Abschlussprüfung 2004
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II Haupttermin

Lösungsvorschlag von StR(RS) Karsten Reibold – Stand: 05.07.2013

Aufgabe A1 **g: y = -0,5x + 3**

A 1.1 und A 1.2 P(-1 | -4) Q(5 | -7)

I $-4 = a\cdot(-1)^2 + 0{,}5\cdot(-1) + c$

II $-7 = a\cdot 5^2 + 0{,}5\cdot 5 + c$

$\Leftrightarrow$ I $c = -3{,}5 - a$

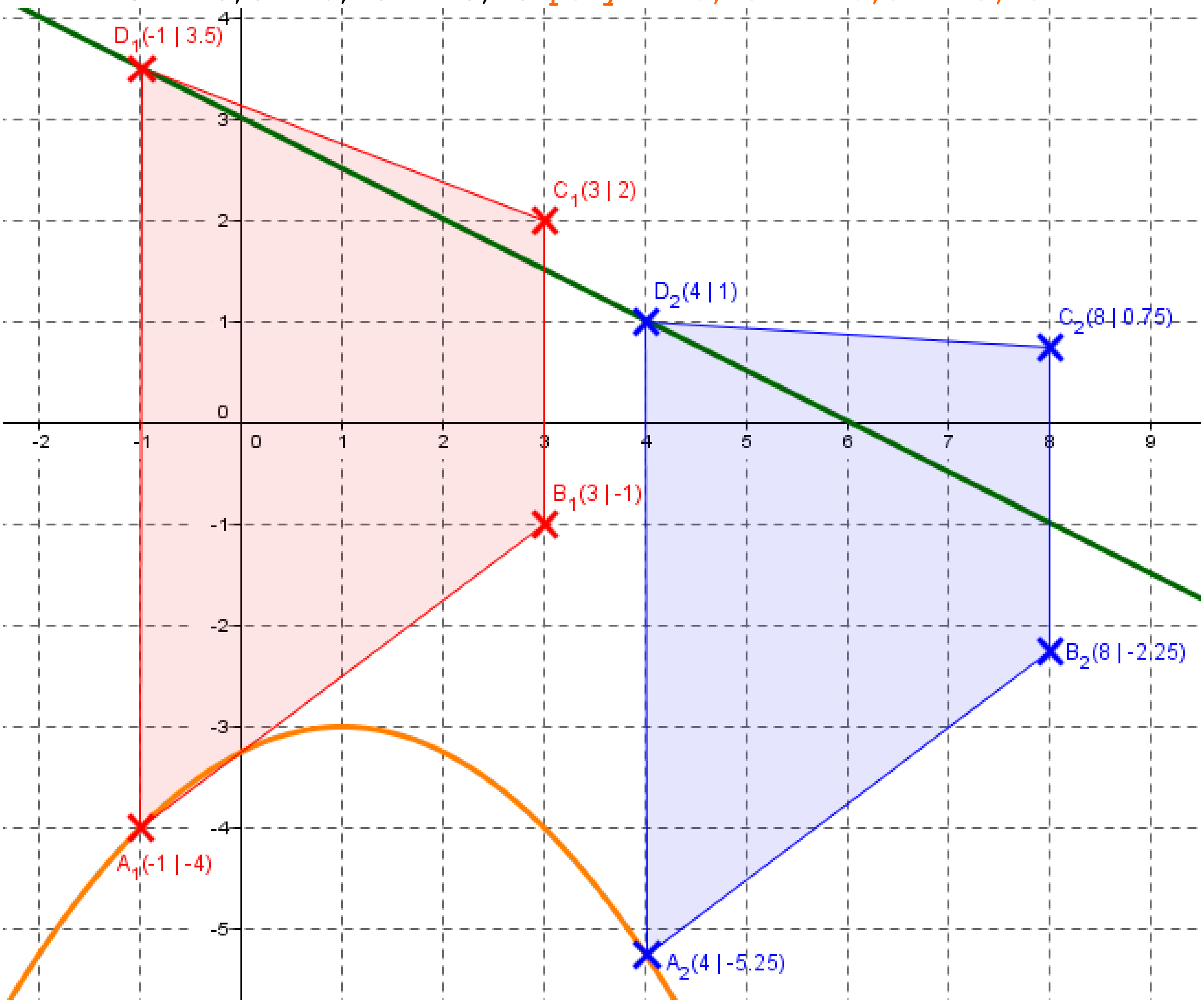
II $c = -9{,}5 - 25x$

I = II $-3{,}5 - a = -9{,}5 - 25a$

$\Leftrightarrow$ $24a = -6$

$\Leftrightarrow$ $a = -0{,}25$ in I

$c = -3{,}5 + 0{,}25 = -3{,}25$ **p: y = -0,25x² + 0,5x – 3,25**



A 1.3

$A_1(-1 \mid -4)$ $B_1(3 \mid -1)$

$m = \frac{y}{x} = \frac{-1 - (-4)}{3 - (-1)} = \frac{3}{4}$ PSF:

$y = 0{,}75(x + 1) - 4$

$\Leftrightarrow y = 0{,}75x - 3{,}25$

$0{,}75x - 3{,}25 = \mathbf{-0{,}25x^2 + 0{,}5x - 3{,}25}$

$\Leftrightarrow -0{,}25x^2 - 0{,}25x = 0$

$D = (-0{,}25)^2 - 4\cdot(-0{,}25)\cdot 0 = 0{,}0625 > 0$ Nein, keine Tangente.

A 1.4

$\overline{A_nD_n}(x) =$

$\sqrt{(x - x)^2 + (\mathbf{-0{,}5x + 3} - (\mathbf{-0{,}25x^2 + 0{,}5x - 3{,}25}))^2}$

$\Leftrightarrow \overline{A_nD_n}(x) = (-0{,}5x + 3 + 0{,}25x^2 - 0{,}5x + 3{,}25)$ LE

$\Leftrightarrow \overline{A_nD_n}(x) = (0{,}25x^2 - x + 6{,}25)$ LE

A 1.5

$A(x) = \frac{\overline{A_nD_n}(x) + \overline{B_nC_n}}{2} \cdot h$ FE

$\Leftrightarrow A(x) = \frac{0{,}25x^2 - x + 6{,}25 + 3}{2} \cdot 4$ FE

$\Leftrightarrow A(x) = (0{,}125x^2 - 0{,}5x + 4{,}625) \cdot 4$ FE

$\Leftrightarrow A(x) = (0{,}5x^2 - 2x + 18{,}50)$ FE

$A_{min} = 0{,}5(x^2 - 4x) + 18{,}50$

$\Leftrightarrow A_{min} = 0{,}5(x^2 - 4x + 2^2 - 2^2) + 18{,}50$

$\Leftrightarrow A_{min} = 0{,}5(x - 2)^2 + 16{,}50$

Damit ist $A_{min} = 16{,}50$ FE für $x = 2$.

A 1.6

Da $\overrightarrow{A_nB_n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, hat der Punkt B_n einen um 3 höheren y-Wert als A_n. Da $\overline{B_nC_n} = 3$ LE und parallel zu $[A_nD_n]$, hat C_n einen um 6 höheren y-Wert als A_n. Daher gilt: $\overline{A_nD_n} = 6$ LE.

$6 = 0{,}25x^2 - x + 6{,}25$

$\Leftrightarrow 0{,}25x^2 - x + 0{,}25 = 0$

$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}25}}{2\cdot 0{,}25}$

$= \frac{1 \pm \sqrt{0{,}75}}{0{,}5} \Rightarrow x_1 = 3{,}73$ und $x_2 = 0{,}27$ $\mathbb{L} = \{0{,}27;\ 3{,}73\}$

Aufgabe A2

A 2.1

Kosinus-Satz:

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2\cdot\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\cos\sphericalangle BAC$$

$$\Leftrightarrow \cos\sphericalangle BAC = \frac{\overline{BC}^2 - \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2}{-2\cdot\overline{AB}\cdot\overline{AC}}$$

$$\Leftrightarrow \cos\sphericalangle BAC = \frac{12^2 - 9{,}5^2 - 8^2}{-2\cdot 9{,}5\cdot 8} = 0{,}07$$

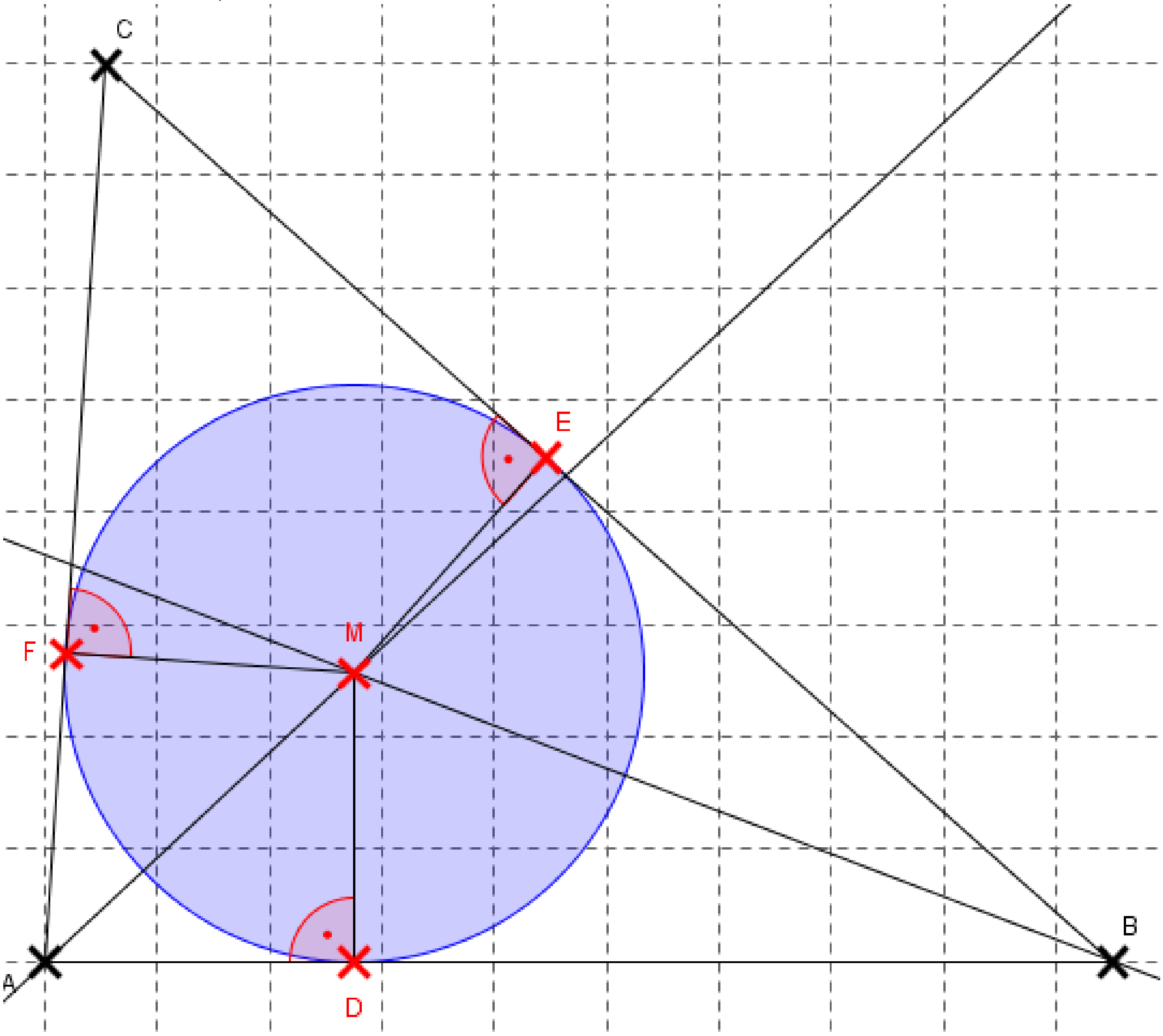
$$\Leftrightarrow \sphericalangle BAC = 86{,}13°$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2\cdot\overline{AB}\cdot\overline{BC}\cdot\cos\sphericalangle CBA$$

$$\Leftrightarrow \cos\sphericalangle CBA = \frac{\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2}{-2\cdot\overline{AB}\cdot\overline{BC}}$$

$$\Leftrightarrow \cos\sphericalangle CBA = \frac{8^2 - 9{,}5^2 - 12^2}{-2\cdot 9{,}5\cdot 12} = 0{,}75$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle CBA = 41{,}69°$$



A 2.2

Dreieck ABM: $\sphericalangle AMB = 180° - 0{,}5 \cdot 86{,}13° - 0{,}5 \cdot 41{,}69° = 116{,}09°$

Sinus-Satz im Dreieck ABM:

$$\frac{\overline{AM}}{\sin 0{,}5 \cdot \sphericalangle CBA} = \frac{\overline{AB}}{\sin \sphericalangle AMB}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{AM} = \frac{\overline{AB} \cdot \sin 0{,}5 \cdot \sphericalangle CBA}{\sin \sphericalangle AMB} \text{ m}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{AM} = \frac{9{,}5 \cdot \sin 20{,}845°}{\sin 116{,}09°} \text{ m} = 3{,}76 \text{ m}$$

Dreieck ADM:

$$\sin 0{,}5 \cdot \sphericalangle BAC = \frac{\overline{MD}}{\overline{AM}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{MD} = \sin 0{,}5 \cdot \sphericalangle BAC \cdot \overline{AM} \text{ m} = \sin 43{,}065° \cdot 3{,}76 \text{ m} = 2{,}57 \text{ m}$$

A 2.3

Drachenviereck DBEM: $\sphericalangle DME = 360° - 90° - 90° - 41{,}69° = 138{,}31°$

Dreieck DBM:

$$\tan 0{,}5 \cdot \sphericalangle CBA = \frac{\overline{MD}}{\overline{BD}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{BD} = \frac{\overline{MD}}{\tan 0{,}5 \cdot \sphericalangle CBA} \text{ m} = \frac{2{,}57}{\tan 20{,}845°} \text{ m} = 6{,}75 \text{ m}$$

$$A_{Eingang} = A_{DBEM} - A_{SektorDEM}$$

$$\Leftrightarrow \quad A_{Eingang} = \left(\overline{BD} \cdot \overline{MD} - \overline{MD}^2 \cdot \pi \cdot \frac{138{,}31°}{360°}\right) \text{ m}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad A_{Eingang} = \left(6{,}75 \cdot 2{,}57 - 2{,}57^2 \cdot \pi \cdot \frac{138{,}31°}{360°}\right) \text{ m}^2 = 9{,}38 \text{ m}^2$$

A 2.4

Dreieck TNS:

$$\overline{TS} = \sqrt{\overline{TN}^2 + \overline{SN}^2} \text{ m} = \sqrt{2{,}57^2 + 1{,}75^2} \text{ m} = \sqrt{9{,}6674} \text{ m} = 3{,}11 \text{ m}$$

Damit ist $\overline{US} = 3{,}11 \text{ m} + 0{,}10 \text{ m} = 3{,}21 \text{ m}$

$$\sin \sphericalangle TSN = \frac{\overline{TN}}{\overline{TS}} = \frac{2{,}57}{3{,}11} = 0{,}83 \Leftrightarrow \sphericalangle TSN = \sphericalangle USV = 55{,}73°$$

Dreieck UVS:

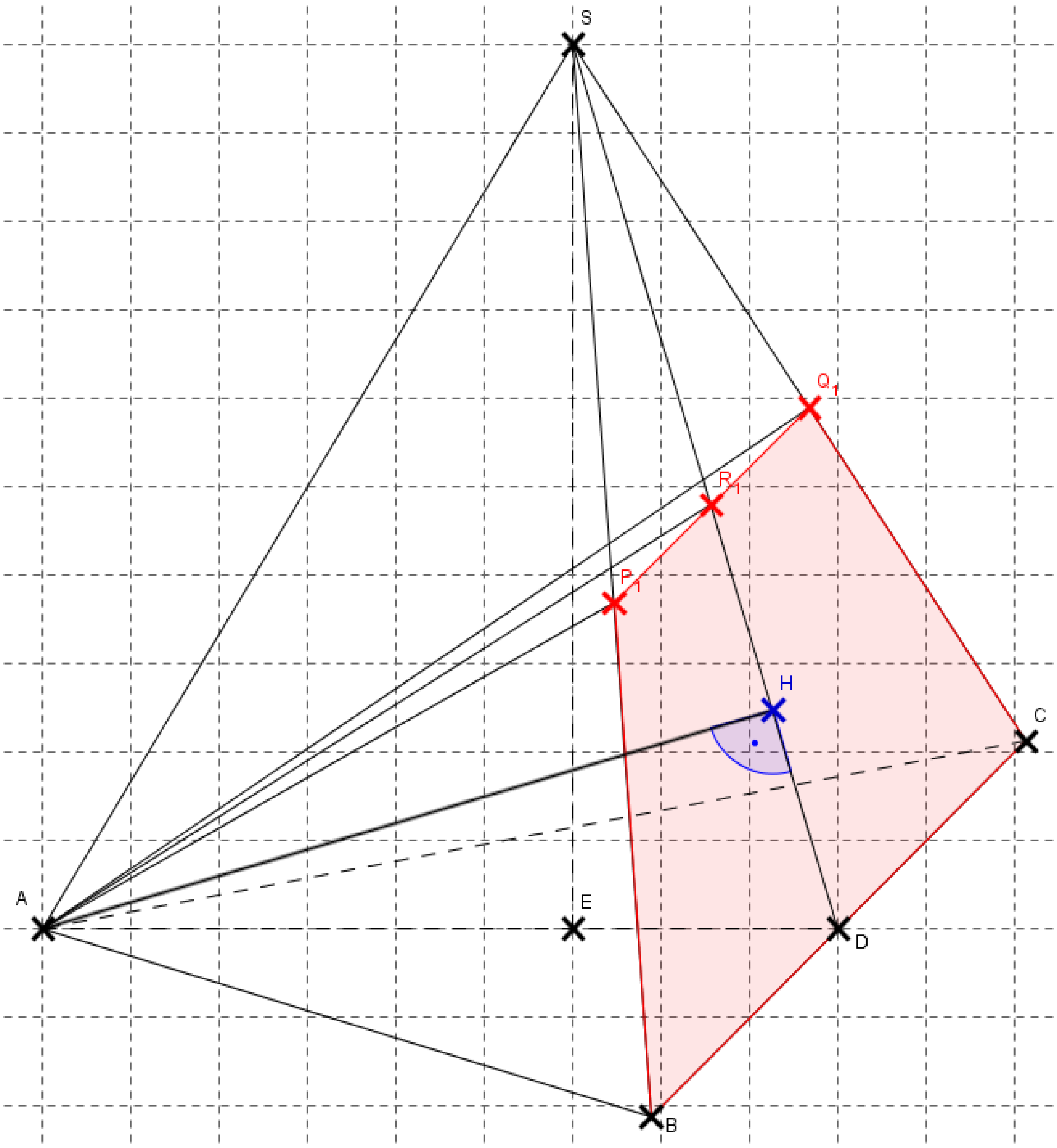
$$\sin \sphericalangle USV = \frac{\overline{UV}}{\overline{US}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{UV} = \sin \sphericalangle USV \cdot \overline{US} \text{ m} = \sin 55{,}73° \cdot 3{,}21 \text{ m} = 2{,}65 \text{ m}$$

$$M = \pi \cdot \overline{US} \cdot \overline{UV} = \pi \cdot 3{,}21 \cdot 2{,}65 \text{ m}^2 = 26{,}72 \text{ m}^2$$

Aufgabe A3

A 3.1



A 3.2

Dreieck EDS:

$$\tan \sphericalangle SDA = \frac{\overline{ES}}{\overline{ED}} = \frac{10}{3} = 3{,}33 \Leftrightarrow \sphericalangle SDA = 73{,}30°$$

$$\overline{DS} = \sqrt{\overline{ES}^2 + \overline{ED}^2}\ \text{cm} = \sqrt{10^2 + 3^2}\ \text{cm} = \sqrt{109}\ \text{cm} = 10{,}44\ \text{cm}$$

A 3.3

Kosinus-Satz im Dreieck ADR_1:

$$\overline{AR_1}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DR_1}^2 - 2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{DR_1} \cdot \cos 73{,}30°$$

$$\Leftrightarrow \overline{AR_1}^2 = (9^2 + 5^2 - 2 \cdot 9 \cdot 5 \cdot \cos 73{,}30°)\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AR_1}^2 = 80{,}14\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AR_1} = 8{,}95\ \text{cm}$$

$$\overline{DR_1}^2 = \overline{AR_1}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \cdot \overline{AR_1} \cdot \overline{AD} \cdot \cos \sphericalangle DAR_1$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle DAR_1 = \frac{\overline{DR_1}^2 - \overline{AR_1}^2 - \overline{AD}^2}{-2 \cdot \overline{AR_1} \cdot \overline{AD}}$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle DAR_1 = \frac{5^2 - 8,95^2 - 9^2}{-2 \cdot 8,95 \cdot 9} = 0,84$$

$\Leftrightarrow \sphericalangle DAR_1 = 32,35°$ (147,65° nicht möglich, da im Dreieck ADR_1 bereits ein Winkel das Maß 73,30° hat)

A 3.4

Vierstreckensatz im Bereich SBC:

$$\frac{\overline{P_nQ_n}(x)}{\overline{BC}} = \frac{\overline{SR_n}}{\overline{SD}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{P_nQ_n}(x) = \frac{\overline{SR_n} \cdot \overline{BC}}{\overline{SD}} \text{ cm} = \frac{(10,44 - x) \cdot 12}{10,44} \text{ cm}$$

$$A(x) = \frac{\overline{P_nQ_n}(x) + \overline{BC}}{2} \cdot x \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow A(x) = \frac{\frac{(10,44 - x) \cdot 12}{10,44} + 12}{2} \cdot x \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow A(x) = \left(\frac{(10,44 - x) \cdot 12}{20,88} + 6\right) \cdot x \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow A(x) = (6 - 0,57x + 6) \cdot x \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow A(x) = (-0,57x^2 + 12x) \text{ cm}^2$$

Ergebnis der Angabe entsteht, wenn man bereits bei $\overline{P_nQ_n}(x)$ rundet.

A 3.5

Dreieck ADH:

$$\sin \sphericalangle SDA = \frac{\overline{AH}}{\overline{AD}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AH} = \sin \sphericalangle SDA \cdot \overline{AD} \text{ cm} = \sin 73,30° \cdot 9 \text{ cm} = 8,62 \text{ cm}$$

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot A(x) \cdot \overline{AH} \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = \frac{1}{3} \cdot (-0,58x^2 + 12x) \cdot 8,62 \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V(x) = (-1,67x^2 + 34,48x) \text{ cm}^3$$

A 3.6

$$V_{ABCS} = \frac{1}{3} \cdot 0,5 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{ES} \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow V_{ABCS} = \frac{1}{3} \cdot 0,5 \cdot 9 \cdot 12 \cdot 10 \text{ cm}^3 = 180 \text{ cm}^3$$

Also: $90 = -1,67x^2 + 34,48x$

$\Leftrightarrow -1,67x^2 + 34,48x - 90 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-34,48 \pm \sqrt{34,48^2 - 4 \cdot (-1,67) \cdot (-90)}}{2 \cdot (-1,67)}$$

$$= \frac{-34,48 \pm \sqrt{587,6704}}{-3,34}$$

$\Rightarrow x_1 = 3,07$ (und $x_2 = 17,58$) $\mathbb{L} = \{3,07\}$

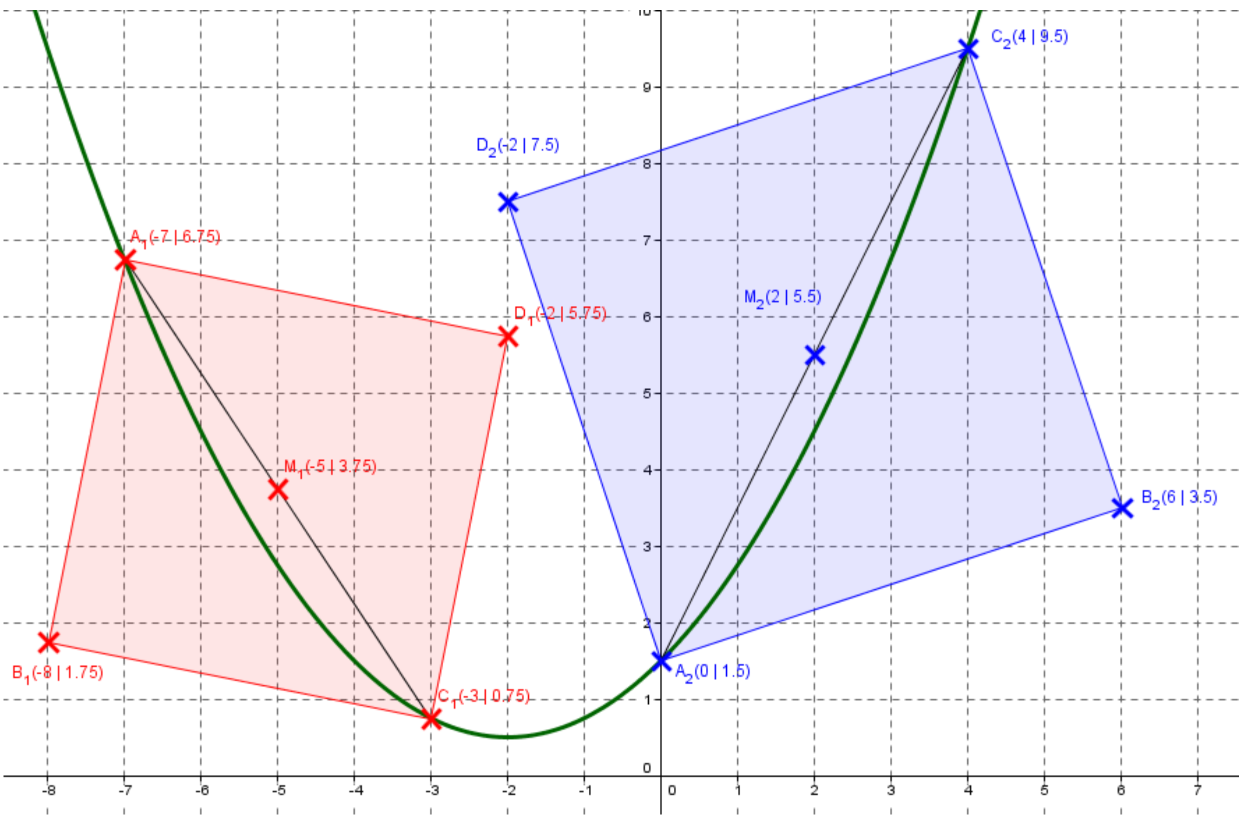
Aufgabe B1 **p: y = 0,25x² + x + 1,5**

B 1.1

$y = 0,25(x^2 + 4x) + 1,5$

$\Leftrightarrow y = 0,25(x^2 + 4x + 2^2 - 2^2) + 1,5$

$\Leftrightarrow y = 0,25(x + 2) + 0,5$ Damit ist $S(-2 \mid 0,5)$



B 1.2

x-Koordinate: $x + 4$

y-Koordinate: $0,25(x + 4)^2 + (x + 4) + 1,5$

$= 0,25(x^2 + 8x + 16) + x + 4 + 1,5$

$= 0,25x^2 + 2x + 4 + x + 5,5$

$= 0,25x^2 + 3x + 9,5$

Damit ist $C_n(x + 4 \mid 0,25x^2 + 3x + 9,5)$

B 1.3

$$\overline{A_nC_n}(x) = \sqrt{(x + 4 - x)^2 + (0{,}25x^2 + 3x + 9{,}5 - (\mathbf{0{,}25x^2 + x + 1{,}5}))^2}\ \text{cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{A_nC_n}(x) = \sqrt{16 + (0{,}25x^2 + 3x + 9{,}5 - 0{,}25x^2 - x - 1{,}5)^2}\ \text{cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{A_nC_n}(x) = \sqrt{16 + (2x + 8)^2}\ \text{cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{A_nC_n}(x) = \sqrt{16 + 4x^2 + 32x + 64}\ \text{cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{A_nC_n}(x) = \sqrt{4x^2 + 32x + 80}\ \text{cm}$$

$$A(x) = 0{,}5 \cdot \overline{A_nC_n}^2$$

$$\Leftrightarrow A(x) = 0{,}5 \cdot \sqrt{4x^2 + 32x + 80}^2\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow A(x) = (2x^2 + 16x + 40)\ \text{cm}^2$$

B 1.4

$$A_{min} = 2(x^2 + 8x) + 40$$

$$\Leftrightarrow A_{min} = 2(x^2 + 8x + 4^2 - 4^2) + 40$$

$$\Leftrightarrow A_{min} = 2(x + 4)^2 + 8$$

Damit ist $A_{min} = 8$ für $x = -4$.

B 1.5

$$25 = 2x^2 + 16x + 40$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 16x + 15 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \cdot 2 \cdot 15}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{-16 \pm \sqrt{136}}{4} \Rightarrow x_1 = -1{,}08 \text{ und } x_2 = -6{,}92 \quad \mathbb{L} = \{-6{,}92;\ -1{,}08\}$$

Damit $C_3(-1{,}08 + 4 \mid y) \Rightarrow C_3(2{,}92 \mid y)$ und

$C_4(-6{,}92 + 4 \mid y) \Rightarrow C_4(-2{,}92 \mid y)$

B 1.6

$$\overrightarrow{A_nC_n} = \begin{pmatrix} x + 4 - x \\ 0{,}25x^2 + 3x + 9{,}5 - (0{,}25x^2 + x + 1{,}5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2x + 8 \end{pmatrix}$$

Damit ist $m = \frac{2x + 8}{4}$

$$\tan 35° = \frac{2x + 8}{4}$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot \tan 35° = 2x + 8$$

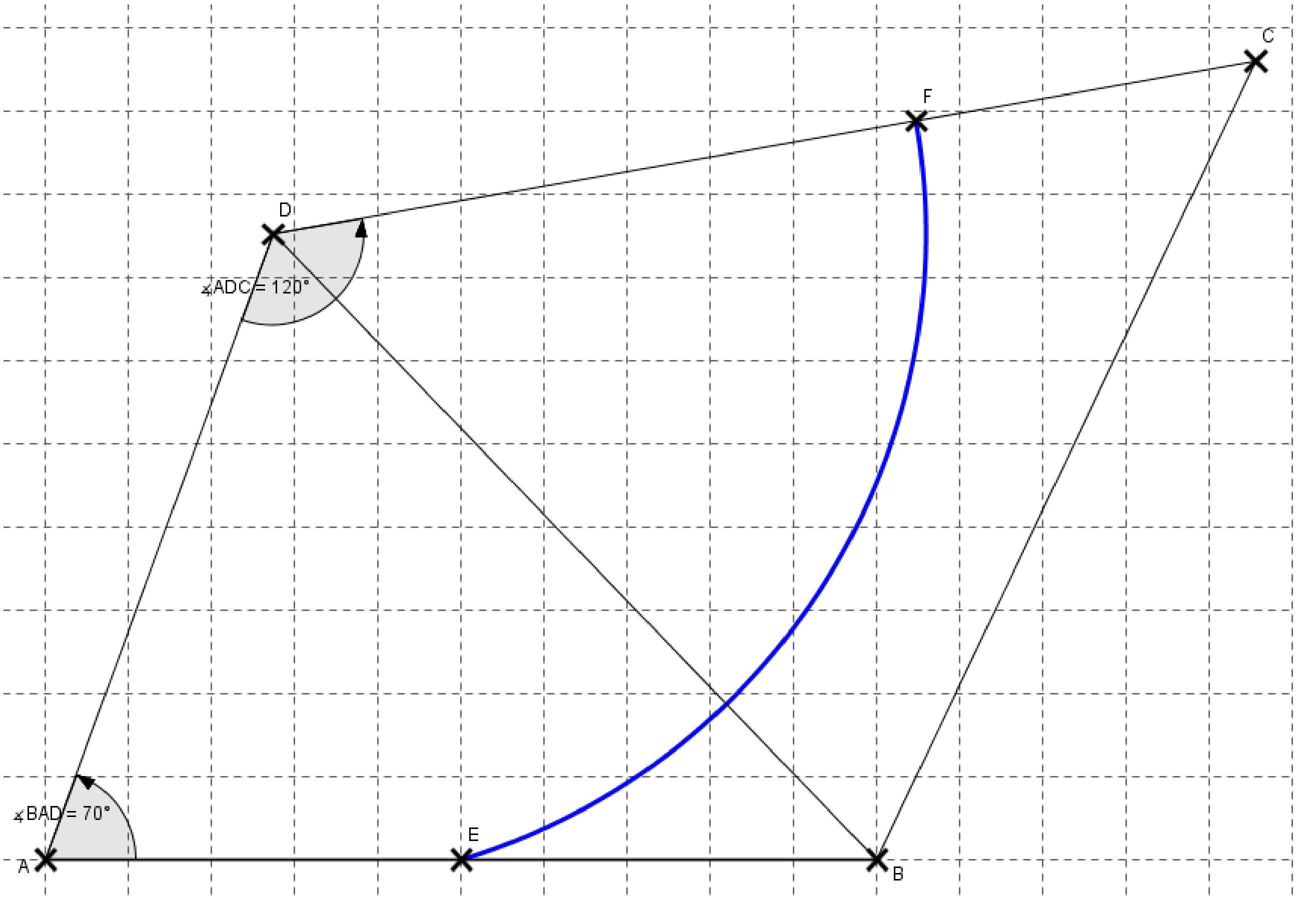
$$\Leftrightarrow 2x = 4 \cdot \tan 35° - 8$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \cdot \tan 35° - 4 = -2{,}60 \quad \mathbb{L} = \{-2{,}60\}$$

Aufgabe B2

B 2.1

Maßstab: 1 : 1000



B 2.2

Kosinus-Satz im Dreieck AED:

$$\overline{DE}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{AE}^2 - 2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{AE} \cdot \cos 70°$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{DE}^2 = (80^2 + 50^2 - 2 \cdot 80 \cdot 50 \cdot \cos 70°)\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{DE}^2 = 6163{,}8\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{DE} = 78{,}5\ m$$

B 2.3

Kosinus-Satz im Dreieck AED:

$$\overline{AE}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \cdot \overline{DE} \cdot \overline{AD} \cdot \cos \sphericalangle ADE$$

$$\Leftrightarrow \quad \cos \sphericalangle ADE = \frac{\overline{AE}^2 - \overline{DE}^2 - \overline{AD}^2}{-2 \cdot \overline{DE} \cdot \overline{AD}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \cos \sphericalangle ADE = \frac{50^2 - 78{,}5^2 - 80^2}{-2 \cdot 78{,}5 \cdot 80} = 0{,}80$$

$$\Leftrightarrow \quad \sphericalangle ADE = 36{,}8°$$

$$\sphericalangle EDF = 120° - \sphericalangle ADE = 120° - 36{,}8° = 83{,}2°$$

$u = (\overline{FD} + \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{DE} \cdot \pi \cdot \frac{83,2°}{180°})\ m$

$\Leftrightarrow u = (78,5 + 80 + 50 + 78,5 \cdot \pi \cdot \frac{83,2°}{180°})\ m = 322,5\ m$

B 2.4

$A_{See} = A_{AED} + A_{SektorDEF}$

$\Leftrightarrow A_{See} = (0,5 \cdot \sin 70° \cdot \overline{AE} \cdot \overline{AD} + \overline{DE}^2 \cdot \pi \cdot \frac{83,2°}{360°})\ m^2$

$\Leftrightarrow A_{See} = (0,5 \cdot \sin 70° \cdot 50 \cdot 80 + 78,5^2 \cdot \pi \cdot \frac{83,2°}{360°})\ m^2 = 6353,5\ m^2$

Also: $\frac{1}{12} \cdot 6353,5\ m^2 = r^2 \cdot \pi$

$\Leftrightarrow r^2 = \frac{\frac{1}{12} \cdot 6353,5\ m^2}{\pi}$

$\Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{\frac{1}{12} \cdot 6353,5\ m^2}{\pi}} = 12,9\ m$

B 2.5

Kosinus-Satz im Dreieck ABD:

$\overline{DB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{AB}^2 - 2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{AB} \cdot \cos 70°$

$\Leftrightarrow \overline{DB}^2 = (80^2 + 100^2 - 2 \cdot 80 \cdot 100 \cdot \cos 70°)\ m^2$

$\Leftrightarrow \overline{DB}^2 = 10927,7\ m^2$

$\Leftrightarrow \overline{DB} = 104,5\ m$

$\overline{AB}^2 = \overline{DB}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \cdot \overline{DB} \cdot \overline{AD} \cdot \cos \sphericalangle ADB$

$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle ADB = \frac{\overline{AB}^2 - \overline{DB}^2 - \overline{AD}^2}{-2 \cdot \overline{DB} \cdot \overline{AD}}$

$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle ADB = \frac{100^2 - 104,5^2 - 80^2}{-2 \cdot 104,5 \cdot 80} = 0,44$

$\Leftrightarrow \sphericalangle ADB = 64°$

$\sphericalangle BDC = 120° - \sphericalangle ADB = 120° - 64° = 56°$

$A_{alles} = A_{ABD} + A_{BCD}$

$\Leftrightarrow A_{alles} = (0,5 \cdot \sin 70° \cdot \overline{AD} \cdot \overline{AB} + 0,5 \cdot \sin 56° \cdot \overline{DC} \cdot \overline{DB})\ m^2$

$\Leftrightarrow A_{alles} = (0,5 \cdot \sin 70° \cdot 80 \cdot 100 + 0,5 \cdot \sin 56° \cdot 120 \cdot 104,5)\ m^2$

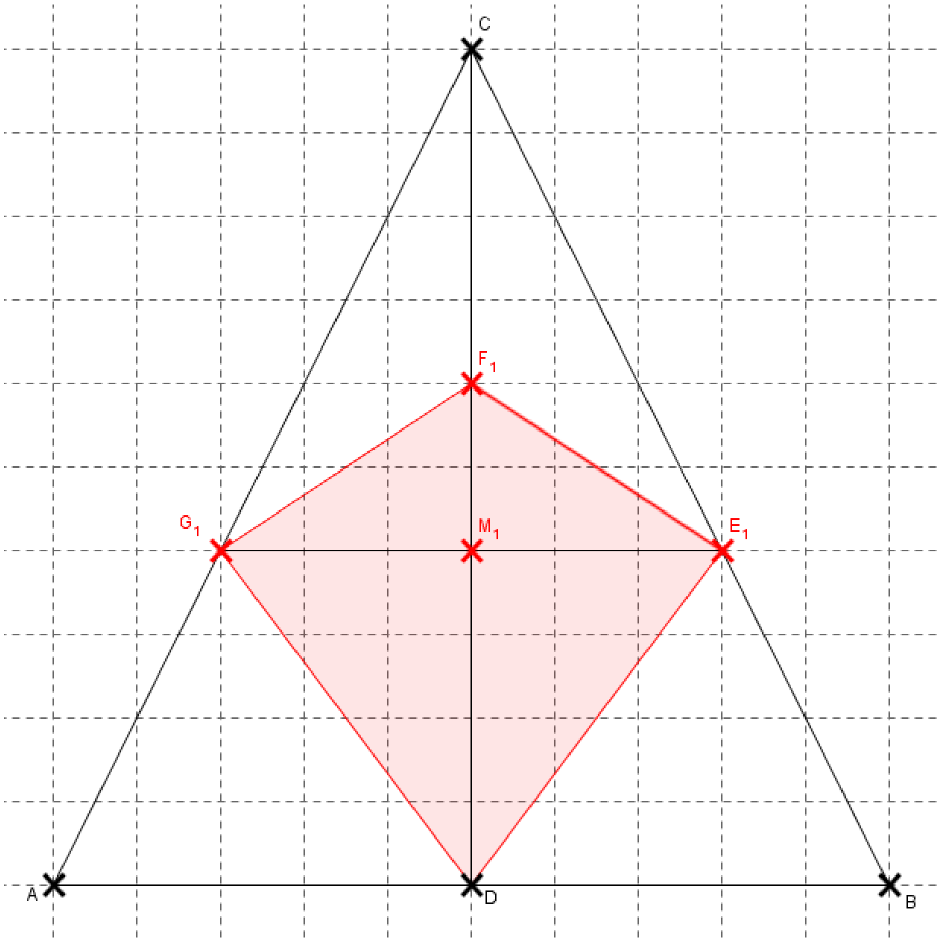
$\Leftrightarrow A_{alles} = 8956,8\ m^2$

$6353,5 : 8956,8 = 0,7093$

$1 - 0,7093 = 0,2907 \quad \Rightarrow 29,1\ \%$

Aufgabe B3

B 3.1



Vierstreckensatz:

$$\frac{\overline{E_nG_n}(x)}{\overline{AB}} = \frac{\overline{DC} - x}{\overline{DC}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{E_nG_n}(x) = \frac{(\overline{DC} - x) \cdot \overline{AB}}{\overline{DC}} \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overline{E_nG_n}(x) = \frac{(10 - x) \cdot 10}{10} \text{ cm} = (10 - x) \text{ cm}$$

B 3.2

$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \overline{AD}^{\,2} \cdot \overline{DC} \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow \quad V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 10 \text{ cm}^3 = 261{,}80 \text{ cm}^3$$

$$\overline{G_1M_1} = 0{,}5 \cdot \overline{E_1G_1} = 0{,}5 \cdot (10 - 4) \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

$$V_{Doppelkegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \overline{G_1M_1}^{\,2} \cdot \overline{DF_1} \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow \quad V_{Doppelkegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 6 \text{ cm}^3 = 56{,}55 \text{ cm}^3$$

$$56{,}55 : 261{,}80 = 0{,}2160 \Rightarrow 21{,}60\ \%$$

B 3.3

Dreieck DE_2M_2:

$$\tan 58° = \frac{0{,}5 \cdot \overline{E_2G_2}}{x}$$

$\Leftrightarrow x \cdot \tan 58° = 0{,}5 \cdot \overline{E_2G_2}$

$\Leftrightarrow x \cdot \tan 58° = 0{,}5 \cdot (10 - x)$

$\Leftrightarrow x \cdot \tan 58° = 5 - 0{,}5x$

$\Leftrightarrow x \cdot \tan 58° + 0{,}5x = 5$

$\Leftrightarrow x \cdot (\tan 58° + 0{,}5) = 5$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{5}{\tan 58° + 0{,}5} = 2{,}38 \quad \mathbb{L} = \{2{,}38\}$

B 3.4

$\overline{E_nM_n} = 0{,}5 \cdot \overline{E_nG_n}$ cm $= 0{,}5 \cdot (10 - x)$ cm $= (5 - 0{,}5x)$ cm

Dreieck ME_nF_n:

$\overline{E_nF_n}(x) = \sqrt{\overline{E_nM_n}^2 + 2^2}$ cm

$\Leftrightarrow \overline{E_nF_n}(x) = \sqrt{(5 - 0{,}5x)^2 + 4}$ cm

$\Leftrightarrow \overline{E_nF_n}(x) = \sqrt{25 - 5x + 0{,}25x^2 + 4}$ cm

$\Leftrightarrow \overline{E_nF_n}(x) = \sqrt{0{,}25x^2 - 5x + 29}$ cm

Dreieck DE_nM_n:

$\overline{DE_n}(x) = \sqrt{\overline{E_nM_n}^2 + x^2}$ cm

$\Leftrightarrow \overline{DE_n}(x) = \sqrt{(5 - 0{,}5x)^2 + x^2}$ cm

$\Leftrightarrow \overline{DE_n}(x) = \sqrt{25 - 5x + 0{,}25x^2 + x^2}$ cm

$\Leftrightarrow \overline{DE_n}(x) = \sqrt{1{,}25x^2 - 5x + 25}$ cm

$\overline{E_nF_n}(x) = \overline{DE_n}(x)$

$\Leftrightarrow \sqrt{0{,}25x^2 - 5x + 29} = \sqrt{1{,}25x^2 - 5x + 25}$

$\Leftrightarrow 0{,}25x^2 - 5x + 29 = 1{,}25x^2 - 5x + 25$

$\Leftrightarrow -x^2 + 4 = 0$

$\Leftrightarrow x = 2 \quad \mathbb{L} = \{2\}$

Damit ist $\overline{E_3F_3} = \sqrt{0{,}25 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 29}$ cm $= 4{,}47$ cm

$O = 2 \cdot M = 2 \cdot \overline{E_3M_3} \cdot \overline{E_3F_3} \cdot \pi$

$\Leftrightarrow O = 2 \cdot (5 - 0{,}5 \cdot 2) \cdot 4{,}47 \cdot \pi$ cm² $= 112{,}34$ cm²

B 3.5

a) E_n wandert auf B: Dreieck EBM_n: [blau]

$\tan \varepsilon_1 = \frac{2}{5} = 0{,}4 \Leftrightarrow \varepsilon_1 = 21{,}80°$

b) F_n wandert auf C: Dreieck EBM_n: [grün]

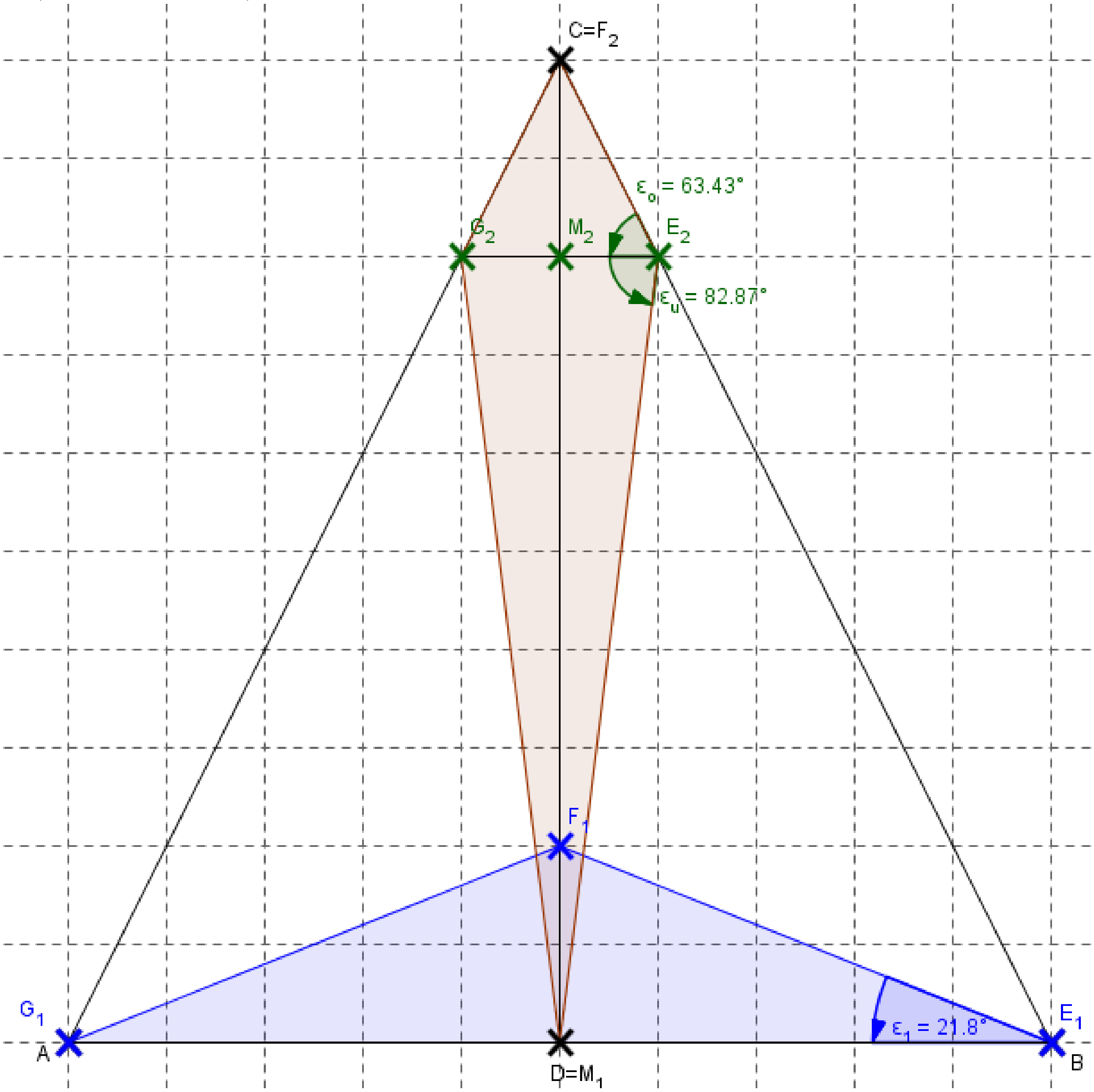
Dann ist x = 8 und somit $\overline{E_nM_n} = 1$ cm

$\tan \varepsilon_{oben} = \frac{2}{1} = 2 \Leftrightarrow \varepsilon_{oben} = 63{,}43°$

$\tan \varepsilon_{unten} = \frac{8}{1} = 8 \Leftrightarrow \varepsilon_{unten} = 82{,}87°$

Damit ist $\varepsilon_2 = 63{,}43° + 82{,}87° = 146{,}30°$ und es gilt:

$21{,}80 < \varepsilon \leqq 146{,}30°$

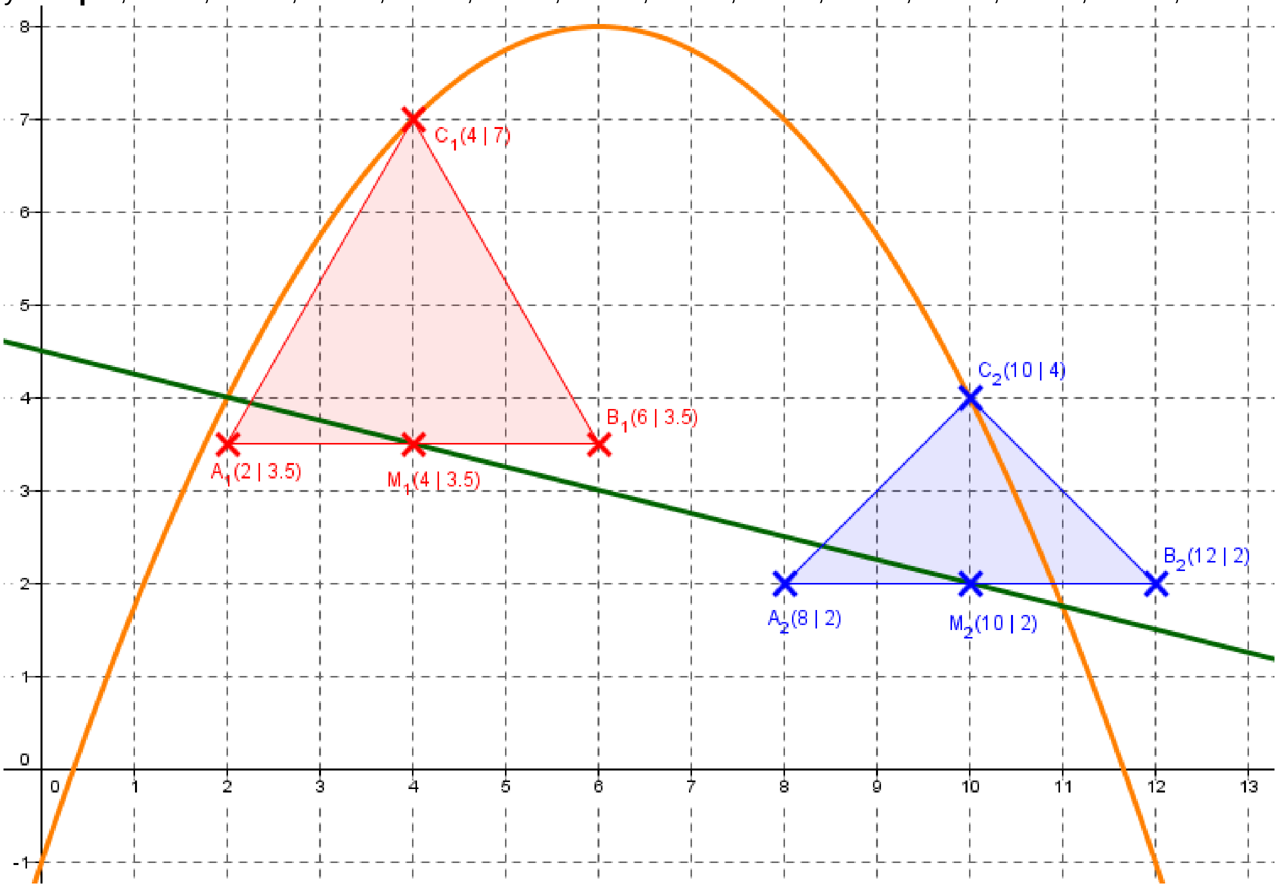


Aufgabe C1

C 1.1 und C 1.2

$p: y = -0{,}25x^2 + 3x - 1$ $\quad$ $g: y = -0{,}25x + 4{,}5$

x	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00
y	-1,00	1,75	4,00	5,75	7,00	7,75	8,00	7,75	7,00	5,75	4,00	1,75	-1,00



C 1.3

$-0{,}25x^2 + 3x - 1 = -0{,}25x + 4{,}5$

$\Leftrightarrow -0{,}25x^2 + 3{,}25x - 5{,}5 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3{,}25 \pm \sqrt{3{,}25^2 - 4 \cdot (-0{,}25) \cdot (-5{,}5)}}{2 \cdot (-0{,}25)}$$

$$= \frac{-3{,}25 \pm \sqrt{5{,}0625}}{-0{,}5} \quad \Rightarrow x_1 = 2 \text{ und } x_2 = 1 \quad \mathbb{L} = \{2;\ 11\}$$

Damit gilt: $2 < x < 11$

C 1.4

$$\overline{M_nC_n}(x) = \sqrt{(x - x)^2 + (-0{,}25x^2 + 3x - 1 - (-0{,}25x + 4{,}5))^2}$$

$$\Leftrightarrow \overline{M_nC_n}(x) = (-0{,}25x^2 + 3x - 1 + 0{,}25x - 4{,}5) \text{ LE}$$

$$\Leftrightarrow \overline{M_nC_n}(x) = (-0{,}25x^2 + 3{,}25x - 5{,}5) \text{ LE}$$

C 1.5

$A_{max} = 0{,}5 \cdot 4 \cdot (-0{,}25x^2 + 3{,}25x - 5{,}5)$ FE

$\Leftrightarrow A_{max} = (-0{,}5x^2 + 6{,}5x - 11)$ FE

$\Leftrightarrow A_{max} = [-0{,}5(x^2 - 13x) - 11]$ FE

$\Leftrightarrow A_{max} = [-0{,}5(x^2 - 13x + 6{,}5^2 - 6{,}5^2) - 11]$ FE

$\Leftrightarrow A_{max} = [-0{,}5(x - 6{,}5)^2 + 10{,}125]$ FE

Damit ist $A_{max} = 10{,}125$ FE (gerundet: 10,13 FE) für $x = 6{,}5$.

C 1.6

Dreieck AMC:

$$\tan 60° = \frac{\overline{CM}}{\overline{AM}}$$

$\Leftrightarrow \overline{CM} = \tan 60° \cdot \overline{AM}$ LE $= \tan 60° \cdot 2$ cm $= \sqrt{3} \cdot 2$ cm

$\sqrt{3} \cdot 2 = -0{,}25x^2 + 3{,}25x - 5{,}5$

$\Leftrightarrow -0{,}25x^2 + 3{,}25x - 5{,}5 - \sqrt{3} \cdot 2 = 0$

$\Leftrightarrow -0{,}25x^2 + 3{,}25x - 8{,}96 = 0$

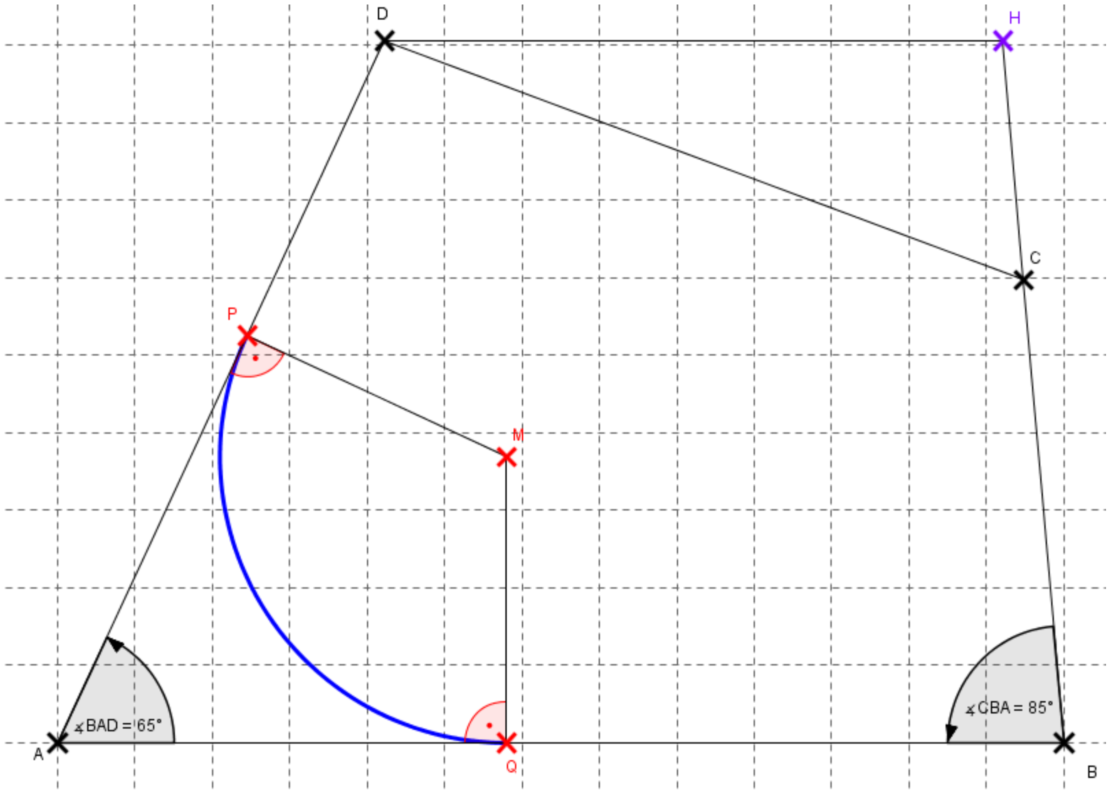
$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3{,}25 \pm \sqrt{3{,}25^2 - 4 \cdot (-0{,}25) \cdot (-8{,}96)}}{2 \cdot (-0{,}25)}$$

$$= \frac{-3{,}25 \pm \sqrt{1{,}6025}}{-0{,}5} \Rightarrow x_1 = 3{,}97 \text{ und } x_2 = 9{,}03 \quad \mathbb{L} = \{3{,}97;\ 9{,}03\}$$

Damit ist $C_3(3{,}97 \mid 6{,}97)$ und $C_4(9{,}03 \mid 5{,}70)$.

Aufgabe C2

C 2.1



C 2.2

Kosinus-Satz im Dreieck ABC:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos 85°$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC}^2 = (26^2 + 12^2 - 2 \cdot 26 \cdot 12 \cdot \cos 85°)\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 765{,}61\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = 27{,}67\ m$$

$$\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 - 2 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AB} \cdot \cos \measuredangle BAC$$

$$\Leftrightarrow \cos \measuredangle BAC = \frac{\overline{BC}^2 - \overline{AC}^2 - \overline{AB}^2}{-2 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AB}}$$

$$\Leftrightarrow \cos \measuredangle BAC = \frac{12^2 - 27{,}67^2 - 26^2}{-2 \cdot 27{,}67 \cdot 26} = 0{,}90$$

$$\Leftrightarrow \measuredangle BAC = 25{,}60°$$

C 2.3

$\measuredangle CAD = 65° - 25{,}60° = 39{,}4°$

Kosinus-Satz im Dreieck ACD:

$$\overline{CD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AD} \cdot \cos 39{,}4°$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD}^2 = (27{,}67^2 + 20^2 - 2 \cdot 27{,}67 \cdot 20 \cdot \cos 39{,}4°)\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 310{,}37\ m^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD} = 17{,}62\ m$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{CD}^2 - 2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{CD} \cdot \cos \sphericalangle ADC$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle ADC = \frac{\overline{AC}^2 - \overline{AD}^2 - \overline{CD}^2}{-2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{CD}}$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle ADC = \frac{27{,}67^2 - 20^2 - 17{,}62^2}{-2 \cdot 20 \cdot 17{,}62} = -0{,}08$$

$$\Leftrightarrow \sphericalangle ADC = 94{,}49°$$

$$\sphericalangle DCB = 360° - 65° - 85° - 94{,}49° = 115{,}51°$$

C 2.4
Schnittpunkt der Senkrechten auf P und Q ergibt M.
Dreieck AQM:

$$\tan 0{,}5 \cdot \sphericalangle BAD = \frac{\overline{MQ}}{\overline{AQ}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{MQ} = \tan 0{,}5 \cdot \sphericalangle BAD \cdot \overline{AQ}\ m = \tan 32{,}5° \cdot 11{,}60\ m = 7{,}39\ m$$

$$\tan \sphericalangle AMQ = \frac{\overline{AQ}}{\overline{MQ}} = \frac{11{,}60}{7{,}39} = 1{,}57 \Leftrightarrow \sphericalangle AMQ = 57{,}50°$$

Damit ist $\sphericalangle PMQ = 57{,}50° + 57{,}50° = 115°$

$$A_{AQMP} = 2 \cdot A_{AQM}$$

$$\Leftrightarrow A_{AQMP} = 2 \cdot 0{,}5 \cdot \overline{AQ} \cdot \overline{MQ}\ m^2$$

$$\Leftrightarrow A_{AQMP} = 11{,}60 \cdot 7{,}39\ m^2 = 85{,}72\ m^2$$

$$A_{Sektor} = \overline{MQ}^2 \cdot \pi \cdot \frac{115°}{360°}$$

$$\Leftrightarrow A_{Sektor} = 7{,}39^2 \cdot \pi \cdot \frac{115°}{360°}\ m^2 = 54{,}81\ m^2$$

$$A_{Abtretung} = 85{,}72\ m^2 - 54{,}81\ m^2 = 30{,}91\ m^2$$

C 2.5
Alles im Dreieck DCH:

$$\sphericalangle HCD = 180° - 115{,}51° = 64{,}49°$$

$$\sphericalangle CDH = 180° - 65° - 94{,}49° = 20{,}51°$$

$$\sphericalangle DHC = 180° - 64{,}49° - 20{,}51° = 95°$$

Sinus-Satz:

$$\frac{\overline{DH}}{\sin 64{,}49°} = \frac{\overline{CD}}{\sin 95°}$$

$$\Leftrightarrow \overline{DH} = \frac{\overline{CD} \cdot \sin 64{,}49°}{\sin 95°}\ m = \frac{17{,}62 \cdot \sin 64{,}49°}{\sin 95°}\ m = 15{,}96\ m$$

$$A_{DCH} = 0{,}5 \cdot \sin 20{,}51° \cdot \overline{DH} \cdot \overline{CD}$$

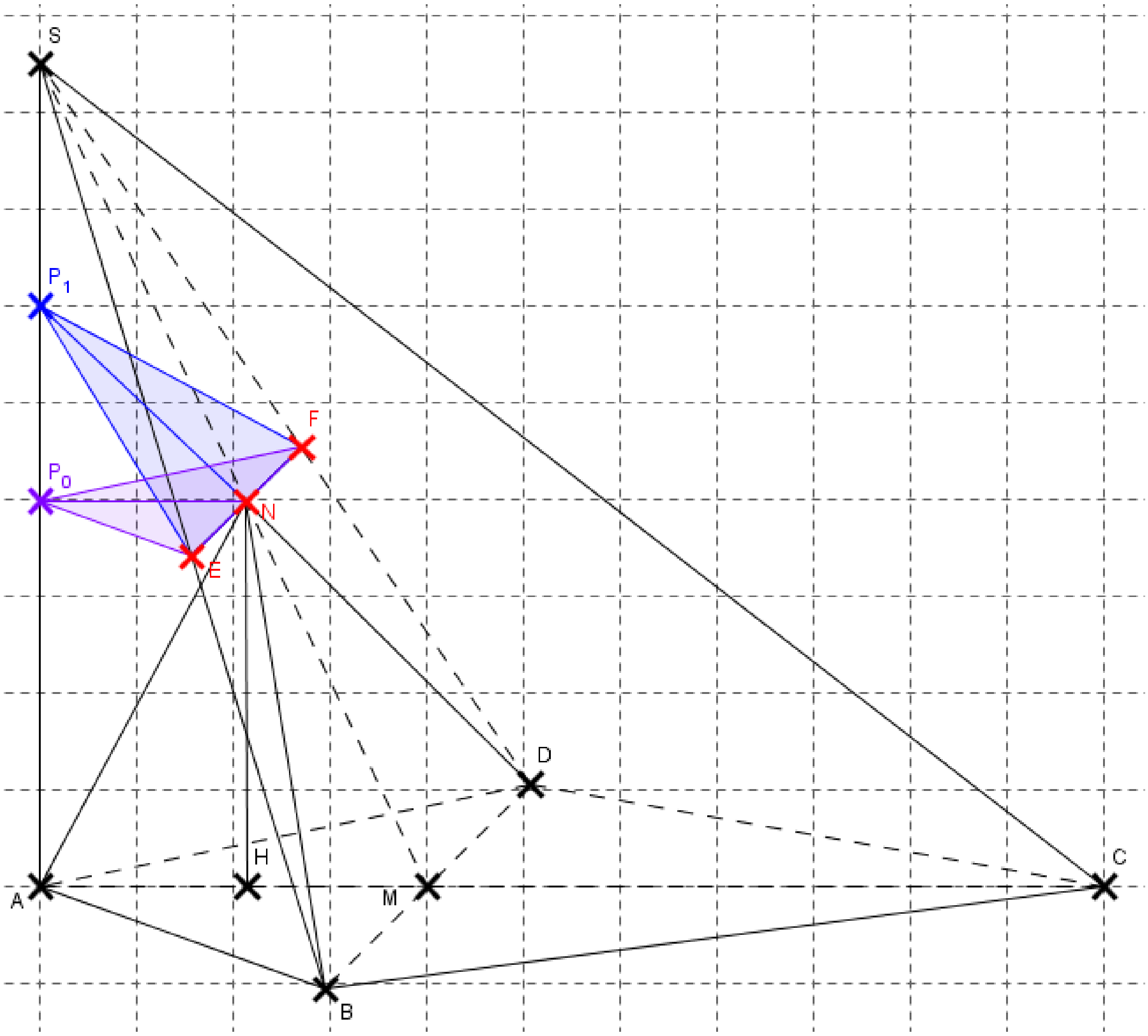
$$\Leftrightarrow A_{DCH} = 0{,}5 \cdot \sin 20{,}51° \cdot 15{,}96 \cdot 17{,}62\ m^2 = 49{,}26\ m^2$$

$49{,}26 - 30{,}91 = 18{,}35$

$18{,}35 : 30{,}91 = 0{,}5937 \Rightarrow 59{,}37\ \%$

Aufgabe C3

C 3.1



Dreieck AMS:

$$\tan \sphericalangle SMA = \frac{\overline{AS}}{\overline{AM}} = \frac{8{,}5}{4} = 2{,}125 \Leftrightarrow \sphericalangle SMA = 64{,}80°$$

$$\overline{MS} = \sqrt{\overline{AM}^2 + \overline{AS}^2}\ \text{cm} = \sqrt{4^2 + 8{,}5^2}\ \text{cm} = \sqrt{88{,}25}\ \text{cm} = 9{,}39\ \text{cm}$$

C 3.2

Vierstrecken-Satz im Bereich SBD:

$$\frac{\overline{EF}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{SN}}{\overline{SM}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{EF} = \frac{\overline{SN} \cdot \overline{BD}}{\overline{SM}} = \frac{5 \cdot 6}{9{,}39}\ \text{cm} = 3{,}19\ \text{cm}$$

C 3.3
Dreieck AMS:
$\sphericalangle ASM = 180° - 90° - 64{,}80° = 25{,}20°$
Kosinus-Satz im Dreieck P_1NS:

$$\overline{P_1N}^2 = \overline{SP_1}^2 + \overline{SN}^2 - 2 \cdot \overline{SP_1} \cdot \overline{SN} \cdot \cos 25{,}20°$$

$$\Leftrightarrow \overline{P_1N}^2 = (2{,}5^2 + 5^2 - 2 \cdot 2{,}5 \cdot 5 \cdot \cos 25{,}20°)\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{P_1N}^2 = 8{,}63\ \text{cm}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{P_1N} = 2{,}94\ \text{cm}$$

$$\overline{SP_1}^2 = \overline{P_1N}^2 + \overline{SN}^2 - 2 \cdot \overline{P_1N} \cdot \overline{SN} \cdot \cos \sphericalangle SNP_1$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle SNP_1 = \frac{\overline{SP_1}^2 - \overline{P_1N}^2 - \overline{SN}^2}{-2 \cdot \overline{P_1N} \cdot \overline{SN}}$$

$$\Leftrightarrow \cos \sphericalangle SNP_1 = \frac{2{,}5^2 - 2{,}94^2 - 5^2}{-2 \cdot 2{,}94 \cdot 5} = 0{,}93 \quad \Leftrightarrow \sphericalangle SNP_1 = 21{,}29°$$

C 3.4
Dreieck P_0NS:

$$\sin \sphericalangle ASM = \frac{\overline{P_0N}}{\overline{SN}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{P_0N} = \sin \sphericalangle ASM \cdot \overline{SN}\ \text{cm} = \sin 25{,}20° \cdot 5\ \text{cm} = 2{,}13\ \text{cm}$$

$$A = 0{,}5 \cdot \overline{EF} \cdot \overline{P_0N} = 0{,}5 \cdot 3{,}19 \cdot 2{,}13\ \text{cm}^2 = 3{,}40\ \text{cm}^2$$

C 3.5
Dreieck HMN:

$$\tan \sphericalangle SMA = \frac{\overline{HN}}{\overline{HM}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{HN} = \tan \sphericalangle SMA \cdot \overline{HM}\ \text{cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{HN} = \tan \sphericalangle SMA \cdot (\overline{AM} - \overline{P_0N})\ \text{cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{HN} = \tan 64{,}80° \cdot (4\ \text{cm} - 2{,}13\ \text{cm}) = 3{,}97\ \text{cm}$$

$$V_{ABDN} = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot \overline{BD} \cdot \overline{AM} \cdot \overline{HN}$$

$$\Leftrightarrow V_{ABDN} = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 3{,}97\ \text{cm}^3 = 15{,}88\ \text{cm}^3$$

$$V_{ABCDS} = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot \overline{BD} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AS}$$

$$\Leftrightarrow V_{ABCDS} = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 8{,}5\ \text{cm}^3 = 93{,}50\ \text{cm}^3$$

$15{,}88 : 93{,}50 = 0{,}1698 \Rightarrow 16{,}98\ \%$