Abschlussprüfung 2000
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe A**

1.0 Die Parabel p hat die Gleichung $y = -0{,}5x^2 + x + 5{,}5$ und die Gerade g hat die Gleichung $y = -\frac{1}{6}x - 2{,}5$; es gilt $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
Der Punkt A(-3|-2) ist einer der beiden Schnittpunkte der Parabel p mit der Geraden g.

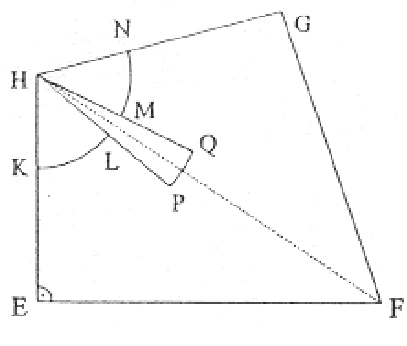
1.1 Erstellen Sie für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [-3; 5]$ in Schritten von $\Delta x = 1$.
Zeichnen Sie den Punkt A, die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \leqq x \leqq 6$; $-4 \leqq y \leqq 7$

1.2 Die Punkte $B_n(x \mid -\frac{1}{6}x - 2{,}5)$ auf der Geraden g und die Punkte $D_n(x \mid -0{,}5x^2 + x + 5{,}5)$ auf der Parabel p haben jeweils dieselbe Abszisse x. Zusammen mit den Punkten A und C(4|1,5) auf der Parabel p sind sie für $-3 < x < 4$ die Eckpunkte von Vierecken AB_nCD_n.
Zeichnen Sie die Vierecke AB_1CD_1 für x =-1 und AB_2CD_2 für x = 2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Die Winkel D_nB_nA haben stets das gleiche Maß ε. Berechnen Sie ε auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\varepsilon = 80{,}54°$]

1.3 Im Viereck AB_3CD_3 hat der Winkel CB_3A das Maß $\beta = 90°$. Zeichnen Sie das Viereck AB_3CD_3 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein, und berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes B, auf zwei Stellen nach dein Komma gerundet .

1.4 In den Vierecken AB_4CD_4 und AB_5CD_5, sind beide Diagonalen jeweils gleich lang. Berechnen Sie die x-Koordinaten der Eckpunkte B_4 und B_5. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Grundstück EFGH, auf dem ein Openairkonzert stattfinden soll. Es gelten folgende Maße: $\overline{EF} = 130$ m; $\sphericalangle FEH = 90°$; $\overline{EH} = 85$ m; $\overline{HG} = 95$ m; $\sphericalangle GEH = 40°$.



2.1 Zeichnen Sie das Grundstück EFGH im Maßstab 1:1000. Berechnen Sie sodann das Maß β des Winkels EHG.
(Auf eine Stelle nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\beta = 104{,}9°$]

2.2 Das Grundstück soll für die Veranstaltung umzäunt werden. Berechnen Sie den Umfang des Grundstücks EFGH. (Auf ganze Meter runden.)

2.3 Die Bühnenfläche für die Musikgruppen setzt sich aus den drei Kreissektoren HKL, HPQ und HMN zusammen, die den Punkt H als gemeinsamen Kreismittelpunkt haben. Es gelten folgende Maße: $\overline{HK} = \overline{HM}$ = 35 m; $\overline{HP}$ = 65 m. Die Gerade FH ist die Symmetrieachse des Kreissektors HPQ. Der Bogen $\overset{\frown}{PQ}$ hat die Länge 15,9 m.
Berechnen Sie das Maß α des Winkels PHQ auf eine Stelle nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann den Grundriss der Bühne in die Zeichnung von 2.1 ein.
[Teilergebnis: α = 14,0°]

2.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Grundstücks EFGH und den Flächeninhalt der Bühne jeweils auf ganze Quadratmeter gerundet.
[Ergebnis: A_{EFGH} = 11027 m² ; $A_{Bühne}$ = 1488 m²]

2.5 Es werden so viele Eintrittskarten bereitgestellt, dass sich bei ausverkauftem Konzert durchschnittlich eine Person auf jedem Quadratmeter des Zuhörerbereichs aufhält. Wie viele Karten werden bereitgestellt? Wie viel Prozent der Karten bleiben übrig, wenn nur 9000 Eintrittskarten ausgegeben werden? (Auf eine Stelle nach dem Komma runden.)

3.0 Im gleichschenkligen Dreieck ABC ist M der Mittelpunkt der Basis [BC].
Es gilt: $\overline{BC}$ = 8 cm und $\overline{AM}$ = 7 cm.
Das Dreieck ABC ist die Grundfläche des geraden Prismas ABCDEF mit der Höhe $\overline{AD}$ = 5 cm. Der Punkt N ist der Mittelpunkt der Strecke [EF].

3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild des Prismas ABCDEF. Dabei soll [AM] auf der Schrägbildachse liegen. Zeichnen Sie die Strecken [DN] und [MN] ein.
Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

3.2 Punkte P_n mit $\overline{AP}_n$ = x cm ($x < 7$; $x \in \mathbb{R}^+$) liegen auf [AM]. Punkte S_n erhält man durch Verlängerung der Strecke [MN] über N hinaus um x cm. Die Punkte P_n und S_n sind zusammen mit den Punkten B und C die Eckpunkte von Pyramiden BCP_nS_n mit den Spitzen S_n. Zeichnen Sie die Pyramide BCP_1S_1 für x = 4 in das Schrägbild zu 3.1 ein.

3.3 Die Pyramide $R_1T_1Q_1S_1$ ist der Teil der Pyramide BCP_1S_1, der aus dem Prisma ADCDEF herausragt.
Zeichnen Sie die Grundfläche $R_1T_1Q_1$, der Pyramide $R_1T_1Q_1S_1$ mit $Q_1 \in$ [DN] in das Schrägbild zu 3.1 ein. Berechnen Sie sodann das Volumen der Pyramide $R_1T_1Q_1S_1$.
(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.4 In der Pyramide BCP_2S_2 hat der Winkel MP_2S_2 das Maß ε = 55°. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V(x) der Pyramiden BCP_nS_n in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = \frac{4}{3}(-x^2 + 2x + 35)$ cm³.
Unter den Pyramiden BCP_nS_n hat die Pyramide BCP_0S_0 das größtmögliche Volumen. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x.

Abschlussprüfung 2000
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe B**

1.0 Die Parabel p hat die Gleichung $y = -0{,}25x^2 + 3x - 5$, die Gerade g hat die Gleichung $y = x + 2$; es gilt $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

1.1 Erstellen Sie für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [1; 11]$ in Schritten von $\Delta x = 1$, und zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 12$; $-3 \leqq y \leqq 10$

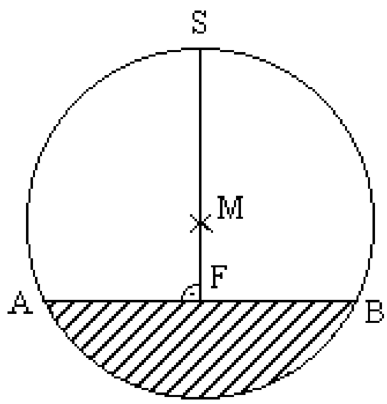
1.2.1 Die Punkte $A_n(x \mid -0{,}25x^2 + 3x - 5)$ auf der Parabel p und die Punkte $C_n(x \mid x + 2)$ auf der Geraden g haben jeweils die gleiche Abszisse x. Die Punkte B_n liegen ebenfalls auf der Parabel p, wobei ihre Abszisse stets um 3 größer ist als die Abszisse x der Punkte A_n. Die Punkte A_n, B_n und C_n sind die Eckpunkte von Dreiecken $A_nB_nC_n$.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für x = 3 und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für x = 7 in das Koordinatensystem ein. Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n.
[Teilergebnis: $B_n(x+3 \mid -0{,}25x^2 + 1{,}5x + 1{,}75)$]

1.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Seitenlängen $\overline{A_nB_n}(x)$ der Dreiecke $A_nB_nC_n$ in Abhängigkeit von x gilt: $\overline{A_nB_n}(x) = \sqrt{2{,}25x^2 - 20{,}25x + 54{,}5625}$ LE
Berechnen Sie sodann die zugehörigen Werte für x, so dass die Seiten $[A_3B_3]$ bzw. $[A_4B_4]$ jeweils 3,75 LE lang sind.

1.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass es unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ genau ein Dreieck $A_0B_0C_0$ gibt, in dem $\sphericalangle A_0C_0B_0$ 90° gilt.

1.5 Im Dreieck $A_5B_5C_5$ hat der Winkel $B_5A_5C_5$ das Maß 45°. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x und die Koordinaten des Punktes B_5.

2.0 Durch ein Felsmassiv wurde ein Tunnel vorgetrieben, dessen Querschnitt ein Kreis mit dem Mittelpunkt M und dem Durchmesser 10 m ist (vgl. nebenstehende Skizze). Die Strecke [AB] zeigt die Lage der Fahrbahn. Die Tunnelhöhe $\overline{SF}$ über der Fahrbahnmitte beträgt 7 m.



2.1 Zeichnen Sie den Querschnitt des Tunnels mit der Fahrbahn im Maßstab 1:100. Berechnen Sie das Maß φ des Winkels AMB und den Flächeninhalt A_1 der in der Skizze von 2.0 schraffierten Fläche. (Auf zwei Stellen nach dein Komma runden.)
[Teilergebnis: $\varphi = 132{,}84°$]

2.2 Berechnen Sie die Breite $\overline{AB}$ der Fahrbahn auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Ergebnis: $\overline{AB}$ = 9,17 m]

2.3 Auf dem Bogen $\overset{\frown}{SA}$ wird im Punkt C eine Lampe befestigt, so dass der Bogen $\overset{\frown}{CA}$ eine Länge von 6,5 m hat. Berechnen Sie das Maß ε des Winkels CMA und zeichnen Sie sodann den Punkt C in den Querschnitt zu 2.1 ein.
[Teilergebnis: ε = 74,48°]

2.4 Berechnen Sie die Entfernung $\overline{CA}$ der Lampe zum Fahrbahnrand und die Entfernung $\overline{CF}$ der Lampe zur Fahrbahnmitte jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

2.5 Auf jeder Seite der Fahrbahn werden 0,6 m breite, nicht befahrbare Randstreifen markiert, um eine Mindesthöhe h = $\overline{RH}$ des Tunnels für den Verkehr zu gewährleisten. Dabei gilt R $\in$ [FB] und H $\in$ $\overset{\frown}{BS}$. Zeichnen Sie die Höhe [RH] in den Querschnitt von 2.1 ein und berechnen Sie h. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.0 Das Rechteck ABCD mit $\overline{AB}$ = 10 cm und $\overline{BC}$ = 8 cm ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS. Die Spitze S liegt senkrecht über dein Mittelpunkt E der Strecke [AD] und es gilt $\overline{ES}$ = 8 cm. Der Punkt F halbiert die Strecke [BC]

3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [EF] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung: q = $\frac{1}{2}$; ω = 45°
Berechnen Sie sodann das Maß α des Winkels SFE und die Länge der Strecke [FS] jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: α = 38,66°]

3.2 Der Punkt P liegt auf [EF] mit $\overline{EP}$ = 4 cm. Für die Punkte M_n auf [FS] gilt $\overline{FM_n}$ = x cm mit x < 12.81 und $x \in \mathbb{R}^+$. Die Punkte M_n sind die Mittelpunkte von Strecken $[Q_nR_n]$ mit Q_n auf [CS], R_n auf [BS] und $[Q_nR_n] \parallel [BC]$.
Die Punkte P, Q_n und R_n sind die Eckpunkte von Dreiecken PQ_nR_n. Zeichnen Sie das Dreieck PQ_1R_1 für x = 9 in das Schrägbild zu 3.1 ein.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt des Dreiecks PQ_1R_1. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.3 Für das Dreieck PQ_2R_2 gilt $\sphericalangle FPM_2$ = 75°. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

3.4 Im Dreieck PQ_3R_3 hat die Höhe $\overline{PM_3}$ den kleinstmöglichen Wert. Berechnen Sie $\overline{PM_3}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
Ermitteln Sie sodann das Intervall für die Höhen $\overline{PM_n}$ der Dreiecke PQ_nR_n (Intervallgrenzen auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet).