Abschlussprüfung 1998

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe A**

1.0 Zwischen den Endpunkten A(0/0) und C(6/6) liegen auf der Strecke [AC] die Diagonalenschnittpunkte M_n von Drachenvierecken AB_nCD_n mit AC als gemeinsamer Symmetrieachse. Die Eckpunkte $D_n(x/x^2+2)$ liegen auf der Parabel p mit der Gleichung $y = x^2 + 2$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

1.1 Zeichnen Sie die Parabel p sowie die Drachenvierecke AB_1CD_1 für $x = -0{,}5$ und AB_2CD_2 für $x = 2$ jeweils mit ihren Diagonalen in ein Koordinatensystem ein.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \le x \le 7$; $-1 \le y \le 7$.

1.2 Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung der Geraden B_1D_1 und zeigen Sie sodann durch Rechnung, dass die Gerade B_1D_1 Tangente an die Parabel p ist.
[Teilergebnis: B_1D_1 mit $y = -x + 1{,}75$]

1.3 Berechnen Sie die Koordinaten des Diagonalenschnittpunktes M_1 des Drachenvierecks AB_1CD_1 und bestimmen Sie sodann das Intervall für die Maßzahlen der Streckenlängen $\overline{AM_n}$ (Intervallgrenzen auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet).
[Teilergebnis: M1(0,875/0,875)]

1.4 Bestätigen Sie rechnerisch, dass für die Abszisse x der Punkte $D_n(x/x^2+2)$ gilt:
$-3{,}70 < x < 2{,}70$.

1.5 Bestimmen Sie rechnerisch den Flächeninhalt A(x) der Drachenvierecke AB_nCD_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte D_n.
Unter den Drachenvierecken AB_nCD_n besitzt das Drachenviereck AB_0CD_0 den kleinstmöglichen Flächeninhalt A_{min}. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x und geben Sie A_{min} an.
[Teilergebnis: $A(x)=(6x^2 - 6x+12)$ FE]

1.6 Das Drachenviereck AB_3CD_3 hat den Flächeninhalt 48 FE. Berechnen Sie die Koordinaten des Eckpunktes D3 und sodann das Maß des Winkels B_3AD_3. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

2.0 Gegeben ist das Dreieck ABC mit $\overline{AB} = 8$ cm, $\overline{BC} = 7$ cm und $\overline{AC} = 13{,}5$ cm.

2.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC und berechnen Sie das Maß α des Winkels BAC auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: α = 24,05°]

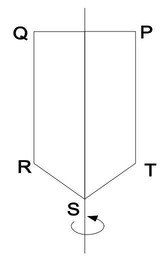
2.2 Die Punkte Pn auf der Seite [AB] mit $\overline{AP_n}$ = x cm sind für x <= 8 und x ∈ IR+ zusammen mit den Punkten Qn auf [BC] und R_n auf [AC] die Eckpunkte von Dreiecken $P_nQ_nR_n$. Dabei gilt: $[R_nP_n] \perp [AB]$ und $[R_nQ_n] \parallel [AB]$.
Zeichnen Sie das Dreieck $P_1Q_1R_1$ für x = 6 in die Zeichnung zu 2.1 ein.

2.3 Stellen Sie die Seitenlängen $\overline{R_nP_n}$ (x) und $\overline{R_nQ_n}$ (x) jeweils in Abhängigkeit von x dar. Berechnen Sie sodann den Wert für x, so dass das zugehörige Dreieck $P_0Q_0R_0$ gleichschenklig ist. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{R_nP_n}$ (x) = 0,45x cm; $\overline{R_nQ_n}$ (x) = (- 0,65x+8) cm]

2.4 Zeichnen Sie den Umkreis des Dreiecks $P_1Q_1R_1$ mit dem Mittelpunkt M1 in die Zeichnung zu 2.1 ein und berechnen Sie den Radius r des Umkreises auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt der Figur, die durch die Strecken $[R_1A]$, $[AP_1]$ und den Bogen R_1P_1 begrenzt wird. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: r = 2,45 cm]

2.5 Berechnen Sie den Wert für x, so dass der Winkel $R_2Q_2P_2$ das Maß α hat.

3.0 Die nebenstehende Skizze zeigt einen Axialschnitt PQRST des füllbaren Teils eines Trinkglases. Dieser Teil hat die Form eines Rotationskörpers und ist aus einem kegelförmigen und einem zylinderförmigen Teil zusammengesetzt. Die Kegelhöhe beträgt 4 cm, die Zylinderhöhe 8 cm und der Zylinderdurchmesser 7 cm.



3.1 Zeichnen Sie den Axialschnitt PQRST und berechnen Sie das Maß ε des Öffnungswinkels TSR des kegelförmigen Teils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: ε = 82,37°]

3.2 Das Trinkglas wird bis 3 cm unter den Rand mit Apfelsaft gefüllt. Ermitteln Sie durch Rechnung, zu wie viel Prozent seines Fassungsvermögens das Trinkglas gefüllt ist. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.3 Eine Kühlkugel mit dem Durchmesser d = 4 cm, die im Saft zu Boden sinkt, wird in das Glas gegeben.
Zeichnen Sie in den Axialschnitt zu 3.1 den Axialschnitt der Kugel mit dem Mittelpunkt M ein. Berechnen Sie sodann, um welche Höhe h* der Flüssigkeits-spiegel steigt. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.4 Berechnen Sie, wie hoch die Flüssigkeit über dem höchsten Punkt der Kugel steht. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

Abschlussprüfung 1998

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe B**

1.0 Die Parabel p hat eine Gleichung der Form $y = ax^2+bx+c$ für $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$; $a,b,c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$. Sie verläuft durch den Punkt Q(1/7,25) und hat den Scheitelpunkt S(4/5).
Die Gerade g hat die Gleichung $y = 0{,}5x + 1$ ($G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

1.1 Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung der Parabel p. Erstellen Sie für die Parabel p eine Wertetabelle für $x \in [0; 8]$ in Schritten von $\Delta x = 1$, und zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leq x \leq 10$; $-1 \leq y \leq 10$.
[Teilergebnis: p mit $y = 0{,}25x^2 - 2x + 9$]

1.2 Die Punkte $A_n(x/0)$ auf der x-Achse und die Punkte $C_n(x/0{,}25x^2 - 2x+9)$ auf der Parabel p haben jeweils dieselbe Abszisse x. Für $x > -5$ sind sie zusammen mit den Punkten B_n auf der Geraden g und den Punkten D_n die Eckpunkte von Vierecken $A_nB_nC_nD_n$. Dabei ist die Abszisse der Punkte B_n stets um 3 größer als die Abszisse x der Punkte A_n und es gilt: $\overline{D_nB_n} = 4$ LE und $[D_nB_n] \perp [A_nC_n]$.
Zeichnen Sie das Viereck $A_1B_1C_1D_1$ für x = 3 zusammen mit seinen Diagonalen in das Koordinatensystem zu 1.1 ein, und geben Sie die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n an.
[Teilergebnis: $B_n(x+3/0{,}5x+2{,}5)$]

1.3 Bestimmen Sie durch Rechnung den Flächeninhalt A(x) der Vierecke $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n.
[Ergebnis: $A(x) = (0{,}5x^2 - 4x + 18)$ FE]

1.4 Die Vierecke $A_2B_2C_2D_2$ und $A_3B_3C_3D_3$ haben einen um 40% größeren Flächeninhalt als das Viereck $A_0B_0C_0D_0$ mit dem kleinstmöglichen Flächeninhalt A_{min}. Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte A_2 und A_3 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

1.5 Unter den Vierecken $A_nB_nC_nD_n$ gibt es zwei Drachenvierecke $A_4B_4C_4D_4$ und $A_5B_5C_5D_5$. Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte A_4 und A_5 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

2.0 Auf ein Holzbrett ist ein Dreieck ABC mit den Seitenlängen $\overline{AB} = 16$ cm, $\overline{BC} = 18$ cm und $\overline{AC} = 28$ cm gezeichnet. Im Eckpunkt C steckt ein Nagel.

2.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC im Maßstab 1:2, und berechnen Sie das Maß γ des Winkels ACB auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\gamma = 32{,}30^0$]

Bitte wenden!

2.2 Eine 18 cm lange Schnur wird um den Nagel in C gespannt, so dass das eine Schnurende auf der Seite [AC] und das andere Schnurende auf der Seite [BC] liegt. Die beiden Schnurenden legen jeweils auf der Seite [AC] die Punkte E_n und auf der Seite [BC] die zugehörigen Punkte F_n fest.

Zeichnen Sie die Punkte E_1 und F_1 in die Zeichnung zu 2.1 ein, wenn die Schnur so gespannt ist, dass die Strecke $[E_1C]$ doppelt so lang wie die Strecke $[CF_1]$ ist. Berechnen Sie sodann die Entfernung $\overline{E_1F_1}$ der Schnurenden auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

2.3 Der Kreis k_1 um C mit dem Radius $\overline{CE_1}$ schneidet die Seite [BC] im Punkt G_1. Der Kreis k_2 um F_1 mit dem Radius $\overline{F_1G_1}$ schneidet die Seite [AC] im Punkt H_1. Zeichnen Sie die Kreisbögen E_1G_1 und H_1G_1 in die Zeichnung zu 2.1 ein, und berechnen Sie sodann den Flächeninhalt der Figur, die von der Strecke $[H_1E_1]$, dem Bogen E_1G_1 und dem Bogen H_1G_1 begrenzt wird. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

2.4 Die Schnur lässt sich von E_2 über C nach F_2 so spannen, dass das Dreieck E_2F_2C bei F_2 rechtwinklig ist. Berechnen Sie die Länge $\overline{E_2C}$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.0 Das Rechteck ABCD mit $\overline{AB} = 8$ cm, $\overline{BC} = 6$ cm ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS. Der Mittelpunkt F der Seite [AD] ist der Fußpunkt der Pyramidenhöhe [FS] mit $\overline{FS} = 7$ cm. Der Punkt E ist der Mittelpunkt der Seite [BC].

3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [DC] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45^0$
Berechnen Sie das Maß γ des Winkels SEF und die Länge der Strecke [SE] jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: γ = 41,19□]

3.2 Auf [SE] liegen Punkte P_n mit $\overline{EP_n} = x$ cm ($x < 10{,}63$; $x \in \mathbb{R}^+$). Sie sind die Spitzen neuer Pyramiden $ABCDP_n$. Zeichnen Sie die Pyramide $ABCDP_1$ für x = 3 in das Schrägbild zu 3.1 ein, und berechnen Sie das Volumen der Pyramide $ABCDP_1$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.3 Für den Punkt P_2 hat der Winkel EFP_2 das Maß 70^0. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x und sodann den Flächeninhalt der Seitenfläche DAP_2. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: x = 8,06]

3.4 Stellen Sie die Streckenlängen $\overline{BP_n}(x)$, $\overline{FP_n}(x)$ und $\overline{AP_n}(x)$ jeweils in Abhängigkeit von x dar. Bei der Pyramide $ABCDP_3$ ist die Seitenkante $[AP_3]$ doppelt so lang wie die Seitenkante $[BP_3]$. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\overline{FP_n}(x) = \sqrt{x^2 - 12{,}04x + 64}$ cm]