Abschlußprüfung 1997
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe A**

1.0 Gegeben sind die Parabel p mit dem Scheitel S(–2|–1) und die Gerade g mit $y = 0{,}5x + 6$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$). Die Parabel p verläuft auch durch den Punkt P(1|3,5) und wird von der Geraden g in den Punkten A und Q geschnitten.

1.1 Ermitteln Sie die Gleichung der Parabel p, und berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte A und Q.
[Teilergebnisse: $y = 0{,}5x^2 + 2x + 1$; A(–5|3,5)]

1.2 Zeichnen Sie die Gerade g und die Parabel p in ein Koordinatensystem. Erstellen Sie zum Zeichnen der Parabel eine Wertetabelle für $x \in [-6;2]$ in Schritten von $\Delta x = 1$.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \leq x \leq 9$; $-2 \leq y \leq 8$

1.3 Die Punkte $B_n(x \mid 0{,}5x^2 + 2x + 1)$ auf der Parabel p und die Punkte $D_n(x \mid 0{,}5x + 6)$ auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x. Für $-5 < x < 2$ mit $x \in \mathbb{R}$ erhält man Drachenvierecke $AB_nC_nD_n$ mit B_nD_n als jeweiliger Symmetrieachse und ein Dreieck AC_0D_0, die den Eckpunkt A gemeinsam haben.

Zeichnen Sie die Drachenvierecke $AB_1C_1D_1$ für x = –3 und $AB_2C_2D_2$ für x = 1,5 sowie das Dreieck AC_0D_0 in das Koordinatensystem zu 1.2 ein.

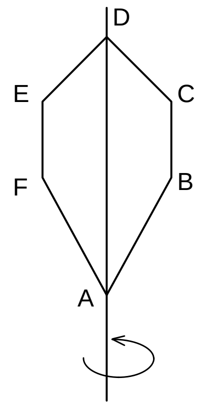
1.4 In einem der Drachenvierecke $AB_nC_nD_n$ sind die Diagonalen $[AC_n]$ und $[B_nD_n]$ gleich lang. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x.
[Teilergebnis: $\overline{AC_n}(x) = (2x + 10)\text{LE}$]

1.5 Die Winkel C_nAD_n sind maßgleich. Berechnen Sie das gemeinsame Maß φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

1.6 Unter den Drachenvierecken $AB_nC_nD_n$ gibt es eine Raute $AB_3C_3D_3$.
Ermitteln Sie im Koordinatensystem zu 1.2 die Raute zunächst zeichnerisch.
Berechnen Sie sodann die Koordinaten des Eckpunktes D_3.

2.0 In der Schiffahrt werden zur Kennzeichnung des Fahrwassers Schwimmkörper aus Stahlblech, sogenannte Bojen, verwendet. Die nebenstehende Skizze zeigt einen Axialschnitt ABCDEF einer Boje. Sie hat die Form eines Rotationskörpers mit der Rotationsachse AD und ist aus zwei kegelförmigen Teilen und einem zylinderförmigen Teil zusammengesetzt. Es gelten folgende Maße:

$\overline{AD} = 3{,}50$ m; $\overline{AB} = \overline{AF} = 2{,}00$ m; $\overline{BC} = \overline{FE} = 1{,}00$ m und $\angle BAF = 54°$.



2.1 Zeichnen Sie den Axialschnitt ABCDEF der Boje, wobei einer Länge von 1 m in der Zeichnung 3 cm entsprechen sollen.
Berechnen Sie sodann den Durchmesser $\overline{FB}$ der Boje auf Zentimeter gerundet.
[Teilergebnis: $\overline{FB} = 1{,}82$ m]

Bitte wenden!

2.2 Berechnen Sie das Maß φ des Winkels EDC sowie das Volumen der Boje in Kubikmeter. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $\varphi = 103{,}30°$]

2.3 Der obere kegelförmige Teil der Boje mit der Spitze D und der zylinderförmige Teil erhalten einen Leuchtanstrich.
Berechnen Sie den Flächeninhalt der zu streichenden Fläche in Quadratmeter.
(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

2.4 Im Inneren der Boje werden 3,20 m lange Streben eingeschweißt, die vom Punkt A zum Mantel des oberen Kegels verlaufen. Der Befestigungspunkt P einer solchen Strebe [AP] liegt auf [CD]. Zeichnen Sie [AP] in den Axialschnitt zu 2.1 ein. Berechnen Sie sodann die Entfernung des Befestigungspunktes P von der Kegelspitze D. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.1 Das Rechteck PQRS mit $\overline{PQ} = 11$ cm und $\overline{QR} = 6{,}5$ cm ist gegeben.

Zeichnen Sie das Rechteck PQRS mit der Diagonale [QS], und berechnen Sie sodann das Maß ε des Winkels PSQ sowie die Länge der Diagonale [QS] jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\varepsilon = 59{,}42°$]

3.2 Auf der Diagonale [QS] liegen Punkte T_n mit $\overline{ST_n} = x$ cm ($x \in \mathbb{R}^+$).

Für den Punkt T_1 gilt: $\angle ST_1P = 75°$. Tragen Sie T_1 sowie die Strecken [PT_1] und [T_1R] in die Zeichnung zu 3.1 ein.

Berechnen Sie sodann den zu T_1 gehörenden Wert für x und die Streckenlänge $\overline{T_1R}$.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)
[Teilergebnis: $x = 4{,}81$]

3.3 Ein Kreis um R berührt die Diagonale [QS] im Punkt T_2 und schneidet die Strecke [T_1R] im Punkt U. Zeichnen Sie den Kreisbogen UT_2 in die Zeichnung zu 3.1 ein.

Berechnen Sie den zu T_2 gehörenden Wert für x sowie den Flächeninhalt A der Figur, die vom Kreisbogen UT_2 sowie den Strecken [UT_1] und [T_1T_2] begrenzt wird. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.4 Zeigen Sie rechnerisch, daß der Flächeninhalt A(x) der Vierecke PT_nRS wie folgt in Abhängigkeit von x dargestellt werden kann: $A(x) = 5{,}60x$ cm^2.

Der Flächeninhalt des Vierecks PT_3RS beträgt 30% vom Flächeninhalt des Vierecks $PQRT_3$. Berechnen Sie den zu T_3 gehörenden Wert für x. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

Abschlußprüfung 1997
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II **Aufgabengruppe B**

1.0 Gegeben sind für $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ die Parabel p_1 mit $y = 0{,}25x^2 - 3{,}5x + 14$ und die Parabel p_2 mit $y = x^2 - 16x + 69$. Die Punkte $B(2|-1)$ und $C(8|2)$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y = 0{,}5x - 2$ ($G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

1.1 Zeigen Sie durch Rechnung, daß die Gerade g die Parabel p_1 im Punkt C berührt.

1.2 Zeichnen Sie die Gerade g und die Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem. Berechnen Sie dazu die Koordinaten des Scheitelpunktes S der Parabel p_2, und erstellen Sie zum Zeichnen der Parabel p_1 eine Wertetabelle mit $x \in [2; 11]$ in Schritten von $\Delta x = 1$.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leq x \leq 12$; $-2 \leq y \leq 12$

1.3 Für $1 \leq x < 5$ sind die Punkte $A_n(x|0{,}25x^2 - 3{,}5x + 14)$ auf der Parabel p_1 zusammen mit den Punkten D_n auf der Parabel p_2 Eckpunkte von Vierecken A_nBCD_n. Die Abszisse der Punkte D_n ist stets doppelt so groß wie die Abszisse x der Punkte A_n.
Zeichnen Sie das Viereck A_1BCD_1 für x = 3 und das Viereck A_2BCD_2 für x = 4 in das Koordinatensystem zu 1.2 ein.
Berechnen Sie das Maß ε des Winkels A_2D_2C im Viereck A_2BCD_2 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

1.4 Zeigen Sie durch Rechnung, daß für die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $D_n(2x \mid 4x^2 - 32x + 69)$.

1.5 Es gibt zwei Vierecke A_3BCD_3 und A_4BCD_4 mit $[A_3D_3] \parallel [BC]$ beziehungsweise $[A_4D_4] \parallel [BC]$. Berechnen Sie die zugehörigen Werte für x.

2.0 Zum Bau eines Drachens geht man von einem Drachenviereck ABCD mit BD als Symmetrieachse aus. Die Diagonalen des Drachenvierecks schneiden sich im Punkt M, und es gilt: $\overline{AB} = 110$ cm, $\overline{AD} = 65$ cm und $\overline{BD} = 140$ cm.

2.1 Zeichnen Sie das Drachenviereck ABCD im Maßstab 1:10, und berechnen Sie das Maß δ des Winkels ADC auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\delta = 99{,}78°$]

2.2 Der Eckpunkt D ist der Mittelpunkt eines Kreis k, der durch M verläuft. Der Kreis k schneidet [DA] im Punkt R und [DC] im Punkt S.

Zeichnen Sie den Bogen RS des Kreises k in die Zeichnung zu 2.1 ein.

2.3 Der Drachen soll mit Stoff bespannt werden. Dazu werden die Leisten [BR] und [BS] eingebaut.

Zeichnen Sie [BR] und [BS] in die Zeichnung zu 2.1 ein, und berechnen Sie den Radius $\overline{DM}$ des Kreises k, die Länge des Bogens RS und die Leistenlänge $\overline{BR}$ jeweils auf Millimeter genau.
[Teilergebnis: $\overline{DM} = 41{,}9$ cm]

Bitte wenden!

2.4 Der von dem Bogen RS und den Leisten [BR] und [BS] begrenzte Teil des Drachens wird mit gelbem Stoff bespannt, der Rest des Drachens mit grünem Stoff.

Berechnen Sie den Inhalt A in Quadratdezimeter des Flächenstücks, das mit gelbem Stoff bespannt wird. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Ergebnis: $A = 29{,}57\ dm^2$]

2.5 Wieviel Prozent der Drachenfläche verbleiben für die Bespannung mit grünem Stoff? (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.0 Die Pyramide EFGHS hat das Rechteck EFGH mit den Seitenlängen $\overline{EF} = 7$ cm und $\overline{FG} = 9$ cm als Grundfläche. Die Spitze S der Pyramide liegt senkrecht über dem Punkt H in 8 cm Höhe über der Grundfläche.

3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide EFGHS. Dabei soll [HG] auf der Schrägbildachse liegen.

Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

3.2 Berechnen Sie die Länge der Seitenkante [GS] und sodann die Oberfläche A der Pyramide EFGHS. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\overline{GS} = 10{,}63$ cm]

3.3 Die Punkte S_n liegen auf [HS] in x cm Entfernung von S. Es gilt $0 < x < 8$ und $x \in \mathbb{R}$. Die Punkte S_n sind die Spitzen von neuen Pyramiden $EFG_nH_nS_n$. Die Punkte G_n erhält man durch Verlängerung von [HG] über G hinaus um 2x cm, die Punkte H_n durch Verlängerung von [HG] über H hinaus um 2x cm.
Zeichnen Sie für x = 2 die Pyramide $EFG_1H_1S_1$ in das Schrägbild zu 3.1 ein.

3.4 Bestätigen Sie durch Rechnung, daß für das Volumen V(x) der Pyramiden $EFG_nH_nS_n$ in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = (-6x^2 + 27x + 168)\ cm^3$.

3.5 Die Pyramide $EFG_2H_2S_2$ hat das größtmögliche Volumen V_{max}. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x und V_{max}.

3.6 In der Pyramide $EFG_3H_3S_3$ hat der Winkel H_3G_3F das Maß 65°.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
Welchen prozentualen Anteil hat das Volumen der Pyramide EFGHS am Volumen der Pyramide $EFG_3H_3S_3$. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)