1.0 Die Gerade g mit der Gleichung $y = -\frac{1}{2}x + 1$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) schneidet die nach unten geöffnete Normalparabel p in den Punkten A(0,5I0,75) und D (6I–2).

1.1 Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung der Parabel p sowie die Koordinaten ihres Scheitelpunktes S. Zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \leq x \leq 8$; $-3 \leq y \leq 8$

Teilergebnis: p mit $y = -x^2 + 6x - 2$

1.2 Die Punkte A, B_n und C_n sind die Eckpunkte von Dreiecken AB_nC_n.

Die Punkte $B_n(x|-\frac{1}{2}x + 1)$ auf der Geraden g zwischen den Punkten A und D und die Punkte C_n auf der Parabel p haben jeweils dieselbe Abszisse x.

Zeichnen Sie das Dreieck AB_1C_1 für x = 2 und das Dreieck AB_2C_2 für x = 4 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

1.3 Zeichnen Sie das bei C_3 rechtwinklige Dreieck AB_3C_3 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein, und berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C_3.

1.4 In allen Dreiecken AB_nC_n hat der Winkel C_nB_nA dasselbe Maß β.

Berechnen Sie β auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Ergebnis : β = 63, 43°]

1.5 Unter den Dreiecken AB_nC_n gibt es ein gleichschenkliges Dreieck AB_4C_4 mit der Basis $[B_4C_4]$. Zeichnen Sie dieses Dreieck in das Koordinatensystem zu 1.1 ein, und berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C_4.

2.0 In dem rechtwinkligen Dreieck PQR hat die Kathete [PQ] die Länge 12 cm, der Winkel QPR hat das Maß 90°, der Winkel RQP das Maß 30°. Punkte A_n auf [PQ] sind jeweils die Mittelpunkte von Kreisen k_n mit dem Radius $r_n = \overline{A_nP}$.

2.1 Zeichnen Sie das Dreieck PQR.

Der Kreis k_1 mit A_1 = Q schneidet die Strecke [QR] im Punkt C_1.

Zeichnen Sie die Strecke $[PC_1]$ ein, und berechnen Sie ihre Länge auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

2.2 Der Kreisk_2, dessen Mittelpunkt A_2 der Mittelpunkt der Strecke [PQ] ist, schneidet [QR] in den Punkten C_2 und Q.

Tragen Sie in die Zeichnung zu 2.1 den Bogen $\overset{\frown}{C_2P}$ des Kreises k_2 und die Strecke $[A_2C_2]$ ein .

Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt A des konkaven Flächenstücks PC_2R, das von den Strecken [RP] und $[RC_2]$ sowie dem Kreisbogen $\overset{\frown}{C_2P}$ begrenzt wird.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

2.3 Der Kreis k_3 mit dem Radius $\overline{A_3P} = 5$ cm schneidet die Hypotenuse [QR] in den Punkten C_3 und C_3'. Tragen Sie das Dreieck $A_3C_3C_3'$ sowie seine Höhe $[A_3H_3]$ in die Zeichnung zu 2.1 ein.

Berechnen Sie sodann die Länge der Höhe $[A_3H_3]$ und die Länge der Strecke $[C_3C_3']$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

2.4 Der Punkt A_0 ist der Mittelpunkt des Kreises k_0 mit dem Radius $r_0 = \overline{A_0P}$.

Der Kreis k_0 berührt die Strecke [QR] im Punkt C_0.

Ermitteln Sie rechnerisch r_0 und anschließend den Flächeninhalt des Kreises k_0 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

3.0 Die Raute ABCD mit den Diagonalenlängen $\overline{AC} = 12$ cm und $\overline{BD} = 8$ cm ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M mit $\overline{MS} = 10$ cm liegt.

3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS. Dabei soll [AC] auf der Schrägbildachse liegen.

Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

3.2 Berechnen Sie das Maß γ des Winkels ASC sowie die Länge der Kante [AS] jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Ergebnis: $\gamma = 61{,}93°$; $\overline{AS} = 11{,}66$ cm]

3.3 Der Punkt E auf [AS] mit $\overline{AE} = 6$ cm, der Punkt G auf [CS] mit $\overline{SG} = 8$ cm, der Punkt F auf [BS] und der Punkt H auf [DS] sind die Eckpunkte des Vierecks EFGH, wobei [FH] parallel zu [BD] verläuft. Die Diagonalen [EG] und [FH] des Vierecks EFGH schneiden sich im Punkt T auf [MS].

Zeichnen Sie das Viereck EFGH mit seinen Diagonalen in das Schrägbild zu 3.1 ein.

3.4 Berechnen Sie das Maß φ des Winkels GES und sodann die Länge der Strecke [ST].

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis : $\varphi = 79{,}44°$]

3.5 Berechnen Sie die Streckenlänge $\overline{FH}$ und sodann das Volumen der Pyramide EFGHS. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Teilergebnis: $\overline{FH} = 4{,}75$ cm]

1.0 Gegeben sind die Funktionen f_1 mit $y = -0{,}25x^2 + 2x + 4$ und f_2 mit $y = -0{,}5x + 1{,}25$. ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$)

Der Graph zu f_1 ist die Parabel p, der Graph zu f_2 ist die Gerade g.

1.1 Tabellarisieren Sie f_1 für $x \in [-1; 11]$ in Schritten von $\Delta x = 1$.

Zeichnen Sie sodann die Parabel p und die Gerade g in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \leq x \leq 12$; $-5 \leq y \leq 9$

1.2 Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte P und Q der Parabel p mit der Geraden g.

1.3 Die Punkte $A_n(x|-0{,}5x + 1{,}25)$ auf der Geraden g zwischen den Punkten P und Q und die Punkte C_n auf der Parabel p sind Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$.

Die Eckpunkte A_n und C_n haben jeweils dieselbe Abszisse x.

Die Diagonalen $[B_nD_n]$ sind stets 3 LE lang.

Zeichnen Sie für x = 6 die Raute $A_1B_1C_1D_1$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

1.4 Zeigen Sie rechnerisch, daß für den Flächeninhalt A(x) der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:

$A(x) = (-0{,}375x^2 + 3{,}75x + 4{,}125)$ FE.

1.5 Unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ besitzt die Raute $A_0B_0C_0D_0$ den größtmöglichen Flächeninhalt A_{max}.

Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes A_0, und geben Sie A_{max} an.

1.6 Unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ gibt es zwei Quadrate $A_2B_2C_2D_2$ und $A_3B_3C_3D_3$.

Berechnen Sie die Koordinaten der zugehörigen Eckpunkte A_2 und A_3.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

2.0 Gegeben ist das Dreieck ABC mit $\overline{AB} = 10$ cm, $\overline{AC} = 8$ cm und $\overline{BC} = 9{,}5$ cm.

Der Punkt P auf [BC] ist Fußpunkt des Lotes vom Eckpunkt A des Dreiecks ABC auf die Seite [BC].

2.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC und die Strecke [AP].

Berechnen Sie sodann das Maß β des Winkels CBA und die Länge $\overline{AP}$ jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

(Teilergebnis: $\beta = 48{,}36°$]

2.2 Der Punkt P ist Eckpunkt des Dreiecks ABP.

Konstruieren Sie in dem Dreieck ABP den Inkreis k mit dem Mittelpunkt M. Der Inkreis k berührt dabei die Seite [AB] im Punkt E und die Seite [AP] im Punkt F.

2.3 Berechnen Sie das Maß ε des Winkels AMB und sodann den Inkeisradius $\rho = \overline{ME}$.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

[Ergebnis: $\varepsilon = 135°$; $\rho = 2{,}06$ cm]

2.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt A des konkaven Flächenstücks AEF, das von der Strecke [AE], der Strecke [AF] und dem Bogen $\overset{\frown}{FE}$ des Inkreises k begrenzt wird.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

2.5 Der Punkt R auf der Verlängerung von [BC] über C hinaus ist Eckpunkt des Dreiecks ABR, in dem der Winkel BAR das Maß 70° besitzt.

Berechnen Sie die Streckenlänge $\overline{CR}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

3.0 Der Punkt D ist der Mittelpunkt der Basis [BC] des gleichschenkligen Dreiecks ABC mit $\overline{BC}$ = 6 cm und $\overline{AD}$ = 6 cm. Das Dreieck ABC ist die Grundfläche einer Pyramide ABCS, deren Spitze S senkrecht über D mit $\overline{DS}$ = 8 cm liegt.

3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCS. Dabei soll [AD] auf der Schrägbildachse liegen.

Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

Berechnen Sie sodann das Maß α des Winkels DAS auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

[Ergebnis: $\alpha = 53{,}13°$]

3.2 Punkte P_n auf der Seitenkante [AS] der Pyramide sind Eckpunkte von Dreiecken BCP_n.

Zeichnen Sie das Dreieck BCP_1 für $\overline{AP_1}$ = 4 cm in das Schrägbild zu 3.1 ein. Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt A des Dreiecks BCP_1.

(Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.3 Es gibt ein Dreieck BCP_2, so daß $\angle P_2DA = 60°$ gilt.

Berechnen Sie das Maß ε des Winkels BP_2C. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

3.4 Die Basis [BC] des Dreiecks ABC wird über B und C hinaus jeweils um a cm verlängert, gleichzeitig wird die Pyramidenhöhe [DS] von S aus um 2a cm verkürzt ($0 < a < 4$; $a \in \mathbb{R}$). Es entstehen neue Pyramiden $AB_nC_nS_n$.

Zeichnen Sie die Pyramide $AB_1C_1S_1$ für a = 1,5 in das Schrägbild zu 3.1 ein.

Zeigen Sie durch Rechnung, daß für das Volumen V(a) der Pyramiden $AB_nC_nS_n$ in Abhängigkeit von a gilt: $V(a) = 4 \bullet (-a^2 + a + 12)\ \text{cm}^3$.

3.5 Berechnen Sie das Volumen V der Pyramide $AB_2C_2S_2$, bei der der Winkel $B_2S_2C_2$ das Maß 100° besitzt. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)