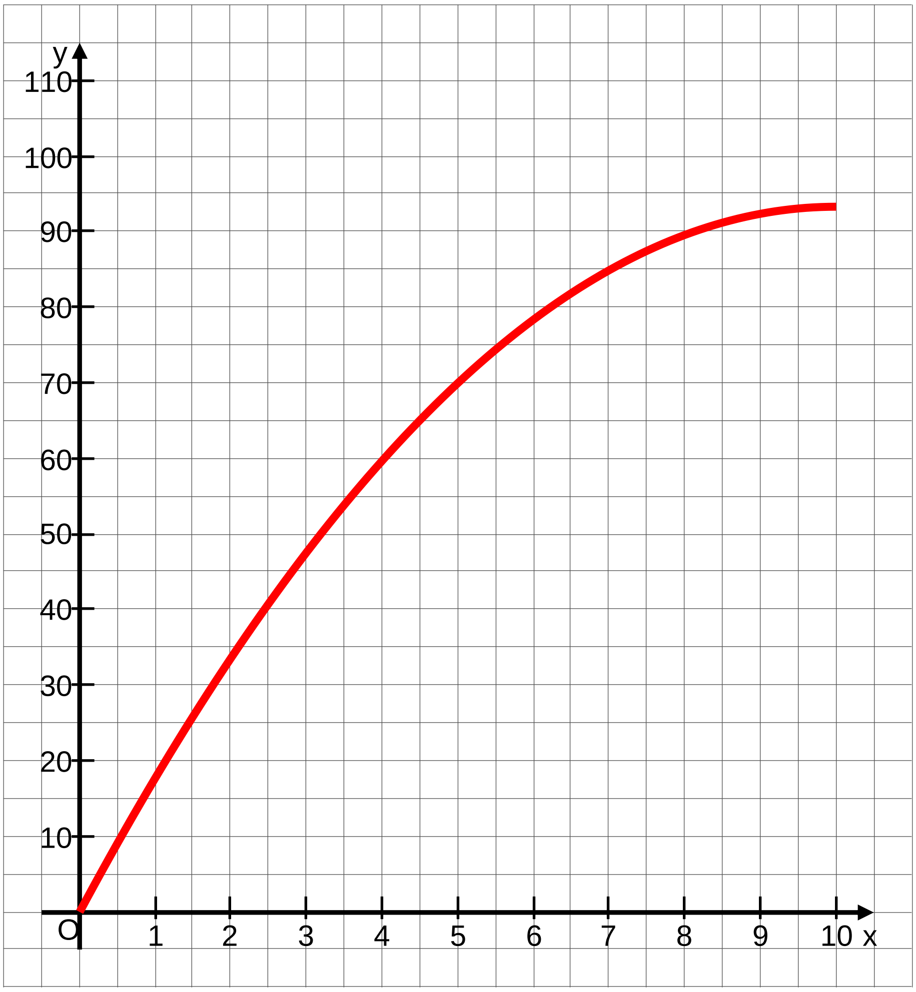
$$\Leftrightarrow V(x) = \frac{1}{6} \cdot (16 - \frac{8}{10}x) \cdot x \cdot 7 \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = (\frac{112}{6}x - \frac{56}{60}x^2) \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = (-\frac{14}{15}x^2 + \frac{56}{3}x) \text{ cm}^3$$

A 2.4

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0	18	34	48	60	70	78	85	90	92	93



A 2.5

$$40 = -\frac{14}{15}x^2 + \frac{56}{3}x$$

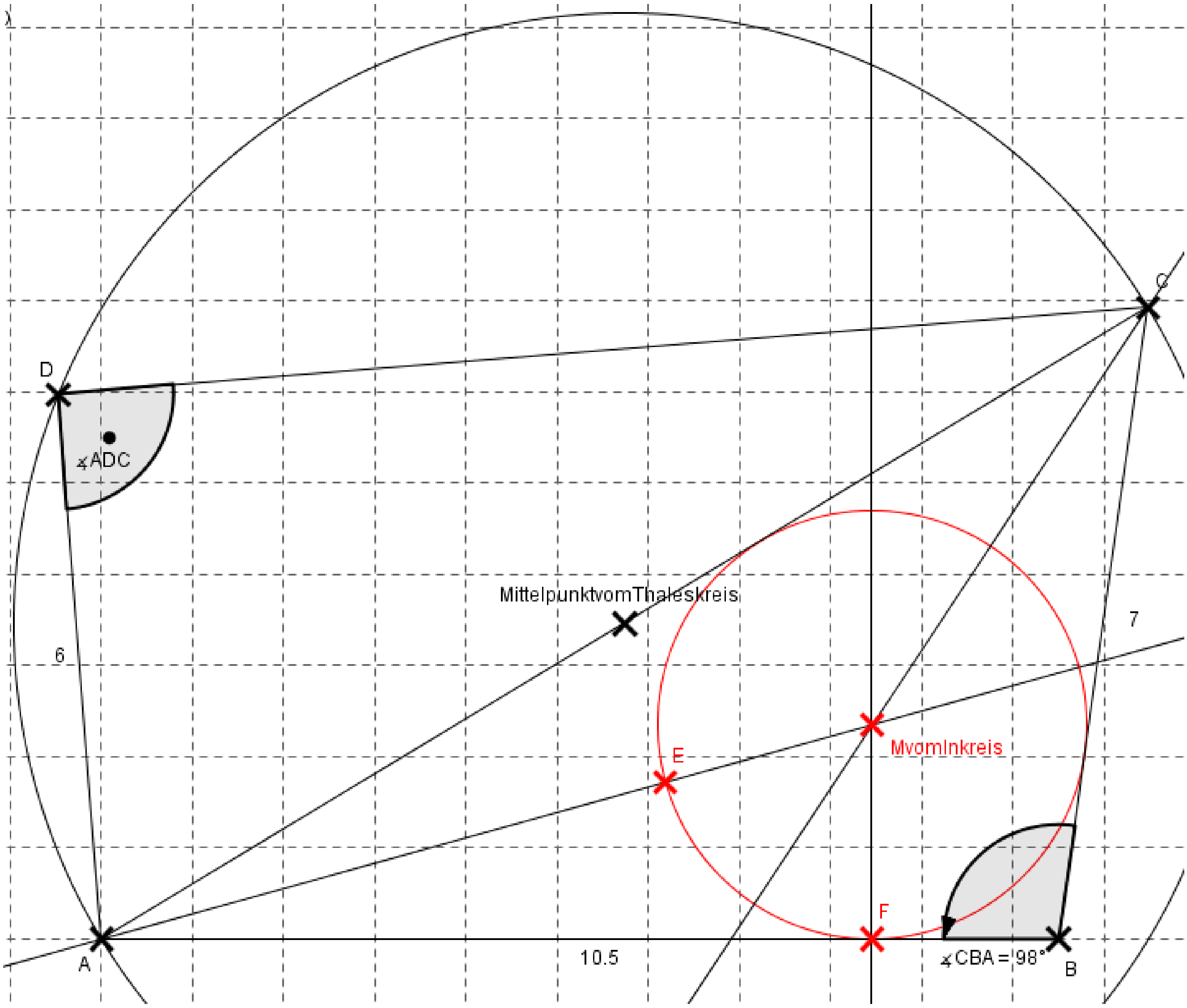
$$\Leftrightarrow \; -\frac{14}{15}x^2 + \frac{56}{3}x - 40 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-\frac{56}{3} \pm \sqrt{\frac{56}{3}^2 - 4 \cdot \left(-\frac{14}{15}\right) \cdot (-40)}}{2 \cdot \left(-\frac{14}{15}\right)}$$

$$= \frac{-\frac{56}{3} \pm \sqrt{199{,}11}}{\left(-\frac{28}{15}\right)} \quad \Rightarrow x_1 = 2{,}4 \; (\text{und } x_2 = 17{,}6) \quad \mathbb{L} = \{2{,}4\}$$

Aufgabe B1

B 1.1



Kosinus-Satz im Dreieck ABC:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos \sphericalangle CBA$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{AC}^2 = (10{,}5^2 + 7^2 - 2 \cdot 10{,}5 \cdot 7 \cdot \cos 98°)\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{AC}^2 = 179{,}7\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{AC} = 13{,}4\ \text{cm}$$

Dreieck ACD:

$$\cos \sphericalangle CAD = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{6}{13{,}4} = 0{,}45 \quad \Leftrightarrow \quad \sphericalangle CAD = 63{,}4°$$

B 1.2
Kosinus-Satz im Dreieck ABC:

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2\cdot\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\cos\sphericalangle BAC$$

$$\Leftrightarrow \cos\sphericalangle BAC = \frac{\overline{BC}^2 - \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2}{-2\cdot\overline{AB}\cdot\overline{AC}}$$

$$\Leftrightarrow \cos\sphericalangle BAC = \frac{7^2 - 10{,}5^2 - 13{,}4^2}{-2\cdot 10{,}5\cdot 13{,}4} = 0{,}86$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle BAC = 31{,}2°$$

B 1.3
Der Inkreismittelpunkt ist der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden.

B 1.4
Sinus-Satz im Dreieck ABM:

$$\frac{\overline{AM}}{\sin 0{,}5\sphericalangle CBA} = \frac{\overline{AB}}{\sin(180° - 0{,}5\sphericalangle CBA - 0{,}5\sphericalangle BAC)}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AM} = \frac{\overline{AB}\cdot\sin 49°}{\sin(180° - 49° - 15{,}6°)}\ \text{cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AM} = \frac{10{,}5\cdot\sin 49°}{\sin 115{,}4°}\ \text{cm} = 8{,}8\ \text{cm}$$

Dreieck AFM:

$$\sin 0{,}5\sphericalangle BAC = \frac{\overline{FM}}{\overline{AM}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{FM} = \sin 0{,}5\sphericalangle BAC\cdot\overline{AM}$$

$$\Leftrightarrow \overline{FM} = \sin 15{,}6°\cdot 8{,}8\ \text{cm} = 2{,}4\ \text{cm}$$

B 1.5
Dreieck AFM:

$$\sphericalangle AMF = 180° - 90° - 0{,}5\sphericalangle BAC = 90° - 15{,}6° = 74{,}4°$$

$$A_{AFM} = 0{,}5\cdot\sin\sphericalangle AMF\cdot\overline{AM}\cdot\overline{FM}$$

$$\Leftrightarrow A_{AFM} = 0{,}5\cdot\sin 74{,}4°\cdot 8{,}8\cdot 2{,}4\ \text{cm}^2 = 10{,}17\ \text{cm}^2$$

$$A_{Sektor} = \overline{FM}^2\cdot\pi\cdot\frac{74{,}4°}{360°} = 2{,}4^2\cdot\pi\cdot\frac{74{,}4°}{360°}\ \text{cm}^2 = 3{,}74\ \text{cm}^2$$

$$A_{gesuchteFläche} = 10{,}17\ \text{cm}^2 - 3{,}74\ \text{cm}^2 = 6{,}4\ \text{cm}^2$$

B 1.6

$$A_{ABC} = 0{,}5\cdot\sin\sphericalangle CBA\cdot\overline{AB}\cdot\overline{BC}$$

$$\Leftrightarrow A_{ABC} = 0{,}5\cdot\sin 98°\cdot 10{,}5\cdot 7\ \text{cm}^2 = 36{,}39\ \text{cm}^2$$

$$A_{ACD} = 0{,}5\cdot\sin\sphericalangle CAD\cdot\overline{AD}\cdot\overline{AC}$$

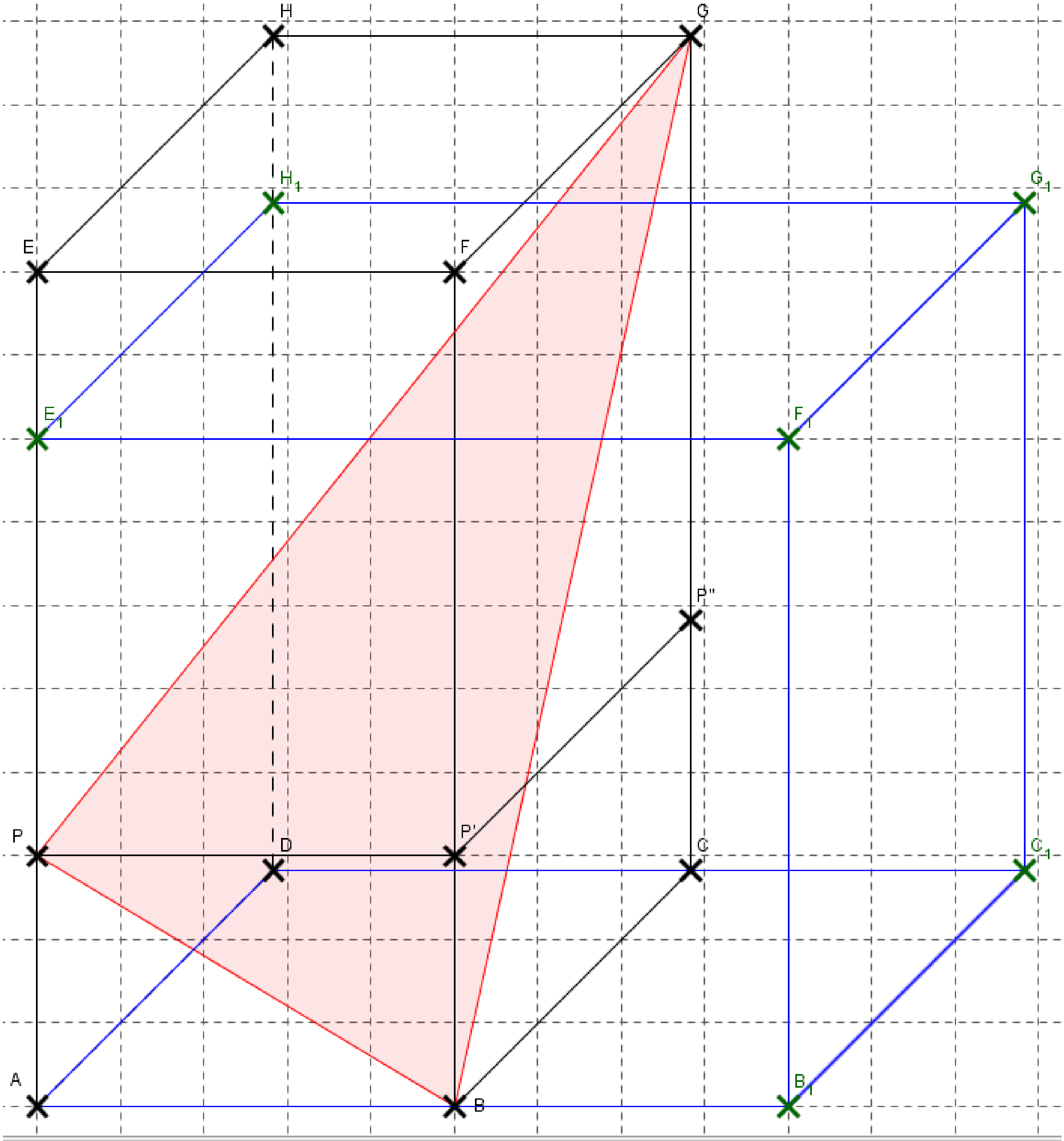
$$\Leftrightarrow A_{ACD} = 0{,}5\cdot\sin 63{,}4°\cdot 6\cdot 13{,}4\ \text{cm}^2 = 35{,}95\ \text{cm}^2$$

$$A_{gesamt} = 36{,}39\ \text{cm}^2 + 35{,}95\ \text{cm}^2 = 72{,}3\ \text{cm}^2$$

$$6{,}4 : 72{,}3 = 0{,}0885 \Rightarrow 8{,}85\ \%$$

Aufgabe B2

B 2.1



Dreieck ABP:

$\overline{BP} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AP}^2}$ cm $= \sqrt{5^2 + 3^2}$ cm $= \sqrt{34}$ cm $= 5,83$ cm

Quader, in dem $\overline{PG}$ die Raumdiagonale ist:

$\overline{PG} = \sqrt{\overline{PP'}^2 + \overline{P'P''}^2 + \overline{PE}}$ cm

$\Leftrightarrow$ $\overline{PG} = \sqrt{5^2 + 8^2 + 7^2}$ cm $= \sqrt{138}$ cm $= 11,75$ cm

B 2.2
Dreieck BCG:

$\overline{BG} = \sqrt{\overline{BC}^2 + \overline{CG}^2}$ cm $= \sqrt{8^2 + 10^2}$ cm $= \sqrt{164}$ cm $= 12{,}81$ cm

Kosinus-Satz im Dreieck BGP:

$$\overline{BG}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{PG}^2 - 2 \cdot \overline{BP} \cdot \overline{PG} \cdot \cos \sphericalangle BPG$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle BPG = \frac{\overline{BG}^2 - \overline{BP}^2 - \overline{PG}^2}{-2 \cdot \overline{BP} \cdot \overline{PG}}$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle BPG = \frac{12{,}81^2 - 5{,}83^2 - 11{,}75^2}{-2 \cdot 5{,}83 \cdot 11{,}75} = 0{,}06$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle BPG = 86{,}67°$$

B 2.3
Sinus-Satz im Dreieck BGP:

$$\frac{\sin \sphericalangle GPB}{\overline{PG}} = \frac{\sin \sphericalangle BPG}{\overline{BG}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle GPB = \frac{\sin \sphericalangle BPG \cdot \overline{PG}}{\overline{BG}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle GPB = \frac{\sin 86{,}67° \cdot 11{,}75 \text{ cm}}{12{,}81 \text{ cm}} = 0{,}92$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle GPB = 66{,}31°$$

Bei der Berechnung des Abstands entsteht ein 90°-Winkel zwischen dem Abstand und der Strecke [BG]. Daher gilt:

$$\sin \sphericalangle GPB = \frac{d(P;[BG])}{\overline{BP}}$$

$$\Leftrightarrow d(P;[BG]) = \sin \sphericalangle GPB \cdot \overline{BP}$$

$$\Leftrightarrow d(P;[BG]) = \sin 66{,}31° \cdot 5{,}83 \text{ cm} = 5{,}34 \text{ cm}$$

B 2.4 Siehe Zeichnung (blau)

B 2.5

$$V(x) = \overline{AB_n} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{AE_n} \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = (5 + 2x) \cdot 8 \cdot (10 - x) \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = (5 + 2x) \cdot (80 - 8x) \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = (400 - 40x + 160x - 16x^2) \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = (-16x^2 + 120x + 400) \text{ cm}^3$$

$$V_{max} = -16(x^2 - 7{,}5x) + 400$$

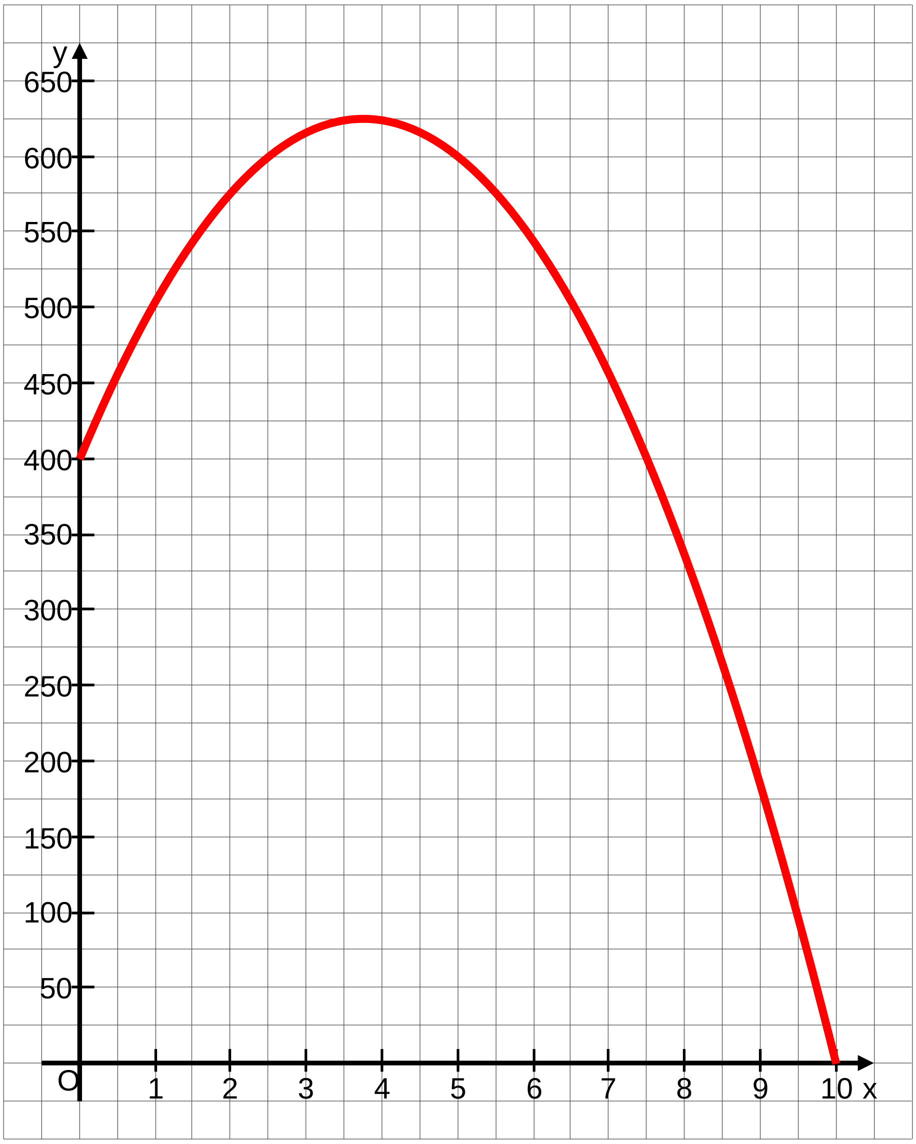
$$\Leftrightarrow V_{max} = -16(x^2 - 7{,}5x + 3{,}75^2 - 3{,}75^2) + 400$$

$$\Leftrightarrow V_{max} = -16(x - 3{,}75)^2 + 625$$

Damit ist $V_{max} = 625$ cm³ für $x = 3{,}75$.

B 2.6

x	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00
y	400,00	504,00	576,00	616,00	624,00	600,00	544,00	456,00	336,00	184,00	0,00



$$300 = -16x^2 + 120x + 400$$

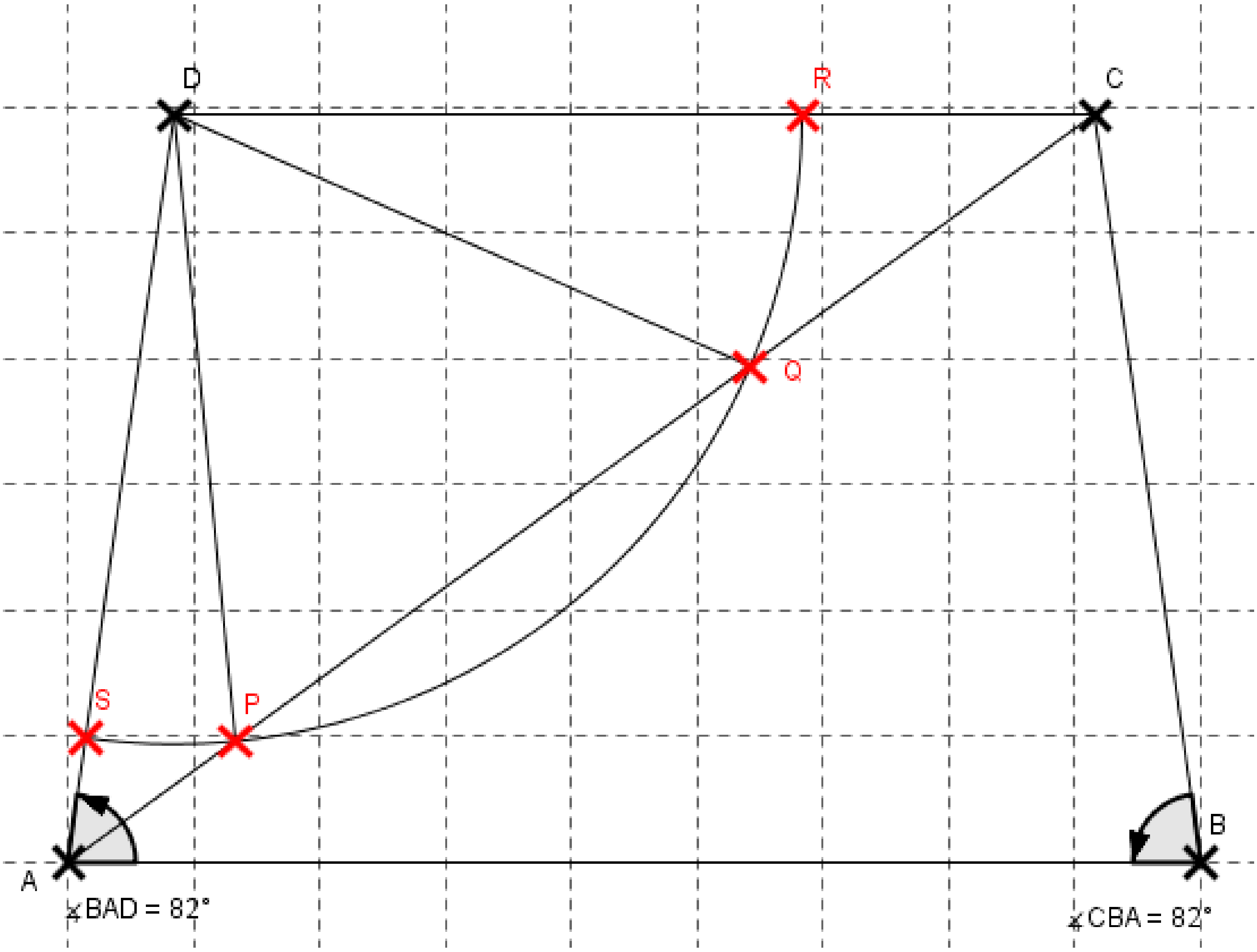
$$\Leftrightarrow \; -16x^2 + 120x + 100 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-120 \pm \sqrt{120^2 - 4 \cdot (-16) \cdot 100}}{2 \cdot (-16)}$$

$$= \frac{-120 \pm \sqrt{20800}}{-32} \quad \Rightarrow x_1 = 8{,}26 \text{ (und } x_2 = -0{,}76) \quad \mathbb{L} = \{8{,}26\}$$

Aufgabe C1

C 1.1 und C 1.2



Kosinus-Satz im Dreieck ABC:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos \sphericalangle CBA$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{AC}^2 = (27^2 + 18^2 - 2 \cdot 27 \cdot 18 \cdot \cos 82°)\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{AC}^2 = 917{,}72\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{AC} = 30{,}3\ \text{cm}$$

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \cos \sphericalangle BAC$$

$$\Leftrightarrow \quad \cos \sphericalangle BAC = \frac{\overline{BC}^2 - \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2}{-2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \cos \sphericalangle BAC = \frac{18^2 - 27^2 - 30{,}3^2}{-2 \cdot 27 \cdot 30{,}3} = 0{,}81$$

$$\Leftrightarrow \quad \sphericalangle BAC = 36{,}0°$$

C 1.3
Der folgende Lösungsweg ist nicht wirklich der kürzeste mögliche. Er liefert aber neben ein paar Rechenübungen ☺ vor allem schon Ergebnisse, die in den folgenden beiden Aufgaben benötigt werden.

$\sphericalangle CAD = \sphericalangle BAD - \sphericalangle BAC = 82° - 36° = 46°$
Kosinus-Satz im Dreieck ACD:

$$\overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{AC} \cdot \cos \sphericalangle CAD$$
$$\Leftrightarrow \overline{CD}^2 = (18^2 + 30{,}3^2 - 2 \cdot 18 \cdot 30{,}3 \cdot \cos 46°)\ \text{cm}^2$$
$$\Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 484{,}36\ \text{cm}^2$$
$$\Leftrightarrow \overline{CD} = 22\ \text{cm}$$

Sinus-Satz im Dreieck APD:

$$\frac{\sin \sphericalangle DPA}{\overline{AD}} = \frac{\sin \sphericalangle CAD}{\overline{DP}}$$
$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle DPA = \frac{\sin \sphericalangle CAD \cdot \overline{AD}}{\overline{DP}}$$
$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle DPA = \frac{\sin 46° \cdot 18}{15} = 0{,}86$$
$$\Leftrightarrow \sphericalangle DPA = 180° - 59{,}7° = 120{,}3°$$

$\sphericalangle ADP = 180° - \sphericalangle DPA - \sphericalangle CAD = 180° - 120{,}3° - 46° = 13{,}7°$
$\sphericalangle DCA = \sphericalangle BAC = 36°$
Sinus-Satz im Dreieck DQC:

$$\frac{\sin \sphericalangle CQD}{\overline{DC}} = \frac{\sin \sphericalangle DCA}{\overline{DQ}}$$
$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle CQD = \frac{\sin \sphericalangle DCA \cdot \overline{DC}}{\overline{DQ}}$$
$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle CQD = \frac{\sin 36° \cdot 22}{15} = 0{,}86$$
$$\Leftrightarrow \sphericalangle CQD = 180° - 59{,}6° =$$

$\sphericalangle QDC = 180° - \sphericalangle CQD - \sphericalangle DCA = 180° - 120{,}4° - 36° = 23{,}6°$

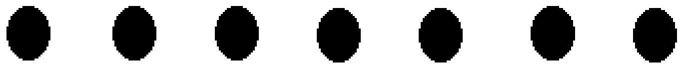
$\sphericalangle ADC = 180° - \sphericalangle BAD = 180° - 82° = 98°$
$\sphericalangle PDQ = \sphericalangle ADC - \sphericalangle ADP - \sphericalangle QDC = 98° - 13{,}7° - 23{,}6° = 60{,}7°$
[im Folgenden 60,6°]

$$A_{Sektor} = \overline{DP}^2 \cdot \pi \cdot \frac{\sphericalangle PDQ}{360°}$$
$$\Leftrightarrow A_{Sektor} = 15^2 \cdot \pi \cdot \frac{60{,}6°}{360°}\ \text{cm}^2 = 119\ \text{cm}^2$$

C 1.4

$b = \overline{DP} \cdot \pi \cdot \frac{\sphericalangle QDC}{180°} \text{ cm} = 15 \cdot \pi \cdot \frac{23,6°}{180°} \text{ cm} = 6,2 \text{ cm}$

6,2 cm : 6 = 1 cm
(Wenn 7 Nieten gesetzt werden, entstehen zwischen den Nieten 6 Abstände)



C 1.5

$A_{ABC} = 0,5 \cdot \sin \sphericalangle CBA \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC}$

$\Leftrightarrow A_{ABC} = 0,5 \cdot \sin 82° \cdot 27 \cdot 18 \text{ cm}^2 = 240,64 \text{ cm}^2$

$A_{ACD} = 0,5 \cdot \sin \sphericalangle CAD \cdot \overline{AD} \cdot \overline{AC}$

$\Leftrightarrow A_{ACD} = 0,5 \cdot \sin 46° \cdot 18 \cdot 30,3 \text{ cm}^2 = 196,16 \text{ cm}^2$

$A_{gesamt} = 240,64 \text{ cm}^2 + 196,16 \text{ cm}^2 = 436,80 \text{ cm}^2$

$A_{Sektor} = \overline{DP}^2 \cdot \pi \cdot \frac{\sphericalangle ADC}{360°}$

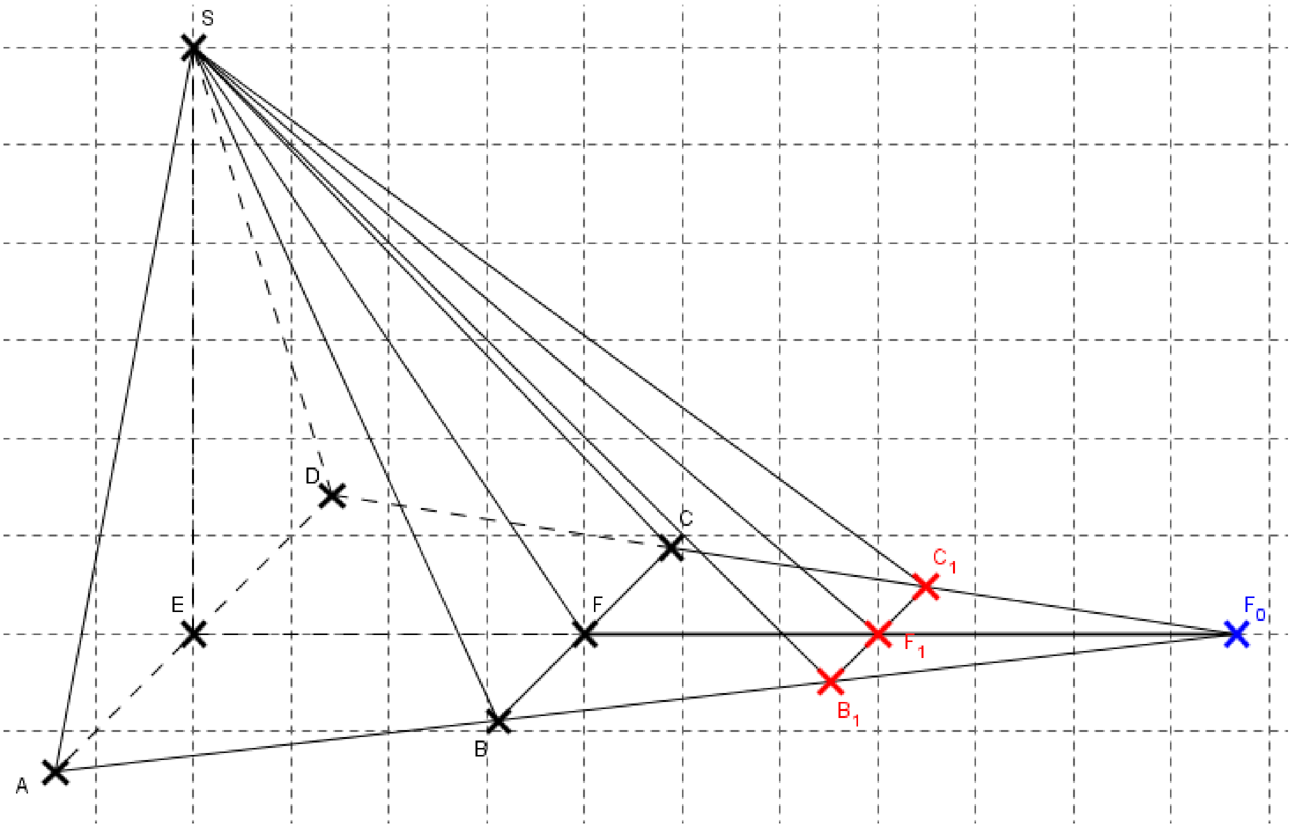
$\Leftrightarrow A_{Sektor} = 15^2 \cdot \pi \cdot \frac{98°}{360°} \text{ cm}^2 = 192,42 \text{ cm}^2$

$A_{Leder} = 436,80 \text{ cm}^2 - 192,42 \text{ cm}^2 = 244,38 \text{ cm}^2$

$244,38 : 436,80 = 0,5595 \Rightarrow 55,95\ \%$

Aufgabe C2

C 2.1 und C 2.2



Dreieck EFS:

$$\overline{SF} = \sqrt{\overline{EF}^2 + \overline{ED}^2} \text{ cm} = \sqrt{4^2 + 6^2} \text{ cm} = \sqrt{52} \text{ cm} = 7{,}21 \text{ cm}$$

Dreieck BFS:

$$\tan 0{,}5\varphi = \frac{\overline{BF}}{\overline{SF}} = \frac{2{,}5}{\sqrt{52}} = 0{,}35 \Leftrightarrow 0{,}5\varphi = 19{,}12° \Leftrightarrow \varphi = 38{,}24°$$

C 2.3

Vierstreckensatz im Bereich AF_0D:

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{FF_0}}{\overline{EF_0}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{5}{8} = \frac{x}{x + 4}$$

$$\Leftrightarrow \quad 5(x + 4) = 8x$$

$$\Leftrightarrow \quad 5x + 20 = 8x$$

$$\Leftrightarrow \quad 3x = 20$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{20}{3}$$

C 2.4

Vierstreckensatz im Bereich BF_0C:

$$\frac{\overline{B_nC_n}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{F_nF_0}}{\overline{FF_0}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{B_nC_n} = \frac{\overline{F_nF_0} \cdot \overline{BC}}{\overline{FF_0}} \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{B_nC_n} = \frac{(\frac{20}{3} - x) \cdot 5}{\frac{20}{3}} \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{B_nC_n} = (\frac{20}{3} - x) \cdot 5 \cdot \frac{3}{20} \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{B_nC_n} = (\frac{20}{3} - x) \cdot \frac{15}{20} \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{B_nC_n} = (\frac{20}{3} - x) \cdot \frac{15}{20} \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{B_nC_n} = (5 - 0{,}75x) \text{ cm}$$

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot (\overline{B_nC_n} + \overline{AD}) \cdot \overline{EF_0} \cdot \overline{ES} \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow \quad V(x) = \frac{1}{6} \cdot ((5 - 0{,}75x) + 8) \cdot (x + 4) \cdot 6 \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow \quad V(x) = \frac{1}{6} \cdot (13 - 0{,}75x) \cdot (6x + 24) \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow \quad V(x) = \frac{1}{6} \cdot (78x + 312 - 4{,}5x^2 - 18x) \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow \quad V(x) = \frac{1}{6} \cdot (-4{,}5x^2 + 60x + 312) \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow \quad V(x) = (-0{,}75x^2 + 10x + 52) \text{ cm}^3$$

C 2.5

$$V_{ABCDS} = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot (\overline{BC} + \overline{AD}) \cdot \overline{EF} \cdot \overline{ES} \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow \quad V_{ABCDS} = \frac{1}{6} \cdot (5 + 8) \cdot 4 \cdot 6 \text{ cm}^3 = 52 \text{ cm}^3$$

25 % von 52 sind 13. Also:

$$13 + 52 = -0{,}75x^2 + 10x + 52$$

$$\Leftrightarrow \quad -0{,}75x^2 + 10x - 13 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot (-0{,}75) \cdot (-13)}}{2 \cdot (-0{,}75)}$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{61}}{-1{,}5} \quad \Rightarrow x_1 = 1{,}46 \text{ (und } x_2 = 11{,}87 > \frac{20}{3}) \quad \mathbb{L} = \{1{,}46\}$$

Aufgabe P1

P 1.1

$V_{Kugel} = \frac{4}{3} \cdot \overline{CM}^3 \cdot \pi \text{ cm}^3 = \frac{4}{3} \cdot 4^3 \cdot \pi \text{ cm}^3 = 268{,}08 \text{ cm}^3$

42 % von 268,08 (ungerundet) sind 112,59 cm^3

Dreieck CAM:

$$\sin \sphericalangle MAC = \frac{\overline{CM}}{\overline{MA}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{MA} = \frac{\overline{CM}}{\sin \sphericalangle MAC} \text{ cm} = \frac{4}{\sin 20°} \text{ cm} = 11{,}70 \text{ cm}$$

$\sphericalangle CMA = 180° - 90° - \sphericalangle MAC = 90° - 20° = 70°$

Dreieck CNM:

$$\sin \sphericalangle CMN = \frac{\overline{CN}}{\overline{CM}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{CN} = \sin \sphericalangle CMN \cdot \overline{CM} \text{ cm} = \sin 70° \cdot 4 \text{ cm} = 3{,}76 \text{ cm}$$

$$\cos \sphericalangle CMN = \frac{\overline{MN}}{\overline{CM}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{MN} = \cos \sphericalangle CMN \cdot \overline{CM} \text{ cm} = \cos 70° \cdot 4 \text{ cm} = 1{,}37 \text{ cm}$$

$\overline{NA} = \overline{MA} - \overline{MN} = 11{,}70 \text{ cm} - 1{,}37 \text{ cm} = 10{,}33 \text{ cm}$

$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \overline{CN}^2 \cdot \overline{NA} \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot 3{,}76^2 \cdot \pi \cdot 10{,}33 \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow \quad V_{Kegel} = 152{,}93 \text{ cm}^3 > 112{,}59 \text{ cm}^3 \text{ Klappt!}$$

Aufgabe P2

P 2.1 und P 2.2

$y = -(x - 1{,}5)^2 + a$

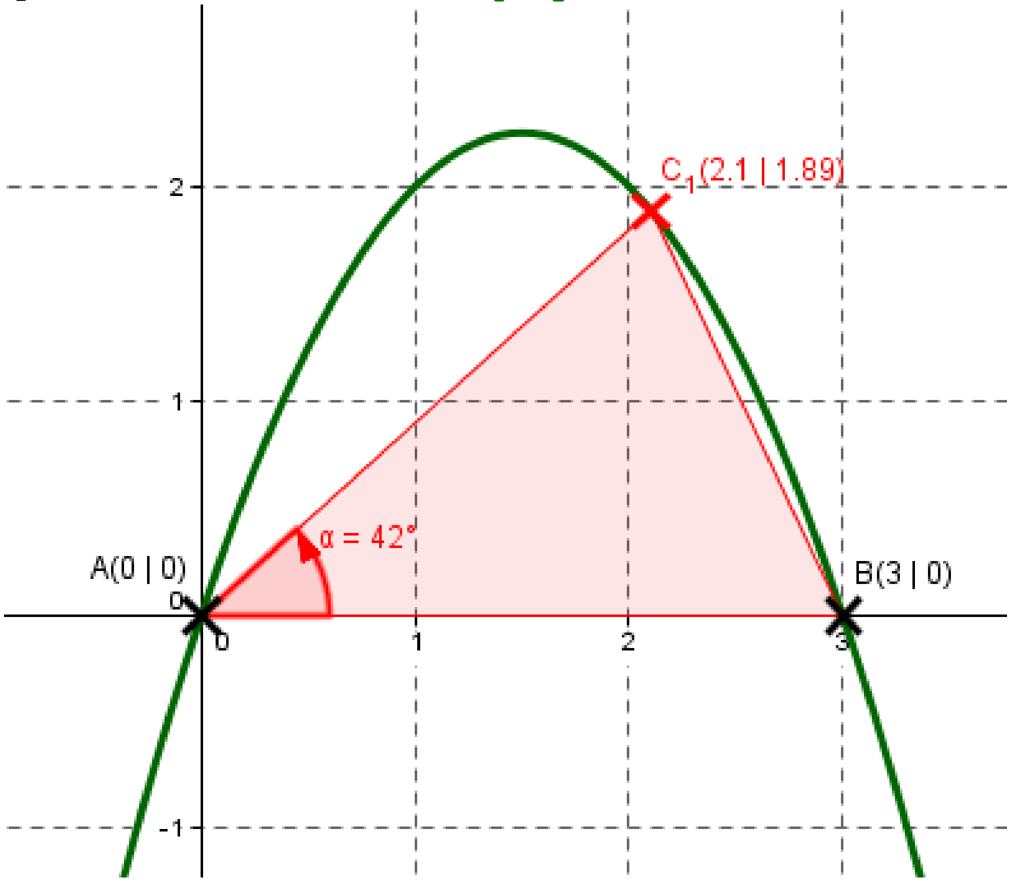
$\Leftrightarrow \quad 0 = -(0 - 1{,}5)^2 + a$

$\Leftrightarrow \quad a = 2{,}25 \quad \mathbb{L} = \{2{,}25\}$ Damit ist $S(1{,}5 \mid 2{,}25)$ und es gilt:

$y = -(x - 1{,}5)^2 + 2{,}25$

$\Leftrightarrow \quad y = -(x^2 - 3x + 2{,}25) - 2{,}25$

$\Leftrightarrow \quad y = -x^2 + 3x$ Damit ist **p: $y = -x^2 + 3x$**



P 2.3

C_1 ist der Schnittpunkt einer Geraden $g = AC_1$ mit **p**.

$\tan 42° = 0{,}90$

Damit ist g: $y = 0{,}90x$

$0{,}90x = -x^2 + 3x$

$\Leftrightarrow \quad x^2 - 2{,}1x = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2{,}1 \pm \sqrt{(-2{,}1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1}$$

$= \frac{2{,}1 \pm 2{,}1}{2} \quad \Rightarrow x_1 = 2{,}1$ (und $x_2 = 0$) $\quad \mathbb{L} = \{2{,}1\}$ **$C_1(2{,}1 \mid 1{,}89)$**

P 3.3

$\overline{AC_0} = \sqrt{1{,}5^2 + 2{,}25^2}$ cm $= 2{,}70$ cm

$\overline{AB} = \sqrt{3^2 + 0^2}$ cm $= 3$ cm

$\overline{AC_0} \neq \overline{AB} \Rightarrow$ Das Dreieck ABC_0 ist nicht gleichseitig.

Aufgabe P3

Dreieck APB:

$\sphericalangle APB = 180° - \sphericalangle BAP - \sphericalangle PBA = 180° - 60° - 35° = 85°$

Sinus-Satz im Dreieck ABP:

$$\frac{\overline{BP}}{\sin 60°} = \frac{\overline{AB}}{\sin 85°}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{BP} = \frac{\overline{AB} \cdot \sin 60°}{\sin 85°} \text{ m}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{BP} = \frac{60 \cdot \sin 60°}{\sin 85°} \text{ m} = 52{,}16 \text{ m}$$

Dreieck BQP:

$\sphericalangle QBP = 110° - 35° = 75°$

$\sphericalangle BPQ = 180° - 85° = 95°$

$\sphericalangle PQB = 180° - 95° - 75° = 10°$

Sinus-Satz im Dreieck BQP:

$$\frac{\overline{PQ}}{\sin 75°} = \frac{\overline{BP}}{\sin 10°}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{PQ} = \frac{\overline{BP} \cdot \sin 75°}{\sin 10°} \text{ m}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{PQ} = \frac{52{,}13 \cdot \sin 75°}{\sin 10°} \text{ m} = 289{,}98 \text{ m}$$