**Abschlussprüfung 1999**

an den Realschulen in Bayern

**Mathematik II** **Aufgabengruppe A**

1.0 Durch Parallelverschiebung der Parabel $p_0$ mit der Gleichung $y = -0{,}25x^2$ erhält man die Parabel p mit dem Scheitelpunkt S(4|2,5).
Die Gerade g hat die Gleichung $y = -x + 7{,}5$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

1.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0{,}25x^2 + 2x - 1{,}5$ hat. Bestätigen Sie sodann rechnerisch, dass die Gerade g eine Tangente an die Parabel p ist.

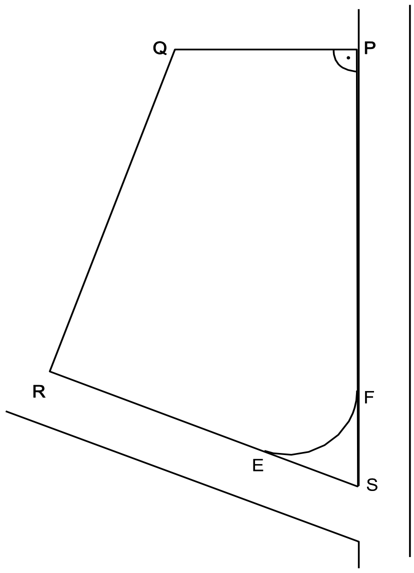
1.2 Zeichnen Sie die Gerade g und die Parabel p in ein Koordinatensystem. Erstellen Sie dazu für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [-1; 9]$ in Schritten von $\Delta x = 1$.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \le x \le 10$; $-5 \le y \le 9$

1.3 Punkte $A_n(x \mid -0{,}25x^2 + 2x - 1{,}5)$ auf der Parabel p und der Punkt C(6|1,5) auf der Parabel p sind Eckpunkte von rechtwinkligen Dreiecken $A_nB_nC$ mit den Hypotenusen $[A_nC]$. Die Katheten $[A_nB_n]$ sind parallel zur x-Achse. Zeichnen Sie die Dreiecke $A_1B_1C$ für x = -1 und $A_2B_2C$ für x = 0,5 in das Koordinatensystem zu 1.2 ein.
Geben Sie sodann den Bereich für x an, so dass man Dreiecke $A_nB_nC$ erhält.

1.4 Der Eckpunkt $B_3$ des Dreiecks $A_3B_3C$ liegt auf der x-Achse. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $A_3B_3C$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

1.5 Der Winkel $B_4A_4C$ im Dreieck $A_4B_4C$ hat das Maß $\alpha = 36°$. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Grundstück PQRS, das an zwei Seiten von Straßen begrenzt wird und für einen Parkplatz vorgesehen ist. Es gelten folgende Maße: $\sphericalangle PSR = 68°$; $\sphericalangle QPS = 90°$;
$\overline{SP} = 135$ m; $\overline{PQ} = 52$ m; $\overline{SR} = 95$ m.




2.1 Zeichnen Sie das Parkplatzgrundstück PQRS im Maßstab 1:1000.

2.2 Berechnen Sie die Längen der Strecken [PR] und [QR] sowie das Maß $\varphi$ des Winkels RQP. (Auf eine Stelle nach dem Komma runden.)

[Teilergebnisse: $\overline{PR} = 132{,}8$ m; $\overline{QR} = 105{,}8$ m]

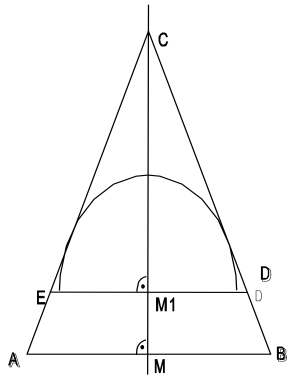
*Bitte wenden!*

2.3 Für eine bessere Straßenführung soll das Grundstück mit dem Kreisbogen $EF$ abgerundet werden. Der Mittelpunkt M des Kreisbogens $EF$ hat von den beiden angrenzenden Straßenrändern [SP] und [SR] den Abstand $\overline{MF} = \overline{ME} = 20$ m. Zeichnen Sie den Bogen $EF$ in die Zeichnung von 2.1 ein. Berechnen Sie sodann die Länge des Kreisbogens $EF$ auf eine Stelle nach dem Komma gerundet.

2.4 Durch die neue Straßenführung wird vom Grundstück PQRS ein Teilstück abgetrennt. Berechnen Sie den Flächeninhalt A dieses Teilstücks. (Auf eine Stelle nach dem Komma runden.)

2.5 Berechnen Sie, um wie viel Prozent das ursprüngliche Grundstück PQRS durch die neue Straßenführung kleiner wird. (Auf eine Stelle nach dem Komma runden.)

3.0 In dem gleichschenkligen Dreieck ABC mit der Basislänge $\overline{AB}$ = 10 cm und mit $\sphericalangle ACB = 50°$ verläuft die Strecke [DE] parallel zur Strecke [AB]. Für die Mittelpunkte M und $M_1$ der Strecken [AB] bzw. [DE] gilt: $\overline{MM_1}$ = 2 cm.




Dem Dreieck EDC wird wie in der nebenstehenden Skizze ein Halbkreis mit dem Mittelpunkt M1 einbeschrieben.

3.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC mit der Strecke [DE] und dem Halbkreis. Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [MC] auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Teilergebnis: $\overline{MC}$ = 10,72 cm]

3.2 Berechnen Sie den Radius $r_1$ des Halbkreises auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Ergebnis: $r_1$ = 3,69 cm]

3.3 Das Trapez ABDE und der Halbkreis rotieren um MC als Rotationsachse. Berechnen Sie das Volumen des entstehenden Rotationskörpers. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\overline{EM_1} = 4{,}07\,\text{cm}$]

3.4 Berechnen Sie die Oberfläche des Rotationskörpers aus 3.3. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

# Abschlussprüfung 1999

an den Realschulen in Bayern

**Mathematik II** **Aufgabengruppe B**

1.0 Die Parabel p mit einer Gleichung der Form $y = 0{,}25x^2 + bx + c$ für $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $b, c \in \mathbb{R}$ verläuft durch die Punkte R(0|2) und T(10|7).
Die Gerade g hat die Gleichung $y = 0{,}5x + 2$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

1.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Parabel p die Gleichung $y = 0{,}25x^2 - 2x + 2$ hat. Erstellen Sie für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [-1; 10]$ in Schritten von $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \leq x \leq 11$; $-3 \leq y \leq 8$

1.2 Die Punkte $A_n$ auf der Geraden g und $B_n$ auf der Parabel p haben jeweils dieselbe Abszisse x. Für $0 < x < 10$ sind sie zusammen mit den Punkten $C_n$ auf der Geraden g die Eckpunkte von Dreiecken $A_nB_nC_n$ , wobei stets $\overline{A_nC_n} = 3$ LE gilt.

Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = 1$ und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für $x = 5{,}5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

Die Winkel $B_nA_nC_n$ haben stets das gleiche Maß $\alpha$. Zeigen Sie durch Rechnung (auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet), dass $\alpha = 116{,}57°$ gilt.

1.3 Stellen Sie die Streckenlänge $\overline{A_nB_n}(x)$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte $A_n$ dar. Die Dreiecke $A_3B_3C_3$ und $A_4B_4C_4$ sind gleichschenklig mit $[B_3C_3]$ bzw. $[B_4C_4]$ als Basis. Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte $A_3$ und $A_4$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\overline{A_nB_n}(x) = (-0{,}25x^2 + 2{,}5x)$ LE]

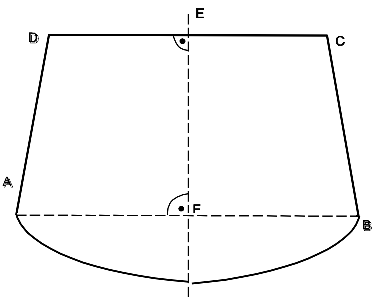
1.4 Die Punkte $F_n$ sind jeweils die Fußpunkte der Lote von den Punkten $C_n$ auf die zugehörige Gerade $A_nB_n$. Zeichnen Sie die Lotstrecken $[C_1F_1]$ und $[C_2F_2]$ in die Zeichnung zu 1.1 ein. Zeigen Sie rechnerisch (auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet), dass stets $\overline{C_nF_n} = 2{,}68$ LE gilt.

1.5 Bestimmen Sie den Flächeninhalt A(x) der Dreiecke $A_nB_nC_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte $A_n$.

Unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ besitzt das Dreieck $A_0B_0C_0$ den größtmöglichen Flächeninhalt $A_{max}$. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x und geben Sie $A_{max}$ an.
[Teilergebnis: $A(x) = (-0{,}335x^2 + 3{,}35x)$ FE ]

2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Grundriss eines neuen Freizeitbeckens im Kurbad. Das Viereck ABCD ist ein gleichschenkliges Trapez mit der Symmetrieachse EF, der Kreisbogen $AB$ hat den Punkt E als Kreismittelpunkt.

Es gelten folgende Maße: $\overline{AB} = 15{,}0$ m; $\overline{EF} = 8{,}0$ m und $\sphericalangle ADC = 100°$.




Bitte wenden!

2.1 Zeichnen Sie den Grundriss des Freizeitbeckens im Maßstab 1:100. Berechnen Sie sodann den Radius $\overline{EA}$ des Kreisbogens $\overset{\frown}{AB}$ und das Maß $\varepsilon$ des Winkels AEF auf eine Stelle nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnisse: $\overline{EA}$ = 11,0 m; $\varepsilon$ = 43,2°]

2.2 Berechnen Sie den Umfang des Beckens. (Auf eine Stelle nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{DE}$ = 6,1 m]

2.3 Am Schnittpunkt M der Diagonalen [BD] mit der Strecke [AE] soll die Düse einer Wasserfontäne angebracht werden. Das Wasser aus der Fontäne trifft in einem Bereich auf, der durch den Kreis k mit dem Mittelpunkt M und dem Radius $\overline{ME}$ begrenzt wird.

Zeichnen Sie den Punkt M und den Kreis k in die Zeichnung zu 2.1 ein. Berechnen Sie sodann den Radius $\overline{ME}$. (Auf eine Stelle nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{ME}$ = 3,2 m]

2.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Bereichs außerhalb des Beckens, der von der Fontäne bespritzt wird. (Auf eine Stelle nach dem Komma runden.)

3.0 In dem Drachenviereck ABCD hat die Diagonale [AC], die auf der Symmetrieachse liegt, die Länge 10 cm und die Diagonale [BD] die Länge 8 cm. Die Diagonalen schneiden sich im Punkt M mit $\overline{AM}$ = 3 cm. Das Drachenviereck ABCD ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Eckpunkt A mit $\overline{AS}$ = 9 cm liegt.

3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll. Berechnen Sie sodann das Maß $\gamma$ des Winkels SCA sowie die Länge der Strecke [CS] auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

[Teilergebnis: $\gamma$ = 41,99°]

3.2 Die Punkte $P_n$ auf der Seitenkante [CS] sind jeweils zusammen mit den Punkten B und D die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken $BDP_n$.
Es gilt: $\overline{CP_n}$ = x cm (x $\in$ [0; 13,45]).

Zeichnen Sie das Dreieck $BDP_1$ mit $\sphericalangle CMP_1 = 70°$ in das Schrägbild zu 3.1 ein und berechnen Sie den zugehörigen Wert für x auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: x = 7,09]

3.3 Berechnen Sie das Volumen der Pyramide $BCDP_1$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.4 Der Flächeninhalt des Dreiecks $BDP_2$ beträgt 80% des Flächeninhalts der Pyramidengrundfläche ABCD. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)