1.0 Die Parabel p ist der Graph der Funktion f mit $y = -0{,}25x^2 + 2x + 1$ und $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

1.1 Bestimmen sie rechnerisch die Koordinaten des Scheitelpunktes S der Parabel p. Tabellarisieren Sie die Funktion f für $-2 \leq x \leq 10$ in Schritten von $\Delta x = 1$, und zeichnen Sie die Parabel p in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leq x \leq 11; -5 \leq y \leq 6$

1.2 Die Punkte A(1|–2), B(7|–2) und D(0|1) sind gemeinsame Eckpunkte von Vierecken ABC_nD.

Die Punkte $C_n(x|-0{,}25x^2 + 2x + 1)$ mit $0 < x < 9$ liegen auf der Parabel p.

Zeichnen sie die Vierecke ABC_1D mit $C_1(2|y_1)$ und ABC_2D mit $\angle BAC_2 = 35°$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C_2.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

1.3 Stellen Sie den Flächeninhalt A(x) der Vierecke ABC_nD in Abhängiigkeit von der Abszisse x der Punkte C_n dar.

$$\left[\text{Ergebnis: } A(x) = \left(-\frac{7}{8}x^2 + 8{,}5x + 9\right)\text{FE}\right]$$

1.4 Die Vierecke ABC_3D und ABC_4D besitzen den Flächeninhalt A = 29,50 FE. Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte C_3 und C_4.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $C_3(4{,}45|y_3)$]

1.5 Prüfen Sie durch Rechnung, ob das Viereck ABC_3D ein Trapez mit $[AD] \parallel [BC_3]$ ist.

2.0 Die Punkte A(9,5|2) und B(1,5|8) liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y = -\frac{3}{4}x + 9{,}125$; die Punkte M1(4,5|2) und P(7,5|6) liegen auf der Geraden h mit der Gleichung $y = \frac{4}{3}x - 4$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$.

Die Geraden g und h stehen aufeinander senkrecht und schneiden sich im Punkt S.

2.1 Zeichnen Sie die Geraden g = AB und h = M_1P sowie ihren Schnittpunkt S in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leq x \leq 13; -5 \leq y \leq 10$

Berechnen Sie sodann die Koordinaten des Schnittpunktes S.

[Teilergebnis: S(6,3|4,4)]

2.2 Weisen Sie durch Rechnung nach, daß der Punkt M_1 der Mittelpunkt eines Kreises k_1 ist, der durch die Punkte A und P geht.

Zeichnen Sie sodann den Bogen $\overset{\frown}{AP}$ des Kreises k_1 in die Zeichnung zu 2.1 ein.

2.3 Die Punkte P und B liegen auf den Kreis $k_2(M_2; r_2 = 10$ LE) mit $M_2 \in h$.

Berechnen Sie die Koordinaten des Kreismittelpunktes M_2.

Tragen Sie sodann M_2 und den Bogen $\overset{\frown}{PB}$ des Kreises k_2 in die Zeichnung zu 2.1 ein .

[Teilergebnis: $M_2(1{,}5|–2)$]

2.4 Berechnen Sie die Maße φ_1 und φ_2 der Winkel AM_1P und PM_2B.

Berechnen Sie sodann die Flächeninhalte A_1 und A_2 der Kreissektoren mit den zugehörigen Kreisbögen $\overset{\frown}{AP}$ und $\overset{\frown}{PB}$.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\varphi_1 = 53{,}13°$]

2.5 Ermitteln Sie durch Rechnung den Flächeninhalt A der Figur, die von den Kreisbögen $\overset{\frown}{AP}$ und $\overset{\frown}{PB}$ sowie von der Strecke [BA] begrenzt wird.

3.0 Das bei B rechtwinklige Dreieck ABC mit $\overline{AB} = 3$ cm und $\overline{BC} = 5$ cm ist die Grundfläche einer Pyramide ABCS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Punkt A mit $\overline{AS} = 6$ cm.

3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCS. Dabei soll [AB] auf der Schrägbildachse liegen.

Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

Berechnen Sie sodann das Maß α des Winkels BAC auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Teilergebnis: $\alpha = 59{,}04°$]

3.2 Die Seiten [AB] und [AC] der Grundfläche der Pyramide ABCS werden jeweils über B und C hinaus verlängert. Es entstehen neue Pyramiden BB_nC_nCS.

Dabei gilt: $\overline{BB_n} = x$ cm mit $x \in \mathbb{R}^+$ und $[B_nC_n] \parallel [BC]$.

Zeichnen Sie die Pyramide BB_1C_1CS für x = 1,5 in das Schrägbild zu 3.1 ein.

3.3 Berechnen Sie die Streckenlängen $\overline{AC_1}$ und $\overline{BC_1}$.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\overline{AC_1} = 8{,}75$ cm]

3.4 Berechnen Sie die Grundkantenlänge $\overline{B_nC_n}(x)$ und sodann das Volumen V(x) der Pyramiden BB_nC_nS jeweils in Abhängigkeit von x.

$$\left[\text{Teilergebnis: } V(x) = \frac{5}{3} \bullet \left(x^2 + 6x\right) \text{ cm}^3\right]$$

3.5 In der Pyramide BB_2C_2CS hat der Winkel SB_2B das Maß 25°.

Berechnen Sie das Volumen der Pyramide BB_2C_2CS.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

1.0 Die Punkte A(–10|6) und B(2|0) liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y = -\frac{1}{2}x + 1$. Die Parabel p verläuft durch die Punkte A und B und ist der Graph der Funktion f, die eine Gleichung der Form $y = \frac{1}{8}x^2 + bx + c$ hat. ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$; $b, c \in \mathbb{R}$)

1.1 Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung der Parabel p und die Koordinaten ihres Scheitelpunktes S.

[Teilergebnis: p mit $y = \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$]

1.2 Tabellarisieren Sie f für $-10 \le x \le 3$ in Schritten von $\Delta x = 1$, und zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-11 \le x \le 4$; $-3 \le y$ 8

1.3 Punkte $P_n(x | y = \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2})$ mit $-10 \le x \le 0$ auf der Parabel p und Punkte Q_n auf der Geraden g sind jeweils die Endpunkte von Strecken $[P_nQ_n]$. Dabei ist die Abszisse der Punkte Q_n stets um 2 größer als die Abszisse x der Punkte P_n.

Zeichnen Sie die Strecken $[P_1Q_1]$ für x = –9,5 und $[P_2Q_2]$ für x = –5 in das Koordinatensystem zu 1.2 ein.

1.4 Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte Q_n auf der Geraden g in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte P_n auf der Parabel p.

[Ergebnis: $Q_n(x + 2 | -\frac{1}{2}x)$]

1.5 Zeigen Sie, daß für die Länge der Strecken $[P_nQ_n]$ in Abhängigkeit von x gilt: $\overline{P_nQ_n}(x) = \sqrt{2^2 + \left(-\frac{1}{8}x^2 - x + \frac{3}{2}\right)^2}$ LE.

1.6 Unter den Strecken $[P_nQ_n]$ gibt es eine kürzeste Strecke $[P_4Q_4]$.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

2.0 Die Dreiecke ABCn haben die Seite [AB] mit $\overline{AB}$ = 9 cm gemeinsam; weiter gilt: $\overline{BC_n} = 7$ cm und $\beta = \angle C_nBA$.

2.1 Zeichnen Sie die Dreiecke ABC_1 mit $\beta_1 = 120°$ und ABC_2 mit $\beta_2 = 90°$ und die Ortslinie für die Punkte C_n.

2.2 Berechnen Sie die Seitenlänge $\overline{AC_1}$ und die Maße α_1 und α_2 der Winkel BAC_1 und BAC_2. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Ergebnis: $\overline{AC_1}$ = 13,89 cm; $\alpha_1 = 25{,}88°$; $\alpha_2 = 37{,}87°$]

2.3 Unter den Dreiecken ABC_n gibt es ein Dreieck ABC_3, bei dem das Maß α_3 des Winkels BAC_3 den größtmöglichen Wert hat. Konstruieren Sie das Dreieck ABC_3, und berechnen Sie sodann das Maß α_3 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

2.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt der Figur, die von den Strecken $[C_2A]$ und $[AC_1]$ und vom Bogen $\overset{\frown}{C_1C_2}$ des Kreises k(B; r = 7 cm) begrenzt wird.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.0 Das gleichseitige Dreieck ABC mit der Seitenlänge a = 12 cm ist die Grundfläche einer Pyramide ABCS mit der Höhe $h = \overline{MS} = 8$ cm, wobei der Punkt M der Mittelpunkt der Strecke [BC] ist.

3.1 Berechnen Sie $\overline{AM}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet, und zeichnen Sie sodann ein Schrägbild der Pyramide ABCS. Dabei soll [AM] auf der Schrägbildachse liegen.

Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

[Teilergebnis: $\overline{AM} = 10{,}39$ cm]

3.2 Zur Grundfläche ABC der Pyramide ABCS parallele Ebenen schneiden die Pyramide ABCS in gleichseitigen Dreiecken $D_nE_nF_n$ mit $D_n \in [AS]$, $E_n \in [BS]$ und $F_n \in [CS]$. Der Punkt P auf [AM] mit $\overline{PM} = 2{,}5$ cm ist die gemeinsame Spitze von Pyramiden $D_nE_nF_nP$. Die Punkte M_n sind die Mittelpunkte der Strecken $[E_nF_n]$.

Zeichnen Sie die Pyramide $D_1E_1F_1P$ für $\overline{MM_1} = 5$ cm in das Schrägbild zu 3.1 ein.

3.3 Bestimmen Sie rechnerisch das Maß φ des Winkels MPM_1 und die Länge der Strecke $[PM_1]$ jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Ergebnis: $\varphi = 63{,}43°$; $\overline{PM_1} = 5{,}59$ cm]

3.4 Berechnen Sie das Volumen der Pyramide $D_1E_1F_1P$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Teilergebnis: $\overline{E_1F_1} = 4{,}5$ cm]

3.5 Ermitteln Sie die Länge der Seitenkante $[D_1P]$ der Pyramide $D_1E_1F_1P$ durch Rechnung. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Ergebnis: $\overline{D_1P} = 5{,}19$ cm]

3.6 Berechnen Sie die Streckenlänge $\overline{PE_1}$ und sodann das Maß ε des Winkels D_1E_1P.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)