Abschlussprüfung 2005
an den Realschulen in Bayern
Mathematik II Haupttermin
Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 24.06.2014

Aufgabe A1 **g: y = 0,5x - 1**

A 1.1 und A 1.2 P(0 | -1) Q(5,5 | 1,75)

I $-1 = -1 \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$

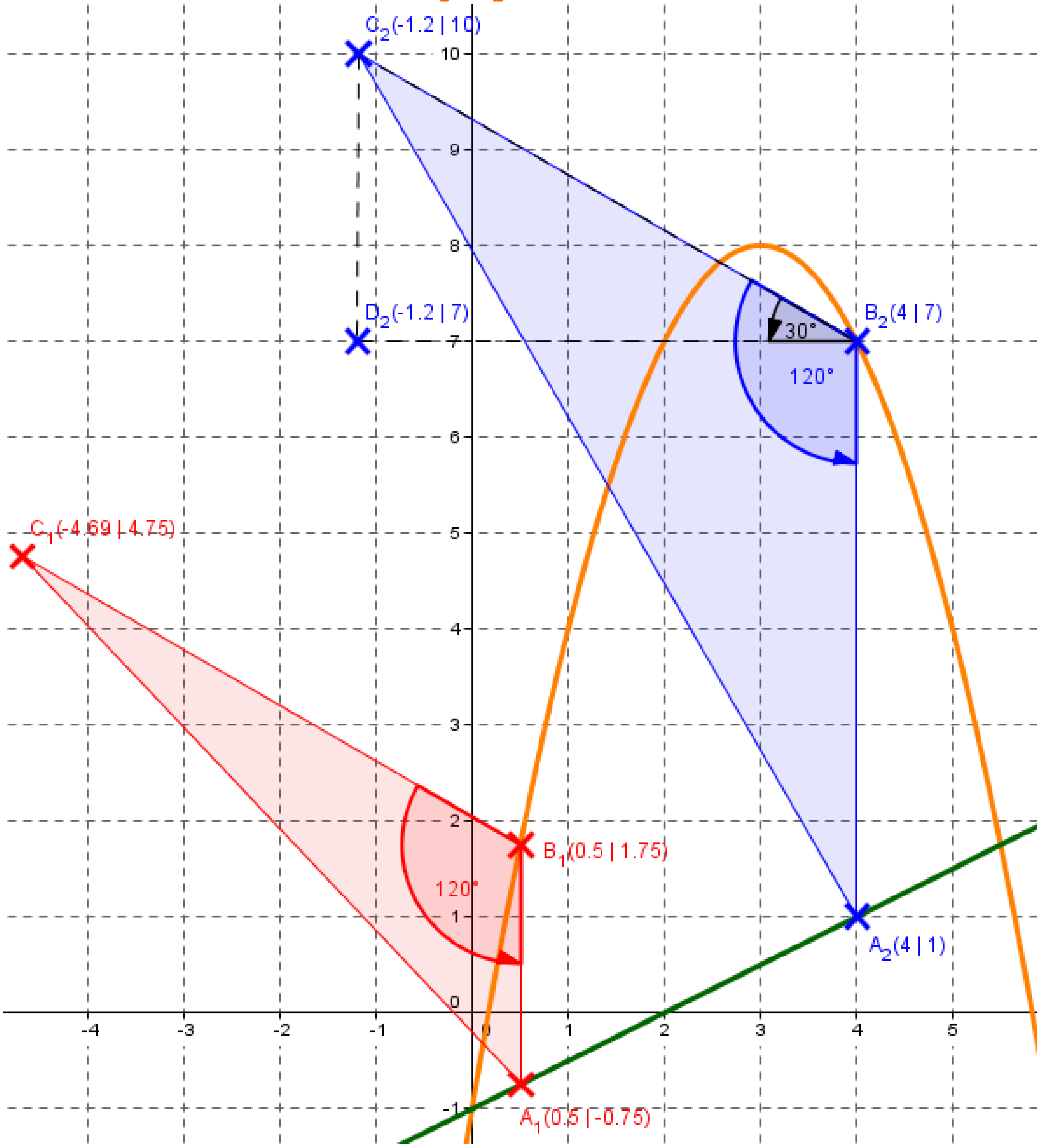
II $1,75 = -1 \cdot 5,5^2 + b \cdot 5,5 + c$

⇔ I $c = -1$ in II

II $1,75 = -30,25 + b \cdot 5,5 - 1$

⇔ $5,5b = 33$

⇔ $b = 6$ Damit ist **p: y = -x² + 6x - 1**



A 1.3

Dreieck $D_nB_nC_n$:

$$\sin 30° = \frac{\overline{D_nC_n}}{\overline{B_nC_n}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{D_nC_n} = \sin 30° \cdot \overline{B_nC_n} = \sin 30° \cdot 6 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

$$\cos 30° = \frac{\overline{B_nD_n}}{\overline{B_nC_n}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{B_nD_n} = \cos 30° \cdot \overline{B_nC_n} = \cos 30° \cdot 6 \text{ cm} = 5{,}20 \text{ cm}$$

Da D_n immer links von B_n liegt, ergibt sich -5,20 cm.

Also: $\overrightarrow{B_nC_n} = \begin{pmatrix} -5{,}20 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{OC_3} = \overrightarrow{OB_3} \oplus \overrightarrow{B_nC_n}$$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OC_3} = \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 5{,}75 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -5{,}20 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3{,}70 \\ 8{,}75 \end{pmatrix}$ Damit: $C_3(-3{,}70|8{,}75)$.

A 1.4

$$\overline{A_nB_n}(x) = \sqrt{(x - x)^2 + (\mathbf{-x^2 + 6x - 1} - (\mathbf{0{,}5x - 1}))^2}$$

$$\Leftrightarrow \overline{A_nB_n}(x) = (-x^2 + 6x - 1 - 0{,}5x + 1) \text{ LE}$$

$$\Leftrightarrow \overline{A_nB_n}(x) = (-x^2 + 5{,}5x) \text{ LE}$$

$\overline{B_nC_n} = \sqrt{(-5{,}20)^2 + (3)^2}$ LE = 6 LE (oder aus Angabe ☺)

$$A(x) = 0{,}5 \cdot \sin 120° \cdot \overline{A_nB_n}(x) \cdot \overline{B_nC_n} \text{ FE}$$

$$\Leftrightarrow A(x) = 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot \sqrt{3} \cdot (-x^2 + 5{,}5x) \cdot 6 \text{ FE}$$

$$\Leftrightarrow A(x) = 2{,}60 \cdot (-x^2 + 5{,}5x) \text{ FE}$$

$$22 = 2{,}60 \cdot (-x^2 + 5{,}5x)$$

$$\Leftrightarrow 8{,}46 = -x^2 + 5{,}5x$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 5{,}5x - 8{,}46 = 0$$

$D = 5{,}5^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-8{,}46) = -3{,}59 < 0$ A: Gibt es nicht.

A 1.5

$\sphericalangle BAC = 180° - 120° - 25° = 35°$ Sinus-Satz:

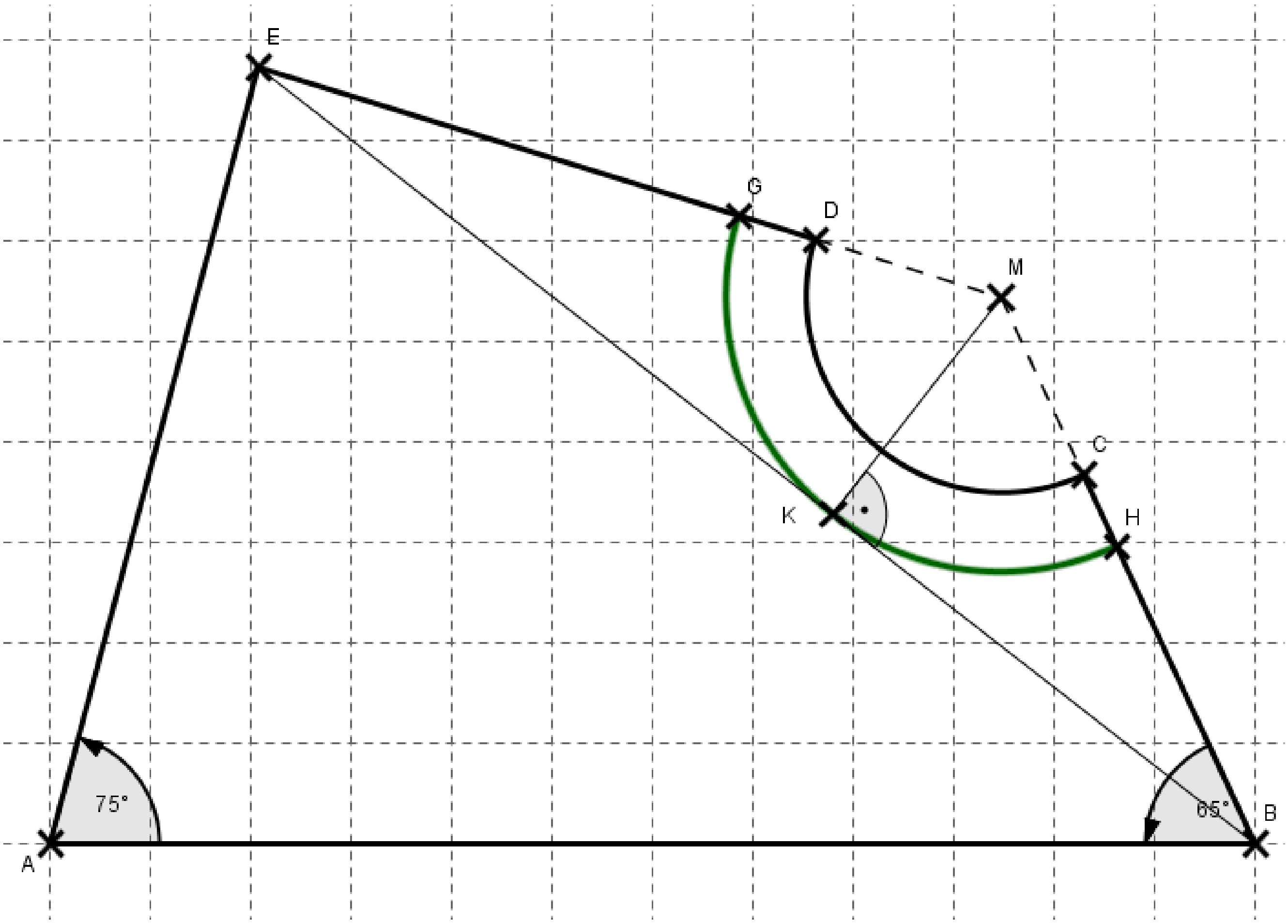
$$\frac{\overline{A_nB_n}}{\sin 25°} = \frac{\overline{C_nB_n}}{\sin 35°}$$

$$\Leftrightarrow \overline{A_nB_n} = \frac{\overline{C_nB_n} \cdot \sin 25°}{\sin 35°} \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{A_nB_n} = \frac{6 \cdot \sin 25°}{\sin 35°} \text{ cm} = 4{,}42 \text{ cm}$$

Aufgabe A2

A 2.1



A 2.2

Kosinus-Satz im Dreieck ABE:

$$\overline{EB}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AE}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AE} \cdot \cos 75°$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{EB}^2 = (120^2 + 80^2 - 2 \cdot 120 \cdot 80 \cdot \cos 75°)\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{EB}^2 = 15830{,}67\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{EB} = 125{,}82\ m$$

$$\overline{AE}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{EB}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{EB} \cdot \cos \sphericalangle EBA$$

$$\Leftrightarrow \quad \cos \sphericalangle EBA = \frac{\overline{AE}^2 - \overline{AB}^2 - \overline{EB}^2}{-2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{EB}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \cos \sphericalangle EBA = \frac{80^2 - 120^2 - 125{,}82^2}{-2 \cdot 120 \cdot 125{,}82} = 0{,}79$$

$$\Leftrightarrow \quad \sphericalangle EBA = 37{,}91°$$

A 2.3

$\sphericalangle MBE = 65° - 37{,}89° = 27{,}11°$

Kosinus-Satz im Dreieck EBM:

$$\overline{EM}^2 = \overline{EB}^2 + \overline{BM}^2 - 2 \cdot \overline{EB} \cdot \overline{BM} \cdot \cos 27{,}11°$$

$$\Leftrightarrow \overline{EM}^2 = (125{,}82^2 + 60^2 - 2 \cdot 125{,}82 \cdot 60 \cdot \cos 27{,}11°)\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{EM}^2 = 5991{,}08\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{EM} = 77{,}40\ m$$

$$r = \overline{EM} - \overline{ED} = 77{,}40\ m - 58\ m = 19{,}40\ m$$

A 2.4

Kosinus-Satz im Dreieck EBM:

$$\overline{EB}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{EM}^2 - 2 \cdot \overline{BM} \cdot \overline{EM} \cdot \cos \sphericalangle EMB$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle EBA = \frac{\overline{EB}^2 - \overline{BM}^2 - \overline{EM}^2}{-2 \cdot \overline{BM} \cdot \overline{EM}}$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle EBA = \frac{125{,}82^2 - 60^2 - 77{,}40^2}{-2 \cdot 60 \cdot 77{,}40} = -0{,}67$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle EBA = 132{,}21°$$

$$A_{gesamt} = A_{ABE} + A_{BME} - A_{Sektor}$$

$$\Leftrightarrow A_{gesamt} = 0{,}5 \cdot \sin 75° \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AE} + 0{,}5 \cdot \sin 27{,}11° \cdot \overline{EB} \cdot \overline{BM} - r^2 \cdot \pi \cdot \frac{132{,}21°}{360°}$$

$$\Leftrightarrow A_{gesamt} = (0{,}5 \cdot \sin 75° \cdot 120 \cdot 80 + 0{,}5 \cdot \sin 27{,}11° \cdot 125{,}82 \cdot 60 - 19{,}4^2 \cdot \pi \cdot \frac{132{,}21°}{360°})\ m^2$$

$$\Leftrightarrow A_{gesamt} = 5922{,}30\ m^2$$

A 2.5

Dreieck KBM:

$$\sin 27{,}11° = \frac{\overline{KM}}{\overline{MB}}$$

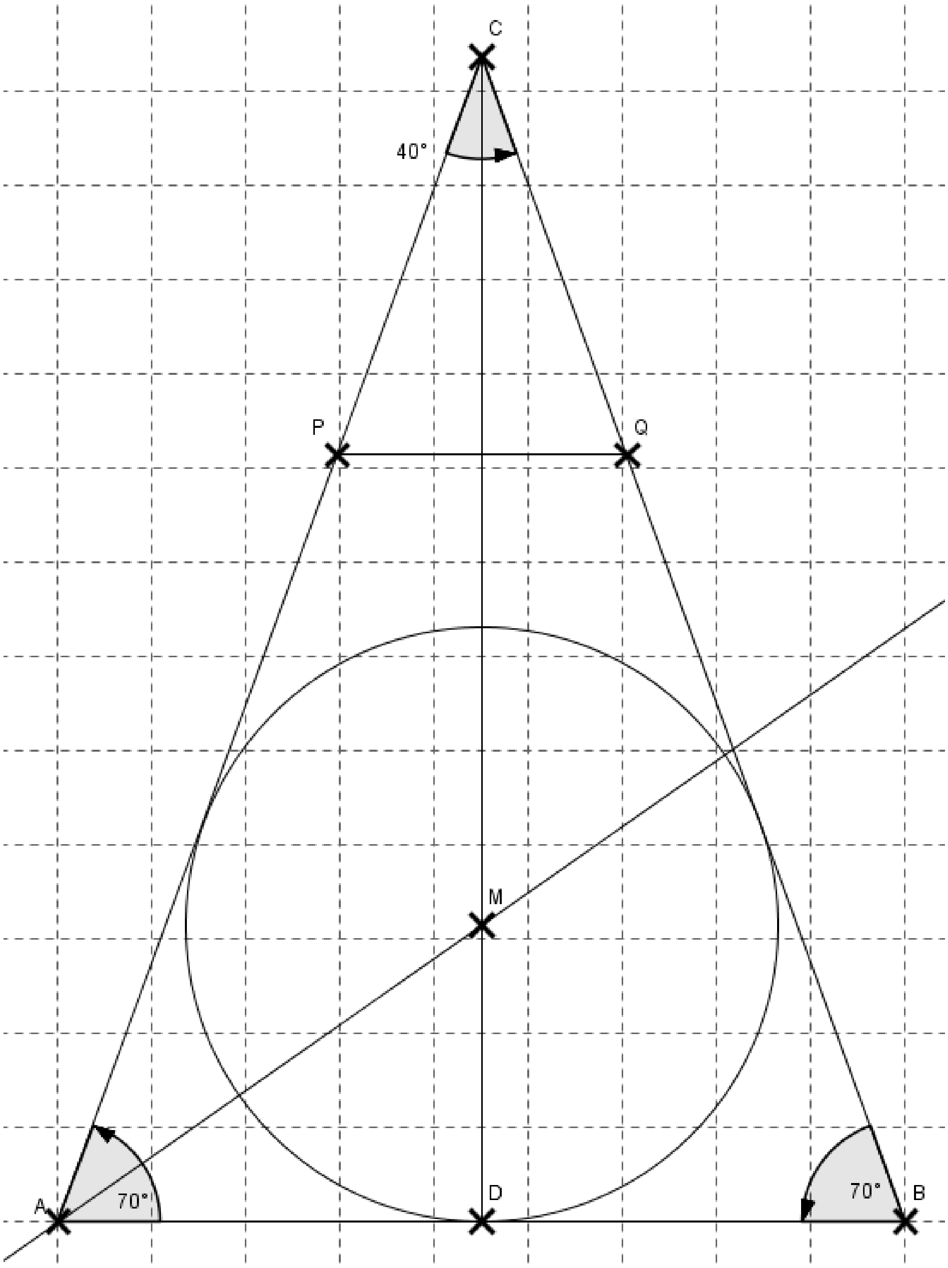
$$\Leftrightarrow \overline{KM} = \sin 27{,}11° \cdot \overline{MB} = \sin 27{,}11° \cdot 60\ m = 27{,}34\ m$$

$$A_{grün} = A_{Sektorgroß} - A_{Sektorklein}$$

$$\Leftrightarrow A_{grün} = (27{,}34^2 \cdot \pi \cdot \frac{132{,}21°}{360°} - 19{,}4^2 \cdot \pi \cdot \frac{132{,}21°}{360°})\ m^2 = 428{,}17\ m^2$$

Aufgabe A3

A 3.1



A 3.2

Dreieck ADC:

$$\tan 70° = \frac{\overline{DC}}{\overline{AD}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{DC} = \tan 70° \cdot \overline{AD} = \tan 70° \cdot 1{,}5\ \text{cm} = 4{,}12\ \text{cm}$$

$$\cos 70° = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{\overline{AD}}{\cos 70°} = \frac{1{,}5\ \text{cm}}{\cos 70°} = 4{,}39\ \text{cm}$$

Dreieck ADM:

$$\tan 35° = \frac{\overline{DM}}{\overline{AD}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{DM} = r_i = \tan 35° \cdot \overline{AD} = \tan 35° \cdot 1{,}5 \text{ cm} = 1{,}05 \text{ cm}$$

A 3.3

$$V_{Praline} = \frac{1}{3} \cdot \overline{AD}^2 \cdot \pi \cdot \overline{DC}$$

$$\Leftrightarrow V_{Praline} = \frac{1}{3} \cdot 1{,}5^2 \cdot \pi \cdot 4{,}12 \text{ cm}^3 = 9{,}71 \text{ cm}^3$$

$$V_{Knusperkugel} = \frac{4}{3} \cdot r_K^3 \cdot \pi$$

$$\Leftrightarrow V_{Knusperkugel} = \frac{4}{3} \cdot 0{,}9^3 \cdot \pi \text{ cm}^3 = 3{,}05 \text{ cm}^3$$

$3{,}05 : 9{,}71 = 0{,}3141 \Rightarrow 31{,}41\ \%$

A 3.4
Vierstreckensatz:

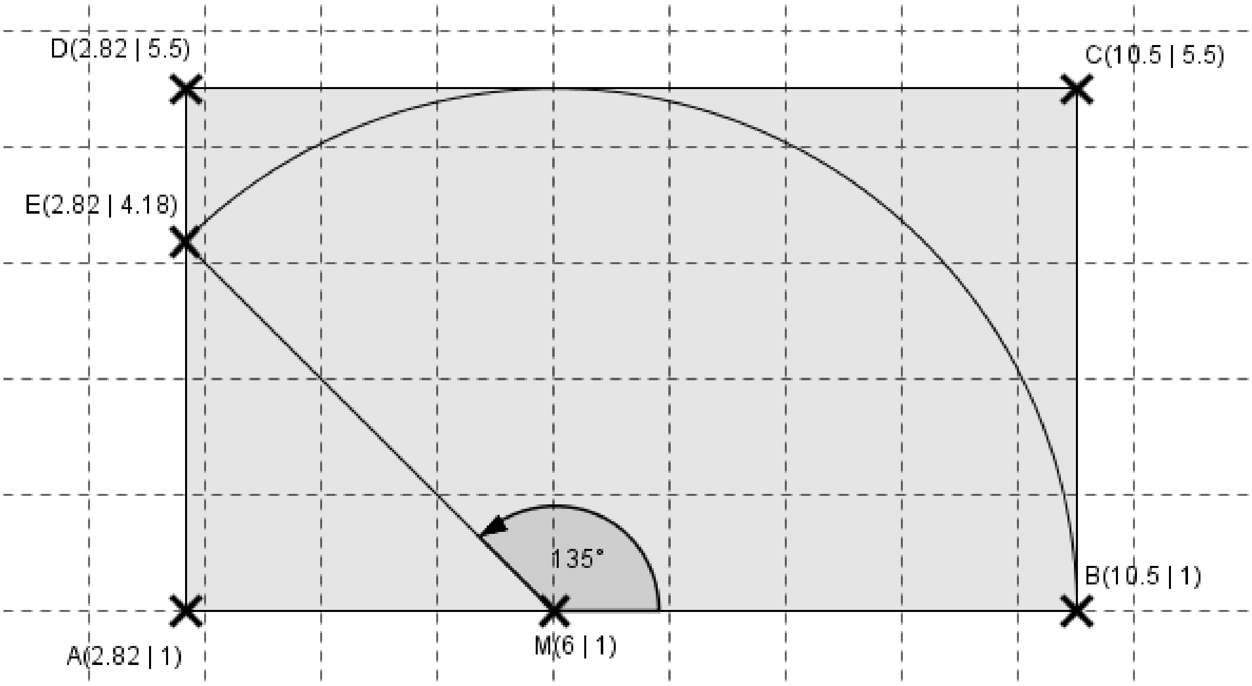
$$\frac{\overline{PQ}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CP}}{\overline{AC}}$$

$$\overline{PQ} = \frac{\overline{CP} \cdot \overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{1{,}5 \cdot 3}{4{,}39} \text{ cm} = 1{,}03 \text{ cm}$$

A 3.5

$$\omega = 360° \cdot 0{,}5\,\overline{PQ} \cdot \overline{PC} = 360° \cdot \frac{0{,}5\,\overline{PQ}}{\overline{PC}} = 360° \cdot \frac{0{,}5 \cdot 1{,}03}{1{,}5} = 123{,}60°$$

A 3.6



Dreieck AME:

$\sphericalangle EMA = 180° - 135° = 45°$

$$\cos 45° = \frac{\overline{AM}}{\overline{EM}}$$

$\Leftrightarrow \overline{AM} = \cos 45° \cdot \overline{EM} = \cos 45° \cdot 1{,}5\text{ cm} = 1{,}06\text{ cm}$

Damit ist l = 1,06 cm + 1,5 cm = 2,56 cm

Aufgabe B1

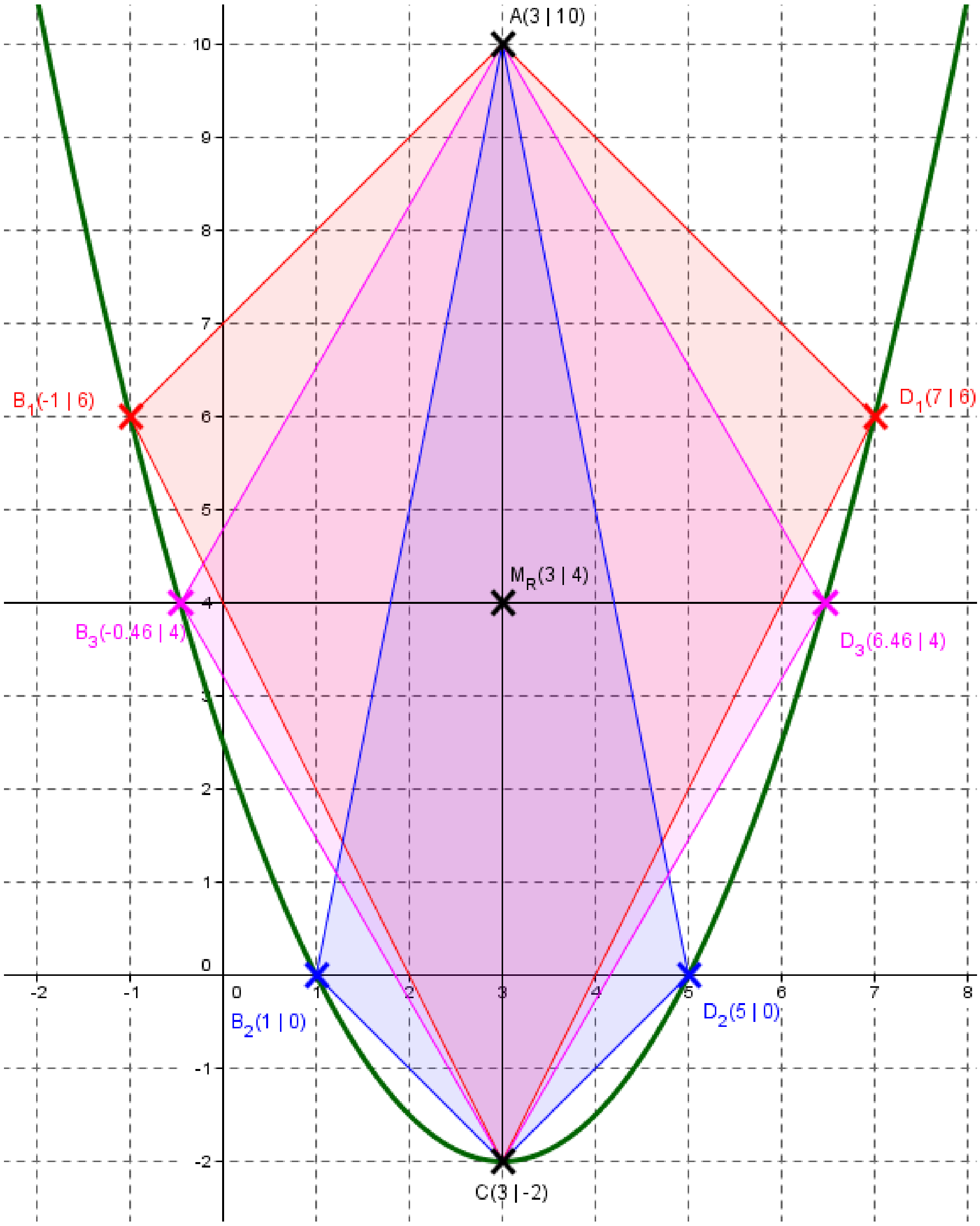
B 1.1 und B 1.2

$y = 0{,}5(x - 3)^2 - 2$

$\Leftrightarrow\ y = 0{,}5(x^2 - 6x + 9) - 2$

$\Leftrightarrow\ y = 0{,}5x^2 - 3x + 4{,}5 - 2$

$\Leftrightarrow\ y = 0{,}5x^2 - 3x + 2{,}5$ Damit ist **p: $y = 0{,}5x^2 - 3x + 2{,}5$**



B 1.3

B_0 muss auf der Höhe von A liegen, hat also den y-Wert 10:

$10 = 0{,}5x^2 - 3x + 2{,}5$

$\Leftrightarrow\ 0{,}5x^2 - 3x - 7{,}5 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 0{,}5 \cdot (-7{,}5)}}{2 \cdot 0{,}5}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{24}}{1} \quad \Rightarrow x_1 = -1{,}90 \text{ (und } x_2 = 7{,}90) \quad \mathbb{L} = \{-1{,}90\}$$

B 1.4

Die Punkte B_n sind von der Symmetrieachse [AC] (3 – x) LE entfernt. Daher ist der x-Wert der Punkte D_n 3 – x + 3 = 6 – x.
Damit gilt: $D_n(6 - x \mid \mathbf{0{,}5x^2 - 3x + 2{,}5})$

B 1.5

Bei einer Raute halbieren sich die Diagonalen gegenseitig. Die Länge von $\overline{AC} = 12$. Daher muss die y-Wert von B_3 und D_3 gleich $y = 4$ sein, da $M_R(3 \mid \frac{-2 + 10}{2}) \Rightarrow M_R(3 \mid 4)$.

$$4 = 0{,}5x^2 - 3x + 2{,}5$$

$$\Leftrightarrow 0{,}5x^2 - 3x - 1{,}5 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 0{,}5 \cdot (-1{,}5)}}{2 \cdot 0{,}5}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{12}}{1} \Rightarrow x_1 = -0{,}46 \text{ (und } x_2 = 6{,}46) \quad \mathbb{L} = \{-0{,}46\}$$

Damit ist $B_3(-0{,}46 \mid 4)$

B 1.6

$$\overline{CB_3}(x) = \sqrt{(-0{,}46 - 3)^2 + (4 - (-2))^2} \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CB_3}(x) = \sqrt{3{,}46^2 + 6^2} \text{ cm} = 6{,}93 \text{ cm}$$

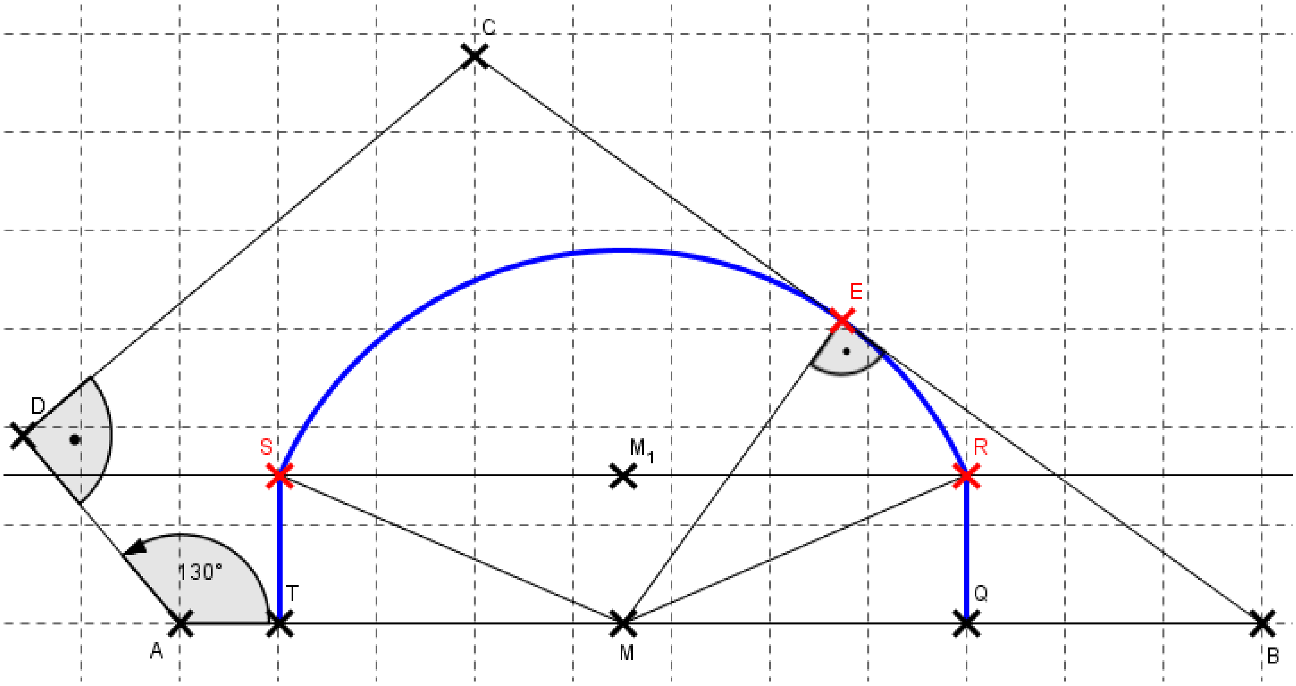
Dreieck CM_RB_3:

$$\sin \sphericalangle CB_3M_R = \frac{\overline{CM_R}}{\overline{CB_3}} = \frac{6}{6{,}93} = 0{,}87 \Leftrightarrow \sphericalangle CB_3M_R = 59{,}97° \text{ und damit}$$

$\sphericalangle CB_3A = 2 \cdot 59{,}97° = 119{,}95°$ (59,97° ungerundet im TR lassen)

Aufgabe B2

B 2.1



Dreieck ACD:

$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{DC}^2}$ cm $= \sqrt{25^2 + 60^2}$ cm $= \sqrt{4225}$ cm $= 65,0$ cm

B 2.2

Dreieck ACD:

$\tan \sphericalangle CAD = \dfrac{\overline{DC}}{\overline{AD}} = \dfrac{60}{25} = 2,4 \Leftrightarrow \sphericalangle CAD = 67,4°$

Damit ist $\sphericalangle BAC = 130° - 67,4° = 62,6°$

$A = A_{ACD} + A_{ABC}$

$\Leftrightarrow A = 0,5 \cdot \overline{DC} \cdot \overline{AD} + 0,5 \cdot \sin 62,6° \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AB}$

$\Leftrightarrow A = (0,5 \cdot 60 \cdot 25 + 0,5 \cdot \sin 62,6° \cdot 65 \cdot 110)\ \text{cm}^2$

$\Leftrightarrow A = 3923,9\ \text{cm}^2$

B 2.3

Parallele zu M in 1,5 cm Entfernung, Punkt E über das Lot von M.

B 2.4

Ein wenig kompliziert, hier muss man sich zuerst ein paar andere Werte besorgen, um dann am Ende im Dreieck MBE den Radius zu bekommen…

Kosinus-Satz im Dreieck ABC:

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \cos \sphericalangle BAC$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = (110^2 + 65^2 - 2 \cdot 110 \cdot 65 \cdot \cos 62{,}6°)\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 9744{,}1\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = 98{,}7\ cm$$

Sinus-Satz im Dreieck ABC:

$$\frac{\sin \sphericalangle CBA}{\overline{AC}} = \frac{\sin \sphericalangle BAC}{\overline{BC}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle CBA = \frac{\sin \sphericalangle BAC \cdot \overline{AC}}{\overline{BC}}\ cm$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle CBA = \frac{\sin 62{,}6° \cdot 65}{98{,}7} = 0{,}58 \quad \Leftrightarrow \sphericalangle CBA = 35{,}8°$$

Dreieck MBE:

$$\sin \sphericalangle CBA = \frac{\overline{ME}}{\overline{MB}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{ME} = \sin \sphericalangle CBA \cdot \overline{MB} = \sin \sphericalangle CBA \cdot (110\ cm - 45\ cm)$$

$$\Leftrightarrow \overline{ME} = \sin \sphericalangle CBA \cdot (110\ cm - 45\ cm)$$

$$\Leftrightarrow \overline{ME} = \sin 35{,}8° \cdot 65\ cm = 38{,}0\ cm = r$$

B 2.5

Dreieck MQR:

$$\overline{MQ} = \sqrt{\overline{MR}^2 - \overline{QR}^2}\ cm = \sqrt{38^2 - 15^2}\ cm = \sqrt{1219}\ cm = 34{,}9\ cm$$

Dreieck MQR:

$$\sin \sphericalangle QMR = \frac{\overline{QR}}{\overline{MR}} = \frac{15}{38} = 0{,}39 \quad \Leftrightarrow \sphericalangle QMR = 23{,}2°$$

$$\sphericalangle RMS = 180° - 23{,}2° - 23{,}2° = 133{,}6°$$

$$A = A_{MQR} + A_{MST} + A_{SektorMRS}$$

$$\Leftrightarrow A = (0{,}5 \cdot \overline{MQ} \cdot \overline{QR} + 0{,}5 \cdot \overline{MT} \cdot \overline{TS} + \overline{MR}^2 \cdot \pi \cdot \frac{133{,}6°}{360°})\ cm^2$$

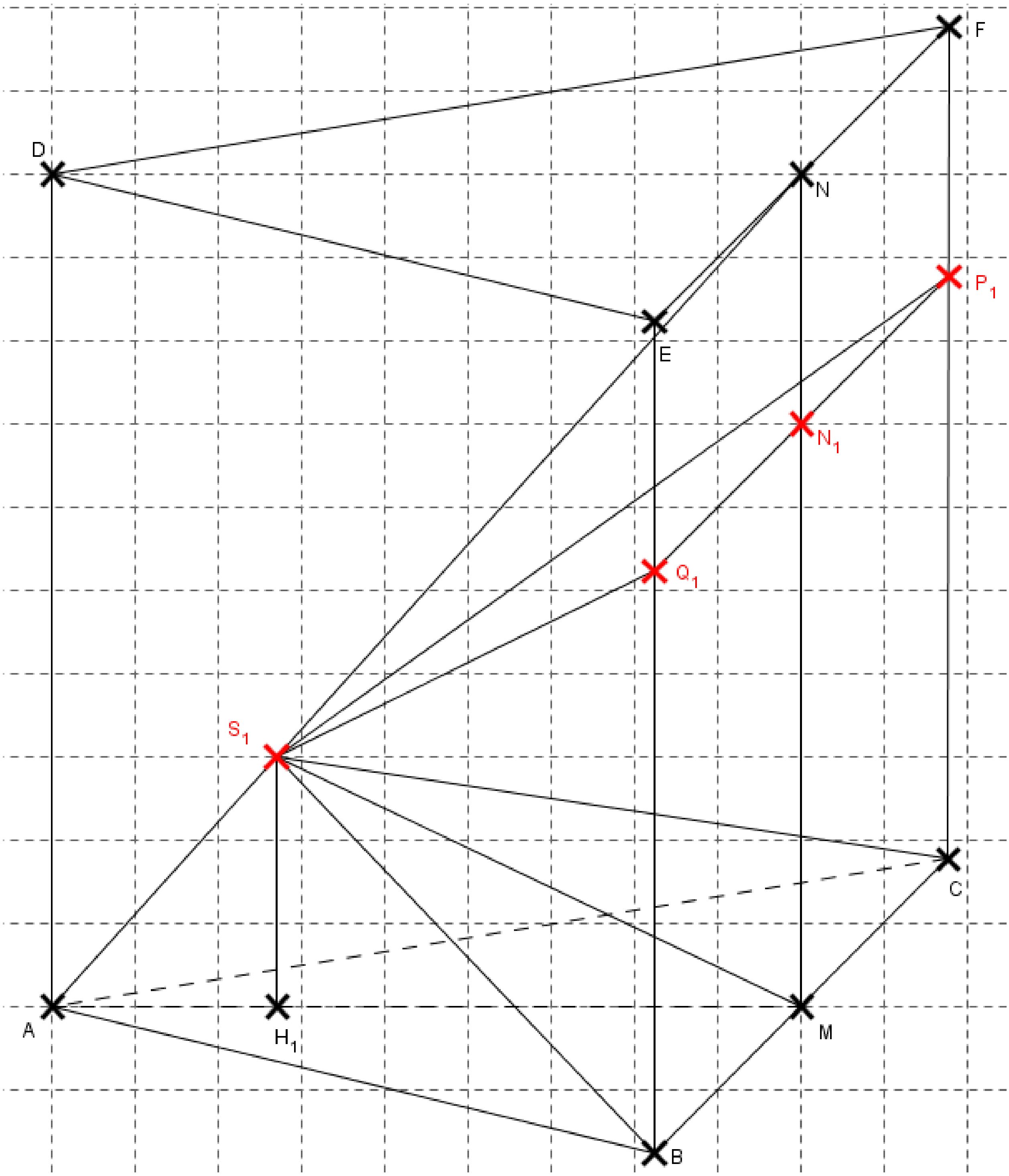
$$\Leftrightarrow A = (0{,}5 \cdot 34{,}9 \cdot 15 + 0{,}5 \cdot 34{,}9 \cdot 15 + 38^2 \cdot \pi \cdot \frac{133{,}6°}{360°})\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow A = 2207\ cm^2$$

$2207 : 3923{,}9 = 0{,}562 \Rightarrow 56{,}2\ \%$

Aufgabe B3

B 3.1



B 3.2

Dreieck AMN:

$$\tan \sphericalangle MAN = \frac{\overline{MN}}{\overline{MA}} = \frac{10}{9} = 1{,}11 \quad \Leftrightarrow \quad \sphericalangle MAN = 48{,}01°$$

$$\overline{AN} = \sqrt{\overline{AM}^2 + \overline{MN}^2}\ \text{cm} = \sqrt{9^2 + 10^2}\ \text{cm} = \sqrt{181}\ \text{cm} = 13{,}45\ \text{cm}$$

B 3.3

Dreieck AH_1S_1:

$$\sin 48{,}01° = \frac{\overline{H_1S_1}}{\overline{AS_1}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AS_1} = \frac{\overline{H_1S_1}}{\sin 48{,}01°} = \frac{3\text{ cm}}{\sin 48{,}01°} = 4{,}04\text{ cm}$$

Kosinus-Satz im Dreieck AMS_1:

$$\overline{MS_1}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{AS_1}^2 - 2 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{AS_1} \cdot \cos 48{,}01°$$

$$\Leftrightarrow \overline{MS_1}^2 = (9^2 + 4{,}04^2 - 2 \cdot 9 \cdot 4{,}04 \cdot \cos 48{,}01°)\text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{MS_1}^2 = 48{,}67\text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{MS_1} = 6{,}98\text{ cm}$$

B 3.4

Vierstreckensatz im Bereich AMN:

$$\frac{\overline{AH_n}}{\overline{AM}} = \frac{\overline{H_nS_n}}{\overline{MN}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AH_n} = \frac{\overline{H_nS_n} \cdot \overline{AM}}{\overline{MN}}\text{ cm} = \frac{x \cdot 9}{10}\text{ cm}$$

$$\overline{H_nM} = (\overline{AM} - \frac{x \cdot 9}{10})\text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{H_nM} = (9 - \frac{x \cdot 9}{10})\text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{H_nM} = (\frac{90}{10} - \frac{x \cdot 9}{10})\text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{H_nM} = \frac{90 - x \cdot 9}{10}\text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{H_nM} = \frac{9 \cdot (10 - x)}{10}\text{ cm}$$

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{MN_n} \cdot \overline{H_nM}\text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot (10 - x) \cdot \frac{9 \cdot (10 - x)}{10}\text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot (10 - 1x) \cdot 0{,}9 \cdot (10 - x)\text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = 3 \cdot (10 - 1x) \cdot (10 - x)\text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = 3 \cdot (100 - 10x - 10x + x^2)\text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = 3 \cdot (100 - 20x + x^2)\text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = (3x^2 - 60x + 300)\text{ cm}^3$$

B 3.5

$$V_{Prisma} = 0{,}5 \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AM} \cdot \overline{MN}\text{ cm}^3$$

$\Leftrightarrow \quad V_{Prisma} = 0,5 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 10 \text{ cm}^3 = 450 \text{ cm}^3$

25 % von 450 sind 112,50

$$112,50 = 3x^2 - 60x + 300$$

$$\Leftrightarrow \quad 3x^2 - 60x + 187,50 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{60 \pm \sqrt{(-60)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 187,50}}{2 \cdot 3}$$

$$= \frac{60 \pm \sqrt{1350}}{6} \quad \Rightarrow x_1 = 3,88 \text{ (und } x_2 = 16,12) \quad \mathbb{L} = \{3,88\}$$

Aufgabe C1 **g: y = -0,5x + 2**

C 1.1 und C 1.2 P(1 | 11,25) Q(8 | 6)

I $\quad 11,25 = 0,25 \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c$

II $\quad 6 = 0,25 \cdot 8^2 + b \cdot 8 + c$

$\Leftrightarrow$ I $\quad c = 11 - b$

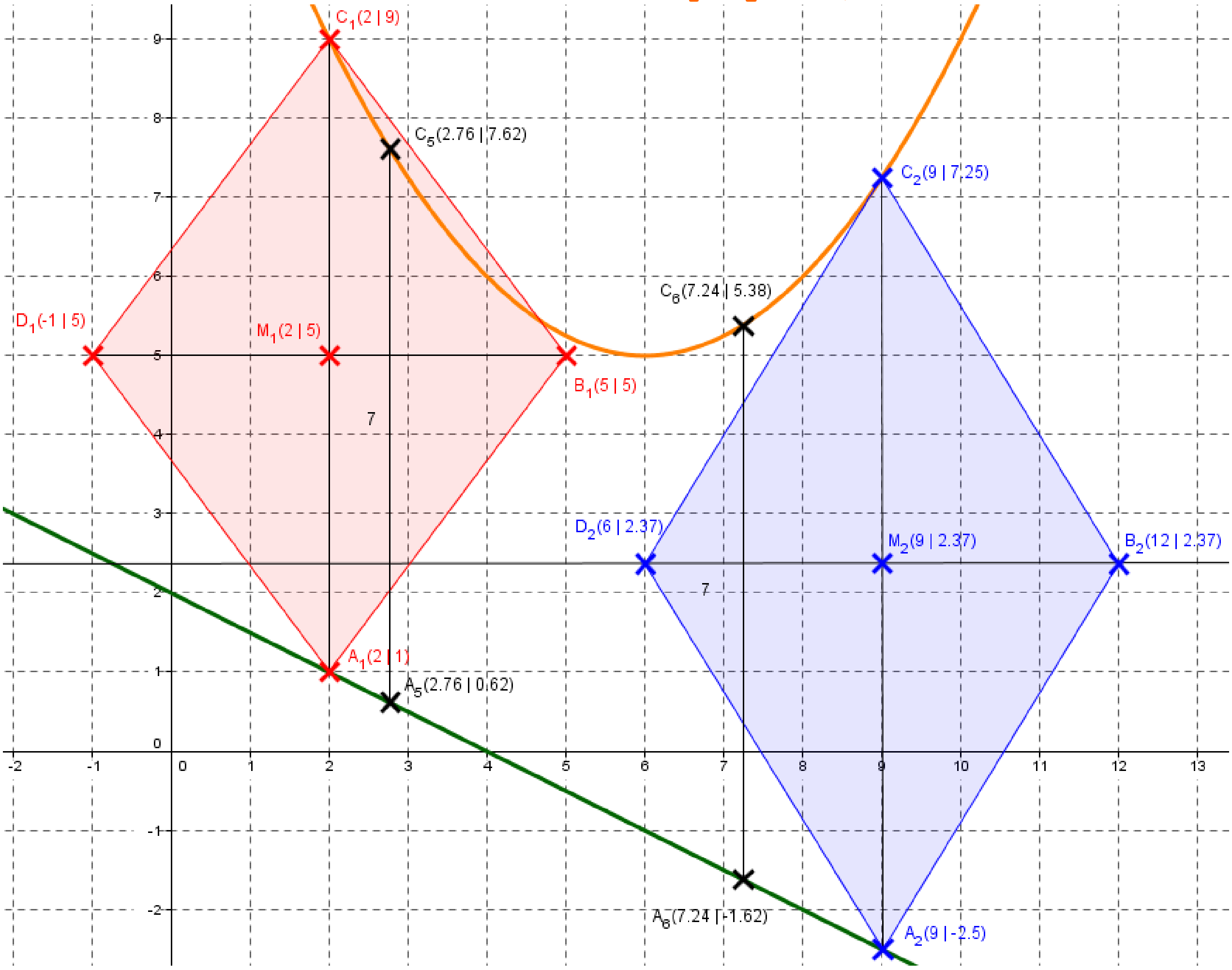
II $\quad c = -10 - 8b$

I = II $\quad 11 - b = -10 - 8b$

$\Leftrightarrow \quad 7b = -21$

$\Leftrightarrow \quad b = -3$ in I

I $\quad c = 11 + 3 = 14$ Damit ist **p: y = 0,25x² - 3x + 14**



C 1.3

$\overline{A_nC_n}(x) = \sqrt{(x - x)^2 + (0{,}25x^2 - 3x + 14 - (-0{,}5x + 2))^2}$

$\Leftrightarrow \overline{A_nC_n}(x) = (0{,}25x^2 - 3x + 14 + 0{,}5x - 2)$ LE

$\Leftrightarrow \overline{A_nC_n}(x) = (0{,}25x^2 - 2{,}5x + 12)$ LE

C 1.4

$A(x) = 0{,}5 \cdot 6 \cdot (0{,}25x^2 - 2{,}5x + 12)$ FE

$\Leftrightarrow A(x) = 3 \cdot (0{,}25x^2 - 2{,}5x + 12)$ FE

$\Leftrightarrow A(x) = (0{,}75x^2 - 7{,}5x + 36)$ FE

$A_{min} = 0{,}75(x^2 - 10x) + 36$

$\Leftrightarrow A_{min} = 0{,}75(x^2 - 10x + 5^2 - 5^2) + 36$

$\Leftrightarrow A_{min} = 0{,}75(x - 5)^2 + 17{,}25$

Damit ist $A_{min} = 17{,}25$ FE für $x = 5$.

C 1.5

$6 = 0{,}25x^2 - 2{,}5x + 12$

$\Leftrightarrow 0{,}25x^2 - 2{,}5x + 6 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2{,}5 \pm \sqrt{(-2{,}5)^2 - 4 \cdot 0{,}25 \cdot 6}}{2 \cdot 0{,}25}$$

$$= \frac{2{,}5 \pm \sqrt{0{,}25}}{0{,}5} \Rightarrow x_1 = 6 \text{ und } x_2 = 4 \quad \mathbb{L} = \{4;\ 6\}$$

C 1.6

$7 = 0{,}25x^2 - 2{,}5x + 12$

$\Leftrightarrow 0{,}25x^2 - 2{,}5x + 5 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2{,}5 \pm \sqrt{(-2{,}5)^2 - 4 \cdot 0{,}25 \cdot 5}}{2 \cdot 0{,}25}$$

$$= \frac{2{,}5 \pm \sqrt{1{,}25}}{0{,}5} \Rightarrow x_1 = 7{,}24 \text{ und } x_2 = 2{,}76 \quad \mathbb{L} = \{2{,}76;\ 7{,}24\}$$

Damit ist $C_5(2{,}76 \mid 7{,}62)$ und $C_5(7{,}24 \mid 5{,}38)$.

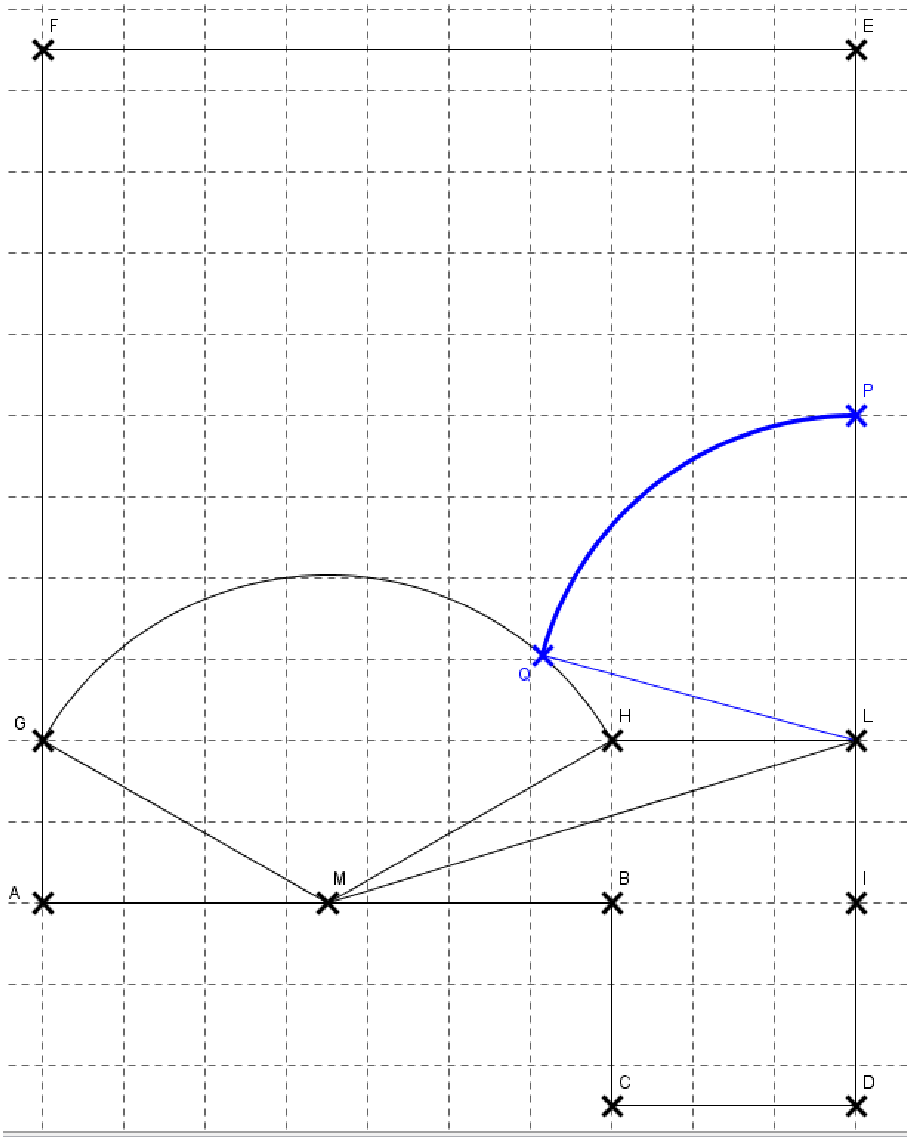
Die Gerade hat die gleiche Steigung wie g. PSF:

$y = -0{,}5(x - 2{,}76) + 7{,}62$

$\Leftrightarrow y = -0{,}5x + 9$

Aufgabe C2

C 2.1



C 2.2

Dreieck AMG:

$\tan \sphericalangle GMA = \dfrac{\overline{AG}}{\overline{AM}} = \dfrac{2}{3,5} = 0,57 \quad \Leftrightarrow \sphericalangle GMA = 29,74°$

$\sphericalangle HMG = 180° - 29,74° - 29,74° = 120,52°$

$\overline{GM} = \sqrt{\overline{AG}^2 + \overline{AM}^2}\ m = \sqrt{2^2 + 3,5^2}\ m = \sqrt{16,25}\ m = 4,03\ m$

$A_{Terrasse} = A_{AMG} + A_{Sektor} + A_{MBH} + A_{CDLH}$

$\Leftrightarrow A_{Terrasse} = 0,5 \cdot \overline{AG} \cdot \overline{AM} + \overline{GM}^2 \cdot \pi \cdot \dfrac{120,52°}{360°} + 0,5 \cdot \overline{MB} \cdot \overline{BH} + \overline{CD} \cdot \overline{DL}$

$\Leftrightarrow A_{Terrasse} = (0,5 \cdot 2 \cdot 3,5 + 4,03^2 \cdot \pi \cdot \dfrac{120,52°}{360°} + 0,5 \cdot 2 \cdot 3,5 + 3 \cdot 4,5)\ m^2$

$\Leftrightarrow A_{Terrasse} = 37,58\ m^2$

$A_{alles} = A_{CDIB} + A_{AIEF}$

$\Leftrightarrow\ A_{alles} = \overline{CD} \cdot \overline{DI} + \overline{AI} \cdot \overline{AF}$

$\Leftrightarrow\ A_{alles} = (3 \cdot 2{,}5 + 10 \cdot 10{,}5)\ m^2 = 112{,}50\ m^2$

$37{,}58 : 112{,}50 = 0{,}3340 \Rightarrow 33{,}40\ \% < 34\ \% \Rightarrow$ Alle OK!

C 2.3

Dreieck MIL:

$\overline{ML} = \sqrt{\overline{MI}^2 + \overline{IL}^2}\ m = \sqrt{6{,}5^2 + 2^2}\ m = \sqrt{46{,}25}\ m = 6{,}80\ m$

$\tan \sphericalangle MLI = \frac{\overline{MI}}{\overline{IL}} = \frac{6{,}5}{2} = 3{,}25 \Leftrightarrow \sphericalangle MLI = 72{,}90°$

Kosinus-Satz im Dreieck MLQ:

$\overline{MQ}^2 = \overline{ML}^2 + \overline{LQ}^2 - 2 \cdot \overline{ML} \cdot \overline{LQ} \cdot \cos \sphericalangle QLM$

$\Leftrightarrow\ \cos \sphericalangle QLM = \frac{\overline{MQ}^2 - \overline{ML}^2 - \overline{LQ}^2}{-2 \cdot \overline{ML} \cdot \overline{LQ}}$

$\Leftrightarrow\ \cos \sphericalangle QLM = \frac{4{,}03^2 - 6{,}8^2 - 4^2}{-2 \cdot 6{,}8 \cdot 4} = 0{,}85$

$\Leftrightarrow\ \sphericalangle QLM = 32{,}27°$

$\sphericalangle PLQ = 180° - 72{,}90° - 32{,}27° = 74{,}83°$

$A = 4^2 \cdot \pi \cdot \frac{74{,}83°}{360°}\ cm^2 = 10{,}45\ cm^2$

C 2.4

Kosinus-Satz im Dreieck MLQ:

$\overline{LQ}^2 = \overline{ML}^2 + \overline{MQ}^2 - 2 \cdot \overline{ML} \cdot \overline{MQ} \cdot \cos \sphericalangle LMQ$

$\Leftrightarrow\ \cos \sphericalangle LMQ = \frac{\overline{LQ}^2 - \overline{ML}^2 - \overline{MQ}^2}{-2 \cdot \overline{ML} \cdot \overline{MQ}}$

$\Leftrightarrow\ \cos \sphericalangle LMQ = \frac{4^2 - 6{,}8^2 - 4{,}03^2}{-2 \cdot 6{,}8 \cdot 4{,}03} = 0{,}85$

$\Leftrightarrow\ \sphericalangle LMQ = 32{,}00°$

Kosinus-Satz im Dreieck MLH:

$\overline{HL}^2 = \overline{ML}^2 + \overline{MH}^2 - 2 \cdot \overline{ML} \cdot \overline{MH} \cdot \cos \sphericalangle LMH$

$\Leftrightarrow\ \cos \sphericalangle LMH = \frac{\overline{HL}^2 - \overline{ML}^2 - \overline{MH}^2}{-2 \cdot \overline{ML} \cdot \overline{MH}}$

$\Leftrightarrow\ \cos \sphericalangle LMH = \frac{3^2 - 6{,}8^2 - 4{,}03^2}{-2 \cdot 6{,}8 \cdot 4{,}03} = 0{,}98$

$\Leftrightarrow\ \sphericalangle LMH = 12{,}63°$

$\sphericalangle HMQ = 32{,}00° - 12{,}63° = 19{,}37°$

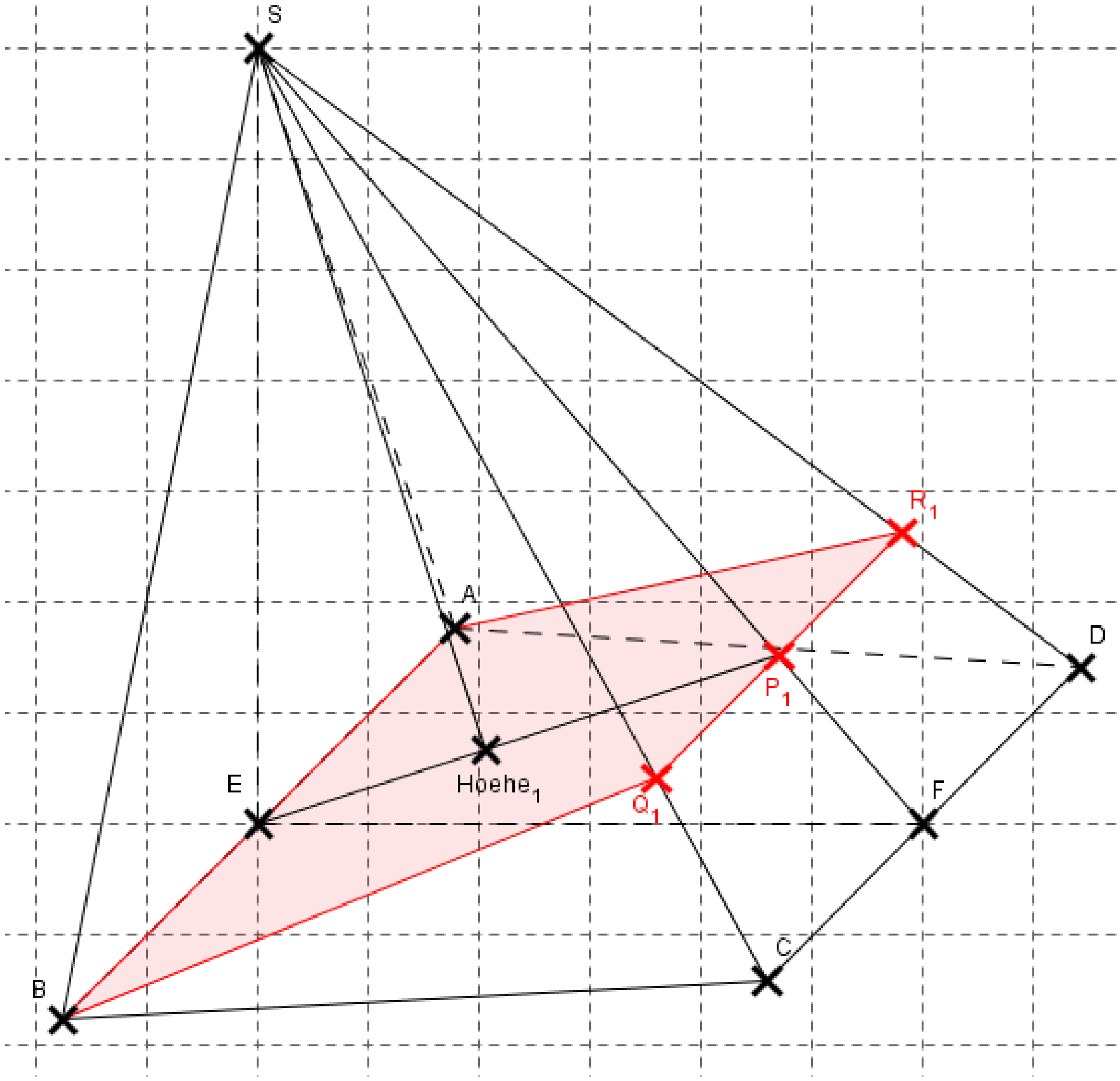
$A_{Kies} = A_{MLQ} - A_{SektorMHQ} - A_{MLH}$

$\Leftrightarrow\ A_{Kies} = (0{,}5 \cdot \sin 32° \cdot 6{,}8 \cdot 4{,}03 - 4{,}03^2 \cdot \pi \cdot \frac{19{,}37°}{360°} - 0{,}5 \cdot \sin 12{,}63° \cdot 6{,}8 \cdot 4{,}03)m^2$

$\Leftrightarrow\ A_{Kies} = 1{,}52\ m^2$

Aufgabe C3

C 3.1



C 3.2

Dreieck EFS:

$$\tan \sphericalangle SFE = \frac{\overline{ES}}{\overline{EF}} = \frac{7}{6} = 1{,}17 \quad \Leftrightarrow \sphericalangle SFE = 49{,}40°$$

$$\overline{FS} = \sqrt{\overline{ES}^2 + \overline{EF}^2}\ \text{cm} = \sqrt{7^2 + 6^2}\ \text{cm} = \sqrt{85}\ \text{cm} = 9{,}22\ \text{cm}$$

C 3.3

Kosinus-Satz im Dreieck EFP_1:

$$\overline{EP_1}^2 = \overline{EF}^2 + \overline{FP_1}^2 - 2 \cdot \overline{EF} \cdot \overline{FP_1} \cdot \cos 49{,}40°$$

$$\Leftrightarrow \overline{EP_1}^2 = (6^2 + 2^2 - 2 \cdot 6 \cdot 2 \cdot \cos 49{,}40°)\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{EP_1}^2 = 24{,}38\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{EP_1} = 4{,}94\ \text{cm}$$

Sinus-Satz im Dreieck EFP_1:

$$\frac{\sin \sphericalangle FEP_1}{\overline{FP_1}} = \frac{\sin \sphericalangle SFE}{\overline{EF}}$$

$$\Leftrightarrow \sin \sphericalangle FEP_1 = \frac{\sin \sphericalangle SFE \cdot \overline{FP_1}}{\overline{EP_1}} = \frac{\sin 49{,}40° \cdot 2}{4{,}94} = 0{,}31$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle FEP_1 = 17{,}90°$$

C 3.4

Kosinus-Satz im Dreieck EFP_n:

$$\overline{EP_n}(x)^2 = \overline{EF}^2 + \overline{FP_n}^2 - 2 \cdot \overline{EF} \cdot \overline{FP_n} \cdot \cos 49{,}40°$$

$$\Leftrightarrow \overline{EP_n}(x)^2 = (6^2 + x^2 - 2 \cdot 6 \cdot x \cdot \cos 49{,}40°)\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{EP_n}(x)^2 = (36 + x^2 - 7{,}81x)\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{EP_n}(x)^2 = (x^2 - 7{,}81x + 36)\ cm^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{EP_n}(x) = \sqrt{x^2 - 7{,}81x + 36}\ cm$$

$$T(x) = x^2 - 7{,}81x + 3{,}905^2 - 3{,}905^2 + 36$$

$$\Leftrightarrow T(x) = (x - 3{,}905)^2 + 20{,}750975$$

$$\sqrt{20{,}750975} = 4{,}56$$

Damit ist die minimale Länge 4,56 cm.

C 3.5

Vierstreckensatz im Bereich SCD:

$$\frac{\overline{Q_nR_n}(x)}{\overline{CD}} = \frac{\overline{SP_n}(x)}{\overline{SF}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{Q_nR_n}(x) = \frac{\overline{SP_n}(x) \cdot \overline{CD}}{\overline{SF}}\ cm$$

$$\Leftrightarrow \overline{Q_nR_n}(x) = \frac{(9{,}22 - x) \cdot 8}{9{,}22}\ cm$$

$$\Leftrightarrow \overline{Q_nR_n}(x) = \left(\frac{9{,}22 \cdot 8}{9{,}22} - \frac{x \cdot 8}{9{,}22}\right)\ cm$$

$$\Leftrightarrow \overline{Q_nR_n}(x) = (8 - 0{,}87x)\ cm$$

$$3 = 8 - 0{,}87x$$

$$\Leftrightarrow 0{,}87x = 5$$

$$\Leftrightarrow x = 5{,}75 \quad \mathbb{L} = \{5{,}75\}$$

C 3.6

Dreieck EP_1S:

$\sphericalangle P_1ES = 90° - \sphericalangle FEP_1 = 90° - 17,90° = 72,1°$

$$\sin 72,1° = \frac{\overline{Hoehe_1S}}{\overline{ES}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{Hoehe_1S} = \sin 72,1° \cdot \overline{ES} = \sin 72,1° \cdot 7\text{ cm} = 6,66\text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\overline{Q_1R_1} + \overline{BA}}{2} \cdot \overline{EP_1} \cdot \overline{Hoehe_1S}$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{6,26 + 10}{2} \cdot 4,94 \cdot 6,66\text{ cm}^3 = 89,16\text{ cm}^3$$