

Mathematik II

Nachtermin

Aufgabe D 1

D 1.0 Die Parabel p_1 hat die Gleichung $y = -(x-3)^2 + 5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Die Parabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S(5|8)$ und verläuft durch den Punkt $Q(-3|-8)$.

D 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung, dass sich die Gleichung der Parabel p_2 wie folgt darstellen lässt: $y = -0,25x^2 + 2,5x + 1,75$.

Erstellen Sie für die Parabel p_2 eine Wertetabelle für $x \in [0; 10]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie die Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem ein.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leq x \leq 11$; $-2 \leq y \leq 12$

5 P

D 1.2 Punkte $A_n(x|-x^2 + 6x - 4)$ und Punkte B_n liegen auf der Parabel p_1 . Die Abszisse der Punkte B_n ist stets um 2 größer als die Abszisse x der Punkte A_n .

Bestätigen Sie durch Rechnung, dass sich die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n folgendermaßen darstellen lassen:

$$B_n(x+2|-x^2 + 2x + 4).$$

1 P

D 1.3 Die Punkte A_n und B_n auf der Parabel p_1 sind zusammen mit Punkten C_n und D_n die Eckpunkte von Trapezen $A_nB_nC_nD_n$. Die Punkte $D_n(x|-0,25x^2 + 2,5x + 1,75)$ liegen auf der Parabel p_2 und haben dieselbe Abszisse x wie die Punkte A_n und es gilt: $[A_nD_n] \parallel [B_nC_n]$ und $\overline{B_nC_n} = 8 \text{ LE}$.

Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 2,5$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 3,5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

2 P

D 1.4 Berechnen Sie auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet das Winkelmaß α des Winkels $B_1A_1D_1$ des Trapezes $A_1B_1C_1D_1$.

3 P

D 1.5 Bestimmen Sie, für welche Werte von x gilt: $\overline{A_nD_n} = \overline{B_nC_n}$. (Auf zwei Stellen nach den Komma runden.)

$$[\text{Teilergebnis: } \overline{A_nD_n}(x) = (0,75x^2 - 3,5x + 5,75) \text{ LE}]$$

3 P

D 1.6 Ermitteln Sie rechnerisch die kleinstmögliche Länge $\overline{A_0D_0}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

Begründen Sie sodann, dass das zugehörige Trapez $A_0B_0C_0D_0$ den kleinstmöglichen Flächeninhalt hat.

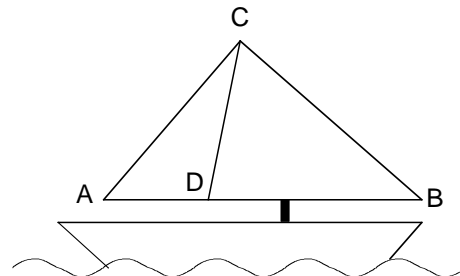
2 P

Mathematik II

Nachtermin

Aufgabe D 2

- D 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Segelschiff.
Für die Maße des Dreieckssegels ABC gilt: $\overline{AB} = 15,00 \text{ m}$, $\overline{AC} = 9,00 \text{ m}$ und $\overline{BC} = 9,50 \text{ m}$.



Hinweis für Berechnungen:
Runden Sie jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma: Winkelmaße in $^\circ$, Längen in m und Flächeninhalte in m^2 .

- D 2.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC im Maßstab 1 : 100. Berechnen Sie das Maß α des Winkels BAC, das Maß β des Winkels CBA und den Inhalt der Segelfläche ABC.
[Teilergebnis: $\alpha = 36,96^\circ$, $\beta = 34,72^\circ$]

4 P

- D 2.2 Das Segeltuch kann bei starkem Wind in zwei dreieckige Teilsegel zerlegt werden. Der Teilungspunkt D der Strecke [AB] ist 5,00 m vom Punkt A entfernt. Die Punkte A, D und C legen die Dreiecksfläche ADC des abnehmbaren Teilsegels fest. Zeichnen Sie die Strecke [CD] in die Zeichnung zu 2.1 ein. Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [CD] und das Maß ε des Winkels DCB.

[Teilergebnis: $\overline{CD} = 5,84 \text{ m}$; $\varepsilon = 77,24^\circ$]

3 P

- D 2.3 Der Punkt C ist Mittelpunkt eines Kreises k, der die Seite [AB] im Punkt E berührt. Der Kreis k schneidet die Strecke [AC] im Punkt F, die Strecke [CD] im Punkt G und die Strecke [BC] im Punkt H. Zeichnen Sie den innerhalb des Dreiecks verlaufenden Teil des Kreises k sowie die Punkte E, F, G und H in die Zeichnung zu 2.1 ein.

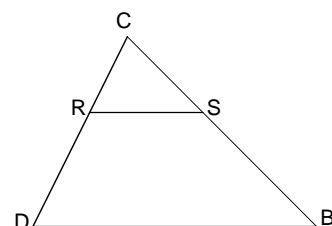
1 P

- D 2.4 Ein Sichtfenster wird so eingearbeitet, dass es vom Kreisbogen FG und den Strecken [AF], [AD] und [DG] begrenzt wird. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Sichtfensters und seinen prozentualen Anteil am Flächeninhalt des zugehörigen Teilsegels ADC.

[Teilergebnis: $\overline{CE} = 5,41 \text{ m}$]

4 P

- D 2.5 Das Teilsegel DBC kann von der Spitze C her bis zur Strecke [RS] eingerollt werden. Das verbleibende trapezförmige Restsegel DBSR mit den Grundlinien [BD] und [RS] hat eine Höhe von $h = 4,00 \text{ m}$. Zeichnen Sie das trapezförmige Restsegel DBRS in die Zeichnung zu 2.1 ein. Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt der einrollbaren Segelfläche.



3 P

Mathematik II

Nachtermin

Aufgabe D 3

D 3.0 Im Drachenviereck ABCD schneiden sich die Diagonalen [AC] und [BD] im Punkt M. Das Drachenviereck ABCD ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über M liegt.

Es gilt: $\overline{AC} = 10 \text{ cm}$, $\overline{MC} = 2,5 \text{ cm}$, $\overline{BD} = 6 \text{ cm}$ und $\overline{MS} = 9 \text{ cm}$

D 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45^\circ$

Berechnen Sie sodann das Maß α des Winkels MAS auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Teilergebnis: $\alpha = 50,19^\circ$]

3 P

D 3.2 Die Punkte $P_n \in [AS]$ mit $\overline{P_n S} = x \text{ cm}$ sind die Spitzen von Pyramiden $Q_n BDP_n$, wobei die Punkte Q_n jeweils die Fußpunkte der Lote von P_n auf [AM] sind. Die Winkel $P_n MA$ haben das Maß ε .

Zeichnen Sie die Pyramide $Q_1 BDP_1$ mit $x = 4$ in das Schrägbild zu 3.1 ein und ermitteln Sie rechnerisch, für welche Werte von x es Pyramiden $Q_n BDP_n$ gibt.

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[MP_1]$ und das Maß ε des Winkels $P_1 MA$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\overline{AS} = 11,72 \text{ cm}$; $\overline{MP_1} = 6,46 \text{ cm}$]

4 P

D 3.3 Zeigen Sie, dass für das Volumen $V(x)$ der Pyramiden $Q_n BDP_n$ in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = (-0,49x^2 + 5,76x) \text{ cm}^3$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

4 P

D 3.4 Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide $Q_1 BDP_1$ am Volumen der Pyramide ABCDS. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3 P

D 3.5 Unter den Pyramiden $Q_n BDP_n$ gibt es eine Pyramide $Q_0 BDP_0$, bei der die Länge der Strecke $[MP_n]$ minimal ist.

Berechnen Sie die Länge der Strecke $[MP_0]$ und den zugehörigen Wert für x . (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

2 P